MEMORIE

DELL'I. R. ISTITUTO VENETO

DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

MEMORIE

DELL' I. R. ISTITUTO VENETO

DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

VOLUME SECONDO

VENEZIA
DALLA PREMIATA TIPOGRAFIA ANTONELLI
1845

AVVERTIMENTO

In esecuzione dell'Articolo 134 degli Statuti Interni, si dichiara che ogni Autore è particolarmente responsabile delle opinioni e dei fatti esposti ne' proprii scritti.

ELENCO

DEI MEMBRI ATTUALI

DELL' I. R. ISTITUTO VENETO

ELENCO

DEI

MEMBRI ATTUALI DELL' I. R. ISTITUTO VENETO

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

1.^{mo} *Giugno* 1845

PRESIDENTE

Santini Giovanni, cavaliere dell' I. R. Ordine della Corona di Ferro di terza classe, del R. Ordine Danese di Dannebrog, e dell' Ordine del Merito di S. Giuseppe di Toscana, professore di Astronomia e Direttore dell' I. R. Osservatorio di Padova.

VICE PRESIDENTE

S. E. il signor conte Andrea Cittadella Vigodarzere, cavaliere dei Gioanniti, Consigliere intimo e Ciambellano di S. M. I. R., Consigliere straordinario dell' I. R. Accademia di Belle Arti di Venezia.

SEGRETARIO

Pasini Lodovico.

VICE SEGRETARIO

Bizio dottor Bartolommeo, professore nell' I. R. Scuola tecnica in Venezia.

MEMBRI ONORARJ

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Francesco Carlo Giuseppe, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia ec., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di s. Stefano d'Ungheria, ec.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Carlo Luigi Giovanni Giuseppe, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia ec., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine militare di Maria Teresa (in brillanti), ec.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Giuseppe Antonio Giovanni, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia ec., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine di s. Stefano d'Ungheria, Croce d'oro dell'onor civile, ec.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Giovanni Battista Giuseppe Fabiano Sebastiano, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine militare di Maria Teresa e dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, ec.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Ranieri Giuseppe Giovanni Michele Francesco Girolamo, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di s. Stefano d'Ungheria, e dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. di prima classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro (in brillanti), e del R. Ordine Sardo dell'Annunziata, Vice Re del Regno Lombardo Veneto, ec.

S. A. I. R, l'Arciduca d'Austria Luigi Giuseppe Antonio, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d'oro, Gran Croce del R. Ordine di s. Stefano d'Ungheria, ec.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Federico Ferdinando Leopoldo, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d'oro e dell'Ordine militare di Maria Teresa, cav. di prima classe degli Ordini I. I. russi di s. Andrea, di s. Alessandro Newsky, dell'Aquila bianca e di s. Anna e di s. Giorgio di quarta classe, cav. del R. Ordine militare prussiano del Merito e di quello R. britannico del Bagno, ec.

S. A. S. il Principe Clemente Venceslao di Metternich-Winneburg, ec. Grande di Spagna di prima classe, cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di s. Stefano d'Ungheria (in brillanti), Croce d'oro dell'Ordine civile, I. R. Consigliere

intimo, Cancelliere della Casa, della Corte e dello Stato, ec., Ministro di Stato e delle Conferenze.

S. E. il signor conte FRANCESCO ANTONIO DI KOLOWRAT LIEBSTEINSKY, cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, Croce d'oro dell'onor civile. Balio Onorario e Gran Croce dell' Ordine sovrano di s. Giovanni di Gerusalemme, I. R. Consigliere intimo, Ministro di Stato e delle Conferenze, ec.

S. E. il signor conte CARLO D' INZAGHI, Gran Croce dell' Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, e dell'Ordine Costantiniano di s. Giorgio di Parma, I. R. Consigliere intimo, I. R. Ciambellano, ec., Gran Cancelliere e Presidente dell' I. R. Commissione Aulica degli studii.

S. E. il signor conte CARLO FEDERICO DI KÜBECK E KÜBAU, cav. del R. Ordine di s. Stefano d'Ungheria, Gran Croce dell' Ordine R. bavaro di s. Michele, cav. di seconda classe dell' Ordine I. russo di S. Stanislao, ec., I. R. Consigliere intimo, Presidente dell' I. R. Camera Aulica generale e dell' I. R. Camera Aulica per le zecche e per le miniere.

S. Eminenza Reverendissima JACOPO MONICO, Cardinale della S. R. C., cav. di prima classe dell' Ordine Imperiale Austriaco delle Corona di Ferro, I. R. Consigliere intimo, Cappellano della Corona, ec., Patriarca di Venezia.

S. E. il signor conte LUIGI PALFFY DI ERDÖD, cav. dell' Ordine de' Gioanniti, I. R. Consigliere intimo attuale di Stato, I. R. Ciambellano, ec., Governatore delle Provincie Venete.

S. E. il signor conte GIOVANNI BATTISTA DI SPAUR, Gran Croce dell' Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. di prima classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, ec., I. R. Consigliere intimo, Ciambellano, ec., Governatore delle Provincie Lombarde.

S. E. monsignor GIO. BATTISTA LADISLAO PYRKER DI FELSÖ-EÖR, cav. di prima classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, I. R. Consigliere intimo, ec., Patriarca Arcivescovo di Erlau.

S, E. il signor barone FRANCESCO DI GALVAGNA, cav. di seconda classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, Commendatore dell' Ordine Pontificio di s. Gregorio il Grande, I. R. Consigliere intimo, ec., Presidente dell' I. R. Magistrato Camerale e dell' I. R. Accademia di Belle Arti in Venezia.

S. E. il signor conte ANDREA CITTADELLA VIGODARZERE, *come sopra*.

Di Sebregondi nobile Giuseppe conte e patrizio romano, cav. dell' Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, Gran Croce dell' Ordine Pontificio di s. Gregorio il Grande, cav. dell' ordine dei Gioanniti e di quello Pontificio di Cristo (in brillanti), Vice Presidente dell' I. R. Governo, membro di parecchie Accademie.

Hallaschka Francesco Cassiano, I. R. Consigliere Aulico, Assessore dell' Eccelsa Aulica Commissione degli studj, Preside della Facoltà filosofica dell'I. R. Università di Vienna e Socio di parecchie Accademie.

Francesconi Ermenegildo, I. R. Consigliere Aulico, cavaliere di terza classe dell' I. R. Ordine della Corona di ferro, Commendatore del R. Ordine Belgio di Leopoldo, socio onorario dell' I. R. Accademia di Belle Arti in Venezia, Capo dell' I. R. Direzione Generale tecnico-amministrativa per le strade ferrate dello Stato.

Sartori Canova monsignor Giovanni Battista, vescovo di Mindo, socio onorario dell' I. R. Accademia di Belle Arti in Venezia.

Di Maniago conte Pietro, cavaliere di seconda classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, socio onorario dell' I. R. Accademia di Belle Arti in Venezia.

MEMBRI EFFETTIVI PENSIONATI.

(26 Novembre 1839)

Santini Giovanni, *come sopra.*

Catullo dottor Tommaso Antonio, professore di Storia Naturale nell' I. R. Università di Padova.

Zendrini ab. Angelo, professore emerito di Matematica dell' I. R. Università di Padova, in Mestre.

Zantedeschi ab. Francesco, professore di Fisica nell' I. R. Liceo di Venezia.

Zamboni ab. Giuseppe, professore di Fisica nell' I. R. Liceo di Verona.

(26 Novembre 1839 — 20 Giugno 1843)

Casoni ingegnere Giovanni, architetto all' Ufficio delle fabbriche civili e lavori idraulici dell' Arsenale, in Venezia.

(26 Novembre 1839 — 16 Gennajo 1844)

Fapanni dottor Agostino, cavaliere della Milizia Aurata, in Treviso.

Pasini Lodovico, *come sopra.*

(26 Settembre 1840)

Bizio dottor Bartolommeo, *come sopra.*

Bellavitis nob. Giusto, professore di Geometria descrittiva nell'I. R. Università di Padova.

Furlanetto ab. Giuseppe, in Padova.

Venanzio dottor Girolamo, in Portogruaro.

Sandri Giulio, in Verona.

Bianchetti dottor Giuseppe, in Treviso.

(26 Settembre 1840 — 3 Giugno 1843)

Fusinieri dottor Ambrogio, in Vicenza.

Scopoli conte Gio. Antonio, Segretario perpetuo dell'Accademia di agricoltura, commercio ed arti, in Verona.

Nardo dottor Gio. Domenico, in Venezia.

(26 Settembre 1840 — 20 Giugno 1843)

Contarini conte Nicolò, in Venezia.

(26 Settembre 1840 — 16 Gennajo 1844)

De' Visiani dottor Roberto, professore di Botanica nell' I. R. Università di Padova.

(3 Giugno 1843)

Minotto nob. Giovanni, in Venezia.

MEMBRI EFFETTIVI NON PENSIONATI.

(26 Novembre 1839)

Racchetti dottor Alessandro, I. R. Consigliere, professore di Procedura giudiziaria nell'I. R. Università di Padova.

Menin abate dottor Lodovico, professore di Storia nell' I. R. Università di Padova.

Paleocapa ing. Pietro, cavaliere di terza classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, Direttore delle Pubbliche Costruzioni in Venezia.

(21 Marzo 1840)

S. E. il sig. conte LEONARDO MANIN, Grande Scudiere del Regno Lombardo-Veneto, I. R. Consigliere intimo, e Ciambellano, in Venezia.

(26 Settembre 1840)

CONTI dottor CARLO, professore di Matematica applicata nell' I. R. Università di Padova.

(3 Giugno 1843)

JAPPELLI ing. GIUSEPPE, in Padova.

BARBIERI ab. GIUSEPPE, professore emerito, in Padova.

ZANON BARTOLOMMEO, chimico farmacista, in Belluno.

MILANI ing. GIOVANNI, in Verona.

(20 Giugno 1843)

CORTESE dottor FRANCESCO, professore di Anatomia nell' I. R. Università di Padova.

TURAZZA dottor DOMENICO, professore di Geodesia e Idrometria nell' I. R. Università di Padova.

(16 Gennajo 1844)

GIACOMINI dottor GIACOMO ANDREA, professore di Medicina nell' I. R. Università di Padova.

MENEGHINI dottor GIUSEPPE, professore nell' I. R. Università di Padova.

CARRER dottor LUIGI, professore nell' I. R. Scuola tecnica, in Venezia.

FRESCHI nob. GHERARDO, in s. Vito del Friuli.

MAGGI PIETRO, dottor in matematica, in Verona.

CITTADELLA conte GIOVANNI, in Padova.

MINICH dottor SERAFINO RAFFAELE, professore di Calcolo sublime nell' Imp. Reg. Università di Padova.

POLI dottor BALDASSARE, professore di Filosofia nell' I. R. Università di Padova.

SOCJ CORRISPONDENTI

DELLE PROVINCIE VENETE

(28 Dicembre 1841)

BETTIO mons. PIETRO, cavaliere di terza classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, Bibliotecario dell' I. R. Biblioteca Marciana, in Venezia.

(28 Novembre 1842)

Avesani Bartolommeo, ingegnere meccanico, in Verona.

Cicogna Emmanuele, Consigliere straordinario dell' I. R. Accademia di Belle Arti, in Venezia.

Fario L. Paolo, dottore in medicina, in Venezia.

Galvani dottor Andrea, in Pordenone.

Melan mons. Sebastiano, Direttore della Facoltà teologica dell'I. R. Università di Padova.

Parolini nob. Alberto, Scudiere di S. M., in Bassano.

Parravicini nob. Luigi, Direttore dell' I. R. Scuola tecnica, in Venezia.

Pasini Valentino, dottore in legge, in Vicenza.

De Tipaldo dottor Emilio, Cavaliere dell' Ordine R. Greco del Salvatore, in Venezia.

(7 Agosto 1843)

Gera Francesco, dottore in medicina, in Conegliano.

Mugna Gio: Battista, dottore in medicina, in Padova.

Namias Giacinto, dottore in medicina, in Venezia.

Toblini Giacinto, professore di Matematica nell' I. R. Liceo di Verona.

Zanardini Giovanni, dottore in medicina, in Padova.

Zinelli ab. Federico, professore e Vice-direttore dello studio filosofico nel Seminario Patriarcale di Venezia.

(26 Maggio 1844)

Asson Michelangelo, dottore in medicina e chirurgia, in Venezia.

Bernardi ab. Giuseppe, in Padova.

Cappelletto Antonio Aleppio, ingegnere meccanico, in Venezia.

Penolazzi Ignazio, dottore in medicina, in Montagnana.

Quadri Antonio, Consigliere Imperiale e Segretario dell' I. R. Governo, in Venezia.

Sagredo conte Agostino, Consigliere straordinario dell' I. R. Accademia di Belle Arti, in Venezia.

Zescevich Giovanni, professore nell' I. R. Collegio di Marina, in Venezia.

(20 Gennajo 1845)

Selvatico Estense, nob. Pietro, in Padova.

Spongia dottor Filippo, Direttore della Facoltà medica dell' I. R. Università di Padova.

FUORI DELLE PROVINCIE VENETE

Aucher padre Giambattista, della Congregazione Armena dei Mechitaristi.

Arneth cav. Giuseppe, Direttore dell' I. R. Gabinetto di Numismatica e di Antichità, in Vienna.

Baumgartner prof. Andrea, Direttore della Facoltà filosofica dell'I. R. Università di Vienna.

De Birago Cav. Carlo, I. R. Colonnello, in Vienna.

D' Ettingshausen Andrea, professore di Fisica nell' I. R. Università di Vienna.

De' Filippi Filippo, dottore in medicina, Aggiunto al Museo civico di Storia Naturale, in Milano.

Ghega cons. Carlo, dottore in matematica, I. R. Ispettore delle strade ferrate, in Vienna.

Gianelli dottor Giuseppe, Consigliere dell'I. R. Governo in Milano.

Jan prof. Giorgio, Direttore del Museo civico di Storia naturale in Milano, e professore di Botanica in Parma.

Kreil dottor Carlo, Astronomo aggiunto nell' I. R. Osservatorio di Praga.

De Lugnani Giuseppe, Direttore dell' I. Accademia di Nautica in Trieste.

Mainardi dottor Gaspare, professore di matematica nell' I. R. Università di Pavia.

Partsch dottor Paolo, Conservatore dell' I. R. Gabinetto di Storia Naturale, in Vienna.

Prechtel cons. Gio. Giuseppe, Direttore dell' I. R. Istituto Politecnico, in Vienna.

Rosmini abate Antonio, di Rovereto.

Tommaseo Nicolò, di Sebenico.

MEMORIE

DELL' IMP. REG. ISTITUTO VENETO

DI

SCIENZE LETTERE ED ARTI

DEL METODO

E DELLE AVVERTENZE

CHE SI USANO NELL' ORTO BOTANICO DI PADOVA PER LA CULTURA, FECONDAZIONE E FRUTTIFICAZIONE DELLA VANIGLIA

MEMORIA

DEL PROF. ROBERTO DE VISIANI

La specie di Vaniglia, che coltivasi a preferenza negli orti botanici di Europa, si è la Vaniglia a foglie piane, *V. planifolia* di Andrew. Quantunque questa differisca dalla *V. aromatica* nei caratteri delle foglie e del fiore, pure essa somministra promiscuamente coll' altra la Vaniglia del commercio, e questa droga, che ci viene del pari da San Domingo, e dal Messico, non presenta alcuna diversità, benchè fornita da due piante fra loro distinte per costanti caratteri. La *V. planifolia* coltivasi agevolmente in tutte le stufe degli Orti botanici di Europa, ma non da per tutto, nè costantemente fiorisce. I suoi fiori, come quelli del maggior numero delle Orchidee esotiche, cui questa pianta appartiene, non avevano, per quanto io sappia, allegato frutto in Europa sino all'anno 1837. Solo in quell' anno i giornali annunziarono, che nell' Orto botanico di Liegi era riuscito a quel chiarissimo professore sig. Morren di averne frutta mature, e nel 1838 il sig. Neumann primo giardiniere al Giardino delle piante in Parigi pubblicò negli *Annales de Flore et*

Pomone un articolo, da cui si seppe, ch' egli pure aveva ottenuto un egua risultamento. Eccitato da questi esempj, e bramoso di cogliere almeno l terza palma in argomento sì rilevante, mi diedi io pure nel 1841 ad ist diarne accuratamente il fiore in una pianta di *Vanilla planifolia*, che col' vasi da oltre vent'anni nell'orto botanico di Padova; ed essendomi assicur to, che gli ostacoli i quali impediscono la fecondazione naturale e la conseguen allegagione de' frutti, sono nella struttura stessa del fiore, divisai meco stes i mezzi più acconci a superarli, mezzi di cui gli orticultori Belgi e France aveano fatto un segreto. Le cure datemi per iscoprirlo sortirono pienezza e pr sperità di successo, e fu da ciò, che la Imperiale e Reale Società di Orticultu in Vienna, che da quattro anni pubblicava inutilmente un programma, ed as guava un premio a chi mostrasse baccelli di Vaniglia raccolti nella Monarch Austriaca, nella solenne tornata del giorno 15 del Maggio testè passato ebl a riconoscere nell' Orto botanico di Padova il primo e finora il solo Stabi' mento orticolo de' nostri Stati, che avesse ottenuto l'artificiale fruttificazio della medesima, e ritrovando ne' frutti avutine lo stesso aroma, che disting quei del commercio, decretò unanimemente il premio della grande Medagl d' oro a chi aveva avuto la sorte di rendere produttiva una pianta finora st rile, e pure sì interessante pella preziosità de' suoi frutti. L' esito compiut mente felice de' miei tentativi, ed il giudizio pronunziatone da quella risp tabile Società m' indussero a credere, che potesse a Voi pure tornare gradi la esposizione del metodo da me seguito per arrivarvi. Gli è perciò, che qua tunque la Memoria, con cui ho accompagnato i baccelli di Vaniglia alla Socie di Orticultura in Vienna sia stata tradotta in tedesco e pubblicata per sun in quella Gazzetta del giorno 12 del corrente Giugno, non ho stimato disut il ripigliare dinanzi a voi la trattazione dell'argomento, sì perchè osservazio posteriori mi diedero agio di arricchirla e confortarla di nuovi fatti, sì anco perchè nol facendo, avrei creduto mancare ai doveri impostimi dall' onore appartenervi, tacendovi al tutto un avvenimento, che segnalò l' Orto di P dova fra tutti quelli dell' Austriaca dominazione, e valse ad esso la gloria una corona.

La pianta fruttifera di Vaniglia, che coltivasi nelle grandi stufe di quest

fiorì la prima volta nell' anno 1833, ed avrebbe certamente continuato a fiorire anche ne' successivi, se la grandine spaventosa e memorabile, che nel dì 24 Agosto del 1834 quasi distrusse quest' illustre Stabilimento, non avesse gravemente danneggiata la serra maggiore, ove coltivasi la Vaniglia, e co' frammenti delle invetriate di quella, ferita e malconcia in ogni parte cotesta pianta. Riavutasi lentamente da tanto danno, solo nella state del 1840 essa produsse un grappolo di fiori, i quali però abbandonati a sè stessi rimasero sterili e caddero l' un dopo l' altro. Nel mese di Giugno del 1841 apparve un' altro grappo di fiori, e si fu allora, che mosso dal desiderio di verificare gli sperimenti fatti nel Belgio per ottenere la fruttificazione della Vaniglia, mi diedi a studiare la struttura dei fiori della medesima, onde riconoscere la vera causa della loro sterilità. Da questo esame mi risultò ciò dipendere unicamente dall' essere lo stimma dei medesimi conformato di tal maniera, e curvato e nascosto dentro il tubo del perigonio per guisa, che, almeno nelle nostre serre, è impossibile che il polline arrivi naturalmente a contatto della superficie stimmatica dello stesso. Ho cominciato allora a tentare in varii modi la fecondazione artificiale di questa pianta, uno de' quali essendomi riuscito, mi procurò per la prima volta un frutto, che in nove mesi maturò e cadde spontaneamente il dì 1.° Maggio 1842 spandendo un abbondante e delizioso profumo, eguale e forse anche superiore a quello della Vaniglia, che si manda in commercio. In queste osservazioni ed esperienze m'ebbi sempre a compagno, e sovente ad operatore il mio egregio amico dottor Giuseppe Clementi assistente degnissimo alla mia Cattedra ed all' Orto botanico, ed alle stesse cooperò pure con intelligente operosità il sig. Carlo Caslini primo giardiniere dell' orto stesso. Trovato pei tentativi suddetti il vero metodo a tenersi per la fruttificazione di questa pianta, ne ripetemmo l'applicazione sopra diciassette fiori, che la medesima ci fornì, divisi in due grappoli, nel Giugno dell' anno stesso, ed avemmo il conforto di ottenerne 14 frutta, otto delle quali in un grappolo, e sei nell' altro. Nel Maggio poi di quest' anno sopra altri due rami comparvero altri due grappoli di fiori, però molto più poveri dei precedenti, contenendo fra tutti e due soltanto otto fiori. Trattati questi col metodo, che sporrò, allegarono sette frutta.

Pria di descrivere questo metodo da me seguito nella fecondazione arti ciale della Vaniglia, trovo necessario di stendere una descrizione circosta ziata di tutte le parti componenti siffatta pianta. Chi vorrà confrontare ques descrizione con altre, che leggonsi in varie opere di Botanica e di Orticul ra, vi troverà notevoli differenze, sì perchè di alcuni caratteri ivi indicati co proprj degli organi di questa pianta, io non ho potuto in quella da me oss vata confermare la sussistenza, malgrado la più accurata ricerca dei medesin sì perchè in questa mi venne fatto di vederne altri, di cui non ho trova menzione ne' libri stessi. Locchè spero darà un qualche valore scientific questo breve lavoro, destinato a concorrere ad una più completa illustrazi di un vegetabile, la di cui coltivazione in Europa può essere feconda d'imp tantissime conseguenze.

La specie di Vaniglia, che vegeta, fiorisce e fruttifica nell'Orto botani di Padova, è la *Vanilla planifolia* Andr. bot. repos. t. 538, *Myrobro fragrans Salisb.* parad. p. 82. — A questa forse appartiene ancora q sinonimo la *Vanilla sativa* di Schiede — Una buona figura della nos specie pubblicò il Lemaire nel n.° 6 dell'*Horticulteur universel, premi année. Paris* 1839, pl. 23, p. 169, almeno quanto al portamento gener della pianta, mentre gli organi sessuali non vi sono nè chiaramente nè e tamente delineati. Differisce questa dalla *Vanilla aromatica* di Swar *Epidendrum* Vanilla L., per le foglie appena lineate e non nervose, e lembo del labello del fiore non acuto ma rotondato.

Ciò premesso quanto alla denominazione e sinonimia della specie, mi f ora a descriverla. Da una radice poco corrispondente alla grandezza d pianta, perchè composta di non molte nè assai robuste fibre carnose, cilin che o un poco clavate, ottuse in punta, e simili alle radici aeree, che spunt lungo il tronco della medesima, ma più scolorate e men forti, sorge un fu del diametro di un centimetro, cilindrico, verde, levigatissimo, flessuoso, g colato, diviso a varie distanze da nodi, ognuno de' quali sporge soltanto da lato, ed in corrispondenza alla foglia. Sei centimetri sopra terra, nella pia dell'Orto di Padova, il fusto emette il suo primo ramo, e successivament manda degli altri alternati fra loro, forniti dei caratteri stessi del tronc

suddividentisi in altri ma pochi rami (Tav. I fig. 1.ª). Ogni ramo nasce nell'ascella della foglia da un involucro conico verde carnoso, che fendesi in due, e serve quasi di perula al germoglio latente (fig. 2.ª lett. *c d*). Sì il tronco che i rami quanto più s'allontanano dalla radice crescono in grossezza, per cui nelle parti superiori arrivano da 10 a 14 millimetri di diametro. Da ciascun nodo di questi rami nasce una foglia, il cui picciuolo della lunghezza media di un centimetro, e scanalato, abbraccia una terza parte dello stesso ramo, indi si appiana verso la lamina, della quale è più carnoso; esso è affatto liscio, alquanto pellucido, e d'un color verde pallido (fig. 2.ª lett. *e*). Lateralmente ad ogni picciuolo e con ordine alterno nascono una o due radici aeree o avventizie, pria quasi cilindriche, poi scanalate, tortuose, di un color verde glauco, tendenti alla terra, ed attaccantisi a corpi vicini anche inverniciati o dipinti, ma preferendo le corteccie screpolate de' tronchi (fig. 2.ª lett. *bbb*), di varia lunghezza, arrivando fino a due metri e mezzo. Al picciuolo si fa continua la lamina, ch'è di forma ellittico-lanceolata, ristretta bruscamente all'apice in punta acuta allungata, scanalata verso la base, piana e liscia in ambe le superficie, più verde e più lineata di sopra, acuta, e cartilaginea nei margini, carnosa, dura, grossa due millimetri, larga nel maggior diametro sei centimetri, lunga da 18 a 22 (fig. 8.ª lett. *b*). Dalle ascelle delle foglie superiori sogliono nascere solitarii i racemi dei fiori, diritti nella fioritura, pendenti nella fruttificazione, il di cui asse carnoso un po' più sottile del ramo cui è attaccato, è fornito a piccole distanze di brattee alterne, ovato-lanceolate, semi-amplessicauli, acuminate all'apice, di color verde pallido, scanalate, liscie ed un poco trasparenti (fig. 3.ª lett. *aaa*). Nelle ascelle delle brattee inferiori, (che sono disposte soltanto su due lati opposti del grappolo, mentre le successive sono sparse senza un certo ordine su tutti i lati), avvi un tubercolo per ciascheduna (fig. 3.ª lett. *bbb*), che ha la forma conica e il colorito verde di quelli, da cui notammo nascere i rami lunghesso il tronco. Queste gemme, e specialmente le infime, talvolta si sviluppano in un pedicello portante uno o più fiori, perlochè debbono considerarsi quali gemme fiorali. Dalle ascelle delle altre brattee nascono i fiori (fig. 3.ª lett. *c*), uno per ogni brattea, sessili, orizzontali, inodorosi, che sbocciano l'un dopo l'altro, e non durano più

d' un giorno. Il fiore è costituito: 1.° da un ovario infero, cilindrico, che h
l' apparenza d' un peduncolo, è dolcemente incurvato, verde pallido alla su
base, verde scuro nel resto, liscio, lucente, della lunghezza di 0,05 a 0,5
centimetri, del diametro di 3 a 4 millimetri (fig. 4.ª lett. *e*); 2.° da un per
gonio verde-giallognolo, lungo quanto l' ovario, diviso in sei parti connivent
tre esterne, la superiore delle quali lanceolata, le due laterali bislungo-lance
late ingrossate all' apice e concave al lato interno di questo (fig. 4.ª lett. *aaa*
tre interne, e di queste le due superiori lanceolate, fornite lunghesso il dor
di una costa, che rileva a guisa di cordone (fig. 4.ª lett. *bb*), l' inferiore o l
bello formata a guisa di tubo ventricoso alla sua metà, il di cui lembo è cresp
e ripiegato all' infuori, la fauce sparsa di ghiandolette disposte in serie linea
(fig. 4.ª lett. *c*). 3.° Lungo la parte superiore del tubo, ed immedesimato col
sostanza di questo scorre il *ginostemio o colonna*, la cui estremità libera d'og
aderenza resta fra la fenditura, che divide in due il margine superiore del labe
lo (fig. 4.ª lett. *d*). Il lato interno o faccia inferiore del *ginostemio*, che guard
l' asse del tubo forma lo stilo, il quale termina all' apice in uno stimma comp
sto di due lamine o *rostelli*, bislunghe, ottuse, che paralellamente fra loro s' in
curvano dentro del tubo, e vanno contro il suo fondo, e quindi in direzione op
posta a quella del *ginostemio* (fig. 7.ª lett. *b*). La superiore o esterna di ques
lamine è più lunga e ricopre ed oltrepassa l' inferiore od interna. Il lato este
no o faccia superiore del *ginostemio*, prolungatosi di alcune linee oltre lo stim
ma, si strozza assottigliandosi tutto ad un tratto, indi gradatamente espand
al disopra in una scaglia sottile ma dura e lucente, ch' è l' *operculo* dell' *anter*
al disotto in un cuscinetto di tessitura spugnosa, ch' è l' *antera* medesim
(fig. 7.ª lett. *a*) Dai due lati dell' estremità del *ginostemio* pendono due or
chiette membranose, che nascondono tutta l' antera e la maggior parte del
lamine stimmatiche se queste si osservino lateralmente (fig. 6.ª lett. *a*). F
l' operculo e l' antera stanno annicchiati i due pollinari di figura piriform
piramidale e contenenti un polline granelloso. L' antera è assai mobile e pe
sile per la sottigliezza della strozzatura sopraindicata, che tiene luogo di *fil*
mento, e riposa sulla faccia esterna della lamina superiore dello stimma. N
lato interno della parete inferiore del tubo del labello, rincontro all' anter

havvi un fiocco formato di lamine cuneiformi, frastagliate superiormente, e disposte in serie parallele e ravvicinate (fig. 7.ª lett. *c d*).

Tal era la conformazione dei fiori, che in unione al sullodato D.r Clementi ho analizzato accuratamente nella pianta che coltiviamo. Questa presenta ora quattro rami principali, uno de' quali, che finora non diede fiori, ha la lunghezza di metri 7,80; l'altro, che fiorì l'anno scorso, ed è ancora fruttifero, è lungo metri 7,70; il terzo e quarto, che fiorirono un mese fa, ed ora portano 6 frutti, sono lunghi metri 4,60. Nel secondo dei quattro rami ed all'altezza di metri 4,80 comparve lo scorso Maggio 1842 un grappolo di fiori, ed all'altezza di metri 5,80 un secondo. Il primo fiore si aperse nel giorno ottavo di Giugno, e successivamente sino al dì 25 del mese stesso ne sbocciarono uno, due, e raramente tre in ciascun giorno. Dei 18 fiori fornitimi dalla mia pianta, uno fu analizzato per conoscerne la struttura, 17 furono fecondati, e di questi 14 fruttificarono, tre soli abortirono, probabilmente in conseguenza di una ommissione, che farò nota in appresso. Si aprivano essi di buon mattino, ed alle 8 antim. erano spiegati quanto il comporta l'indole loro, che non permette mai uno spiegamento completo; la fecondazione fu operata fra le 8 e le 10 dei varii giorni in cui furonvi fiori aperti, e nel modo che mi faccio ad esporre. Staccata l'antera (fig. 7.ª lett. *a*), col mezzo di una pinzetta lacerando il filamento, che univala al ginostemio, se ne estrassero mediante una punta metallica i pollinari, da' quali con ripetute scosse ed incisioni fatto uscire quel più di polline che si poteva, fu questo raccolto sulla estremità d'una lama di temperino. Ciò fatto, con una pinzetta si allontanarono le due lamine componenti lo stimma (fig. 7.ª lett. *b*), e contemporaneamente insinuavasi fra le medesime, quanto più profondamente potevasi, coll'altra mano l'estremità della lamina caricata di polline, ed ivi rovesciandola destramente e strofinandola sulla lamina inferiore dello stimma si applicava il polline alla superficie di questa. Altre volte si provò ad introdurre fra le due lamine i pollinari staccati dall'antera, ma interi, od anche la stessa antera co' pollinari attaccativi, comprimendo sì questi che quella fra le lamine sopradette, onde spremerne il polline, portarlo a contatto della superficie stimmatica, e promuoverne l'assorbimento. Sì l'uno che l'altro metodo riuscirono con

eguale felicità, ma l'ultimo sarà sempre preferibile a tutti gli altri come il più facile ed il più pronto. Ad agevolare ancor più questa penosa operazione, fendevasi per lo lungo la parete inferiore del tubo o labello, nè questo taglio, nè la compressione usata per qualche tempo sopra le lamine del pistillo nocquero all'esito dell'artificiale fecondazione. Che anzi la compressione stessa parve indispensabile ad assicurarlo, ed è all'ommissione di questa pratica, per cui il polline o non venne a contatto della superficie stimmatica, o vi restò poco tempo, che puossi con ogni probabilità attribuire la sopraindicata sterilità di tre fiori, che pure erano stati in quanto al resto fecondati al pari degli altri divenuti fruttiferi. Le cure dateci perchè l'operazione ottenesse lo scopo desiderato furono coronate dal più lieto successo, giacchè non solo la fecondazione ebbe effetto, ma nell'osservare le circostanze ad essa consecutive ci avvenne di scoprire un criterio sicuro per conoscere sino dal primo giorno l'esito lieto od infausto della medesima. Qualche ora dopo l'operazione, se la fecondazione riuscì, l'ovario da orizzontale si fa pendente, il perigonio si chiude, e resta attaccato all'ovario stesso per lungo tempo sino alla completa sua disseccazione. Due frutti ottenuti con questa fecondazione portarono attaccato il perigonio secco per ben tre mesi. Nel fiore infecondo, per lo contrario, il perigonio cade nel giorno stesso, in cui quello si aperse, e l'ovario serbasi orizzontale. Gli è perchè nel primo caso i budelli pollinici passando dallo stimma, che mediante il ginostemio fa corpo col perigonio, all'ovario, connettono questi due organi l'uno all'altro, mentre nel secondo mancando questo mezzo di congiunzione, il perigonio si disarticola dall'ovario, e cade rapidamente. Lo stesso metodo di fecondazione fu praticato anche quest'anno nel mese scorso sopra gli otto fiori comparsi nel terzo e nel quarto ramo, e se ne ottenne lo stesso effetto. In quest'ultimo esperimento si è provato a recidere la lamina stimmatica superiore per facilitar l'introduzione del polline nella bocca dello stimma, e si osservò che quest'amputazione non nocque minimamente al successo della fecondazione. La pianta, i di cui fiori sostennero in varii tempi l'artificiale fecondazione. presenta ora tre grappoli di verdi e succose frutta, di cui mi faccio a stendere la descrizione. Il grappolo fruttifero maggiore e più prossimo alla radice

porta otto bacelli attaccati ad un asse di 7 centimetri di lunghezza, grossi da 10 a 15 millimetri nel maggiore lor diametro, lunghi da 12 a 23 cent. (fig. 1 ed 8 lett. *a*). Il grappolo minore e più prossimo alla sommità della pianta, che fu troncata con esso, e che s' inviò all' I. R. Società di Orticultura in Vienna, portava sei bacelli attaccati ad un asse lungo 5 centimetri, il minore de' quali era grosso nel maggiore suo diametro millimetri 8, lungo cent. 12; il maggiore grosso 15 mill. lungo quasi 22 cent., ed uno fu tagliato a mezzo per analizzarne l' interna struttura. I frutti o bacelli d' ambedue i grappoli sono di forma cilindrico-triangolare, per tre leggeri rilievi che sporgono agli angoli dei medesimi ed indicano la sutura delle tre valve, in che dovrebbe fendersi il frutto a completa maturità; sono assottigliati ed incurvi alla base, cilindrici in appresso, e talor anche leggermente clavati, presso all' apice bruscamente ristringonsi, e questo è obbliquamente spostato fuor dell'asse del frutto e rivolto al lato della sutura inferiore, ed oltre ciò è profondamente ombelicato nel mezzo (fig. 9, lett. *c*). Quest' ombelico, che ha un mill. d' incavatura, è di figura triangolare e nel mezzo ha una piccola fossetta della stessa figura, è cinto da un grosso margine quasi bilabiato, il cui labbro maggiore e più sporgente (fig. 9, lett. *a*) corrisponde alle due valve superiori, il minore all'inferiore (fig. 9, lett. *b*). L' apice del frutto è segnato da tre linee, che nella maturazione imbruniscono, e che sono le estremità delle suture (fig. 9, lett. *d. e*). Nell' interno del frutto e per tutta la sua lunghezza scorrono tre placentarii opposti alle valve (fig. 10, lett. *a. b*), ciascuno dei quali dividendosi in due, sembra addoppiarne il numero. Sporgono essi nell' interno di una cavità quasi triangolare, che forma l' asse del frutto, e sovra i medesimi sono disposte molte placente distinte fra loro, frastagliate all' apice, e portanti su questo moltissimi semi di forma orbicolare-trigona, schiacciati, nitidi, neri ed appesi a corti funicoli (fig. 10, lett. *c*). I frutti sono di un color verde eguale a quello dei rami. Sino a che son verdi ed immaturi non mandano verun odore, quando si approssimano a maturità, ingialliscono prima, cominciando dall'apice, e poscia imbruniscono, indi staccansi dall' asse del grappolo, ed allora soltanto tramandano copiosa e soave fragranza. Si disse più sopra, che quello raccolto nell' orto di Padova nel Maggio 1842 aveva

ed ha tuttora forse più grato ed acuto odore della Vaniglia del commercio, e questo fatto sarà trovato ben ragionevole da chi consideri, che la Vaniglia del commercio non matura mai sulla pianta, ma si raccoglie presso che verde, e pria di seccarla si scotta nell' acqua bollente. Con questa pratica essa non può ottenere quell' ultima elaborazione de' suoi principii, che dovea renderla più ricca di aroma, locchè avvenne invece in quella che maturò spontaneamente nell' Orto nostro. Oltre a ciò la nostra Vaniglia non fu spalmata ripetutamente d' olio, come usasi per quella che si reca in commercio, la qual operazione non può che affievolirne non solo, sì ancora alterarne l' odore. Egli è perciò, che io consiglio di far maturare il frutto sulla sua pianta, e di lasciarnelo cadere spontaneamente, ommettendo poscia ogni scottatura od unzione, mentre così si otterranno frutti meno grossi a dir vero, e men pesanti, ma più aromatici di quelli assoggettati alle pratiche sopradette, e quindi di maggior prezzo in commercio. Caduti che sieno, basterà riporli in vasi di terra verniciati o in cassette di piombo per conservarli.

La *Vanilla planifolia* esige ben poche cure pella sua coltivazione. Un vaso di terriccio vegetale mescolato a poca sabbia di fiume per facilitare lo scolo della umidità, che potrebbe infracidirne le radici se vi fosse lungamente a contatto; una corteccia screpolata, rugosa, spugnosa, cui possa ella affiggere le sue radici aeree, p. e. di rovere o meglio di salice o pioppo; pochi inaffiamenti ed una temperatura, che non sia minore di 10 gr. R. nel verno; frequenti inaffiamenti, in luogo caldo e difeso da troppo continuati e diretti raggi di sole nell' estate, bastano alla sua prosperosa vegetazione. A ciò pure contribuisce l' avvolgere nell' estate di musco i tronchi principali e quelle parti di essi, che cominciano ad aggrinzarsi, tenendolo frequentemente umettato. La sua moltiplicazione riesce di talea, immergendo questa nel terriccio vegetale mescolato con sabbia, o meglio nel carbone, e tenendola in *chassis* coperti, ad alta temperatura, in atmosfera umida e riparati dal sole.

Fu scritto dal ch. prof. Morren, che il fusto della Vaniglia dopo la sua fruttificazione disseccasi nella base, locchè a suo avviso rende le radici aeree indispensabili alla vita della pianta. Questa osservazione non ci fu dato di confermare fra noi, ove i cauli fruttiferi si serbarono verdi e vegeti come

prima. Soltanto il ramo, che portava il grappolo fruttifero dell' anno scorso, sembrò avvizzirsi per alcun tratto, ma poco dopo riprese l' ordinaria succosità e levigatezza. Tutti quelli che portano frutti presentemente nell' Orto nostro non mostrano differenza alcuna in tal riguardo dagli altri rami.

Dalla storia della fruttificazione della Vaniglia nell' Orto botanico di Padova, e dalla descrizione datane di ogni sua parte, possono dedursi alcune conseguenze, e notare alcuni fatti nuovamente osservati che importa di qui raccogliere, qual sunto di questo scritto.

1.° La *Vanilla planifolia* fiorisce da varii anni in quest' Orto botanico senza essere tormentata con alcuno di que' metodi, che furono consigliati dal prof. Morren per ottenere siffatto scopo.

2.° Il modo più semplice per fecondarla artificialmente, onde averne dei frutti, è l' insinuare l' antera staccata dall' apice del ginostemio fra le due lamine componenti lo stimma, comprimendola dolcemente e per qualche istante fra queste.

3.° Indizio certo di seguìta fecondazione è la persistenza del perigonio sull' ovario oltre il giorno, in cui quella operazione fu praticata.

4.° Non è necessario più di un anno di tempo per la maturazione del frutto, come avvenne a Parigi, avendolosi raccolto in Padova in un periodo poco più lungo di nove mesi; ma questo tempo può variare a seconda di molte cause e specialmente della temperatura. Così in quest'anno che la temperatura non raggiunse il grado dell' anno scorso, la maturazione del frutto oltrepassò un anno intero.

5.° Per aver frutti squisitamente aromatici, al metodo altrove praticato di tagliare i frutti immaturi dalla pianta, e di scottarli, o di ungerli, devesi preferire quello di lasciarli maturare sulla medesima finchè ne cadano spontaneamente, e di non farvi in seguito veruna preparazione, limitandosi a riporli in vasi di terra verniciati, o di piombo per conservarli.

6.° I rami nella *Vanilla planifolia* trovansi nelle ascelle delle foglie in istato di rudimento coperti da un involucro indeiscente, carnoso, verde, che in date circostanze e per uno sforzo di vigorosa vegetazione giunge talora a fendersi irregolarmente, ed è probabilmente per la resistenza di questo invo-

lucro che scarsi e l'un dall'altro lontani sono i rami di questa pianta, benchè le gemme rameali sieno frequenti. Questa opinione, che io annunziai prima come un sospetto all'I. R. Società orticola di Vienna, cangiossi poscia in certezza, giacchè praticata una incisione longitudinale, e trasversale sull'involucro vidi uscirne il ramo in esso racchiuso. Tale osservazione che insegna il modo di accrescere il numero de' rami, e quindi ancora di moltiplicare con questi la nostra pianta di talea, può meritare di essere conosciuta dai cultori della Vaniglia. Non tacerò poi di un fatto singolare osservato in una delle sue gemme, la quale anzichè emettere un ramo dalla fenditura dell'involucro, come di consueto, mandò fuori una radice aerea, la quale scorrendo sulla faccia della foglia sottoposta vi si attaccò, e seguitò ad allungarsi nella direzione del diametro longitudinale della medesima.

Chiunque consideri all'eminente prezzo cui salse la Vaniglia in Europa, ed alla possibilità dimostrata di ottenerne anche qui frutta non inferiori a quelle, che ci vengono d'America, troverà argomento meritevole di studii accurati la cultura e la fruttificazione della preziosa pianta che le produce. Esigendo la prima ben poche cure, e la seconda una pratica facile ad acquistarsi, l'artificiale fruttificazione della medesima potrebbe formar soggetto di una speculazione importante, utile specialmente a quelli, che fossero i primi ad impossessarsi di questo novello ramo d'industria. Essa in alcuni anni ci francherebbe forse del gravoso tributo, che ora paghiamo all'estero per questa droga, il cui delizioso profumo è divenuto necessità di alcune arti, ed in appresso potrebbe ancora riuscire lucroso oggetto di esportazione. La mitezza del nostro clima, l'ardore de' nostri soli, per cui i suoi bacelli maturano qui più prontamente che altrove, potrebbe e nella squisitezza e nella precocità del prodotto darci la preferenza sugli altri Stati risguardati da ciel men benigno, che si volgessero a simili tentativi. Invito io dunque coloro, che si piacciono di por l'ingegno nel profittare delle novelle fonti, che la scienza incessantemente schiude all'industria, a sperimentare in grande ed in edifizii da ciò, la coltura di questa pianta, offerendomi a porger loro quei pochi lumi, che la pratica di quattro anni mi venne successivamente somministrando. Non dissimulo che resta pure un grande ostacolo a vincersi, la

difficoltà di far fiorire regolarmente ed ogni anno codesta pianta in quello stato di prigionia, in cui la danniamo a vivere per entro alle nostre stufe, per cui ora riescirebbe incerta l'annuale quantità del prodotto. Ma se la grande probabilità del guadagno farà rivolgere le assidue cure degli speculatori a un' argomento per anco vergine qual si è questo della Vaniglia, non è a disperare che abbiasi a scoprire il modo di promuovere e pressocchè di forzar la fioritura di questa pianta. I giardinieri del Belgio ne hanno già con qualche successo tentato uno, che consiste nel punzecchiare con aghi intinti nell' olio le tenere messe, onde richiamandovi un più largo afflusso di succhi determinare pel costui mezzo lo svolgimento delle gemme fiorali. So che un tal metodo altrove non riuscì, ma io non dubito che ripetendolo assai, e variandone il modo e le avvertenze e la stagione, e sperimentandolo su piante di varia età, e mutando a queste or la temperatura or lo stato igrometrico, allevandone altre in terra schietta, altre nel carbon fossile, altre pur nella torba, e facendovi intorno quelle diligenze amorevoli ed importune con cui sogliono i fisici interrogar la natura e meritarne i responsi, non dubito che possasi un giorno giungere o alla scoperta di un nuovo metodo, o per lo meno a tale perfezionamento di questo da ottenere frequente e regolare la fioritura della Vaniglia.

Valessero, come io il desidero, questi cenni a risvegliare in alcuni un deliberato proposito di dedicarsi a sperimenti, che presentano sì lusinghiera prosperità di successo: quanto a me lego a voi la mia fede di tentare con perseverante operosità ogni maniera di prove affinchè in quello stesso Stabilimento, che primo fra nostri forzò la Vaniglia a dar frutta, si giunga ancora a scoprire il modo di promuoverne ed accertarne la fioritura.

(Letta il 26 Giugno 1843)

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. Portamento generale della pianta, in cui vedesi alla lett. *a* il ramo che ha fruttato nel 1841, e porta frutta anche adesso; alle lett. *bb* i rami ora in fiore: tutto di grandezza minore del naturale.

Fig. 2. Porzione di tronco, in cui scorgesi alla lett. *a* una sezione orizzontale del medesimo; *bbb* le radici aeree ora solitarie, ora appajate; *c* l'involucro della gemma che racchiude il rudimento del ramo; *d* l'involucro fesso, da cui esce il ramo; *e* l'inserzione della foglia: tutto di grandezza naturale.

Fig. 3. Novello grappolo fiorale quale apparisce in sul principio, e prima che sieno caduti i frutti dell'anno innanzi, in cui veggonsi le brattee *aaa*; i tubercoli o gemme fiorali per lo più abortive *bbb*; la gemma fiorale prossima a sbocciare *c*: tutto di grandezza naturale.

Fig. 4. Fiore di grandezza naturale composto di tre foglioline del perigonio esterne *aaa*; di due laterali interne *bb*; del labello *c*; del ginostemio *d*; dell'ovario *e*.

Fig. 5. Prospetto del fiore; *a* prospetto dell'antera: di grandezza naturale.

Fig. 6. Labello staccato dal fiore e lacerato presso l'apice del ginostemio per far vedere in *a* una delle due orecchiette coprenti lateralmente l'apice del ginostemio; in *b* l'antera veduta in profilo; in *c* le due lamine dello stimma vedute obliquamente: di grandezza naturale.

Fig. 7. Labello al naturale spaccato parallelamente all'asse, onde vedervi l'antera *a*, le due lamine stigmatiche o rostelli *b*, il fiocco di lamine cuneiformi *c*. Questo fiocco vedesi ingrandito alla lett. *d*.

Fig. 8. Grappolo maggiore con otto frutta in dimensioni naturali con brattee e foglia.

Fig. 9. Parte inferiore di un frutto veduta per di sotto onde scorgervi l' ombelico triangolare *c*, il suo margine diviso in labbro inferiore *b*, e superiore *a*; due delle tre linee suturali *de*: tutto di grandezza naturale.

Fig. 10. Lett. *a*. Sezione del frutto perpendicolare all' asse, onde osservarne i canali placentiferi *, e la disposizione delle placente verso l' asse del frutto. Lett. *b* le parti stesse con notevole ingrandimento. Lett. *c* sezione verticale di una porzione del frutto, in cui veggonsi le placente * * * .

SULLE CAVERNE

DELLE PROVINCIE VENETE

MEMORIA

DEL PROF. TOMMASO ANTONIO CATULLO

Sul pendio delle montagne, e nel fondo delle valli vi sono degli antri più o meno vasti ed estesi ai quali fu dato il nome di *Caverne*. Se ne trovano ai lati dei torrenti posti in gole molto profonde, nè meno frequenti sono quelle che si mostrano più alte del letto dal quale i fiumi ed i torrenti discendono. In generale si può dire che le Caverne sono più numerose ove gli sfaldamenti delle montagne hanno interrotto l'antico corso de' fiumi, ma non per questo si può dire egualmente che le vestigia di rovine sulle falde di esse montagne, e le evidenti scontinuità degli strati prodotte, da un vasto subbissamento, abbiano data origine alle Caverne, perchè con più di ragione si potrebbe rivoltare la frase, e dire che le Caverne si trovano in maggior copia dove sonovi strati diroccati in quanto che esse stesse resero meno solida l'ossatura de' monti, e ne favorirono la caduta. Le Caverne, in uno coi fenomeni ad esse relativi, esistono in molti luoghi così dell'antico come del nuovo mondo, non eccettuata la Nuova Olanda, dove alle ossa di mammiferi indigeni si veggono associati gli avanzi di Elefanti e di altri generi di animali che adesso vivono soltanto ne' paesi più caldi dell'antico continente.

Assai intricata è la maniera con la quale i Geologi spiegano l'origine delle Caverne, benchè si voglia da molti riguardarle come un fenomeno che accompagnò la consolidazione delle montagne. Questi vani sotterranei se lo domandiamo a De Luc, non sono che sprofondamenti prodotti dall'acqua infiltratasi attraverso le masse pietrose, sotto cui esisteva una massa di fango. *(Lettres à Blumenbach, N.° 3.e)* (1) Se invece interroghiamo Breislak, ci dirà che nel raffreddamento del globo non tutti i gas poterono giungere alla superficie della terra, ma si arrestarono al di sotto di essa producendo dei vuoti di una grandezza proporzionata al loro volume, ed alla loro elasticità *(Institutions géologiques*, §. 135); e se consultiamo Brocchi apprendiamo che questi baratri sono contemporanei all'origine delle montagne. *(Bibliot. Italiana* 1822.) Si è anche pensato che il calcare, solubile per sè stesso nell'acqua carica di acido carbonico, sia stato corroso dalla medesima, e ne sia stata a poco a poco levata tutta la massa corrispondente all'ampiezza attuale della Caverna; ma come osserva Marcel di Serres, la causa non è proporzionata all'effetto, nè uomo saprà mai persuadersi che le Caverne opera sieno dell'acqua *(Essai sur les Cavernes, pag.* 16.) Di fatto se per un verso l'acqua contribuisce ad accrescerne in qualche maniera l'ampiezza solcandone le pareti, per l'altro essa tende a diminuirla coi materiali che seco trascina, e nessuno vorrà disconvenire che gli effetti prodotti in quest'ultima operazione, non sieno di gran lunga più grandiosi de' primi.

L'opinione che le Caverne sieno coeve ai monti sembra, come dicemmo, la più generalmente ricevuta, sebbene qualche rispettabile naturalista ammetta ch'esse fossero dapprima riempiute di materie saline portate via dalle acque lungo tempo dopo il consolidamento delle montagne, in prova di che si citano le pareti di alcune Caverne, le quali invece di essere piane e liscie, sono scavate da solchi profondi simili presso a poco ai solchi lasciati dai torrenti sui fianchi delle valli entro cui scorrono *(Diction. des sciences naturelles, art. Caverne; Daubuisson, Traité de Géologie, T. II. pag.* 391.) Osservo però che adottando questa idea, è difficile concepire come il fluido acquoso abbia potuto trascinare seco il materiale di quelle Caverne che mancano di esiti laterali, e che solo permettono la discesa dall'alto al basso, come si pratica

ne' pozzi. Tali sono gli antri di Osa nel paese de' Volsci, e quelli di Antullo presso Alatri nelle montagne degli Ernici; e tali pur sono le Caverne di Romagnano nel Veronese, di cui si parlerà in altro luogo. Ho poi ripetute volte osservato che in molte Caverne la roccia costituente le pareti non è quella medesima che compone il corpo della montagna, ma tutte le ondulazioni e solcature che si veggono sui fianchi e sul tetto sono invece maniere diverse di forme ricevute dalla stalagmite che ricopre tutto il vano della spelonca, come per esempio si vede nella grotta di Cerè nel Veronese. Anche il sig. Bouè, per non lasciare senza spiegazione il fenomeno delle Caverne, volle entrare nello stesso argomento, ammettendo che un gran numero di cause abbia cooperato alla loro formazione; quindi il diroccamento parziale degli strati, le esili fenditure, gli spacchi, la semplice piegatura, o il passaggio degli strati dalla posizione orizzontale alla forma arcuata, sono le cause cui egli ascrive l'origine delle Caverne; poscia ricorre all'azione corrodente dell'acqua carica di gas acido carbonico per ispiegare il successivo loro ingrandimento. (*Guide du géologue voyageur*, *T. II. pag.* 109.)

La supposizione che le fenditure e gli spacchi abbiano dato principio alle Caverne, si combina bensì colla forma di alcune, ma non può essere applicata alla spiegazione del modo con cui molte altre furono prodotte. Le separazioni di continuità dovute alle fenditure, possono tutt'al più avere generati quegli antri, che per essere più alti che larghi, e perchè mancano di vôlte spaziose e tondeggianti, risvegliano la idea che in origine fossero spacchi dilatati ed ingranditi dalle acque; ma per le Caverne ample, fornite di concamerazioni, e provvedute di vôlte che si raggirano intorno a un medesimo centro, questa stessa ipotesi non si presta del pari alla spiegazione del fenomeno, e l'imaginazione troverà sempre difficoltà a concepire come una fenditura possa aver generato quelle rotondità che si ammirano nelle dette Caverne, e che sembrano formate per così dire, di un solo getto. Nelle spelonche di Veja (*Veronese*) le vôlte sono fatte a foggia di cupola, e in qualche luogo vi hanno de' fori che mettono in altri vuoti comunicanti fra loro, e tutti col tetto conformato a vôlta simile a quello de' forni che servono a cuocere il pane; figura che certo non può essere attribuita a fenditure longitudinali preesistenti nel corpo della

montagna. Dalla descrizione da noi esibita delle Caverne di Veja si apprenderà che ivi si può raccogliere abbondanti materiali per distruggere le mal concepite teorie sull' origine delle Caverne e per architettarne di nuove. Per l' opposto la Caverna che si vede sulle falde del calcare rosso sabbionoso del Molinetto, sulla dritta del Piave *(tra Feltre e Cornuda)*, può indurre nel supposto che quel vano fosse in origine una spaccatura, perciocchè si presenta all' occhio sotto la forma di un grande taglio, che dal fondo del monte quasi verticalmente s' innalza, e tanto più si ristringe quanto più si avvicina alla sommità, tal che se nel basso offre la larghezza di alcuni metri, codesta va gradatamente scemando, finchè si riduce ad un punto, in cui le pareti longitudinali della Caverna si ricongiungono insieme, e danno allo spacco la sembianza di una fessura. Il vano che serpeggia nell' interno di questo monte ha direzioni diverse, e piega prima a dritta, poi sembra che si faccia strada fra' pezzi di strati disquilibrati, divenendo più angusto e quasi impraticabile dall'uomo. L'acqua, che spesse volte gronda dall'alto, rende così limaccioso il terreno, che poco cammino vi si può fare senza mettere a quando a quando le mani a terra. Il tetto, lungi dal presentare le vôlte a cupola, riesce invece acuminato, ed è quale doveva essere, se quel baratro è derivato, come sembra, da una fenditura.

Nè tampoco si può credere col sig. Boué che alla produzione delle Caverne abbia influito la curvatura sofferta dagli strati per opera de' vulcani, non essendo facile a comprendere come la materia solida di uno strato possa ricevere curvature così regolari come sono quelle che si veggono in varie montagne dello Stato Veneto, a meno che non si ammetta nel centro di dette montagne la preesistenza di una qualche Caverna. E nel vero, le due giogaje calcarie che spalleggiano la Valle Pantena nel Veronese offrono in alcuni luoghi un complesso di strati piegati in arco aventi sotto di sè Caverne molto lunghe e spaziose, dentro le quali veggonsi adagiati enormi massi di calcare distaccati dalle pareti superiori per effetto di cataclismi e di rivoluzioni accadute in quella valle. Nè parmi si possa spiegare la derivazione di que' massi senza supporre che siano stati crollati dal tetto della Caverna, la quale, se si volesse crederla un prodotto della caduta di tali massi, e della successiva

arcuazione degli strati rimasti in posto, non avrebbe potuto servire di ricetto ai massi; e per ciò stesso siamo autorizzati a dire, che il distacco, e la sofferta curvatura degli strati abbiano piuttosto cooperato a diminuire l'ampiezza della Caverna, di quello che a generarla. Tournal e Virlet, deducono anche essi l'origine della totalità delle Caverne dall'azione simultanea de' sollevamenti, de' terremoti, e delle correnti acide, che per via di corrosione ne ingrandirono l'ampiezza *(Bull. de la Société géologique de France T. IV. pag.* 317); ma se vogliamo avere riguardo a quelle Caverne che per la loro configurazione mostrano di essere coetanee alle montagne nelle quali esistono, parmi si possano muovere ai citati autori le stesse domande, che fatte abbiamo al sig. Boué. Marcel di Serres ammette del pari l'influenza de' sollevamenti nella formazione delle Caverne e noi stessi ci siamo dichiarati in favore di questa opinione, trattando dell' origine di alcune, non già di tutte le Caverne che abbiamo esaminate nello Stato Veneto, e ne' paesi circonvicini. Vide però il di Serres non essere verisimile che la sola rottura avvenuta sugli strati durante il loro raddrizzamento abbia potuto produrre le Caverne a pareti rotonde, e per ciò stesso immaginò, che al momento delle conflagrazioni vulcaniche la roccia calcaria fosse molle, e quindi capace di cedere senza spezzarsi all' impeto delle forze sollevatrici, e di curvarsi nel modo che ora osserviamo. Il supporre la massa calcaria ancor molle quando ebbero origine i sollevamenti, e quindi le Caverne, che ne furono la conseguenza, parmi una congettura non applicabile alla generalità del fenomeno, imperocchè le grandi ejezioni vulcaniche dello stato Veneto o sono anteriori all' epoca in cui il mare ha depositato il terreno di sedimento medio, o sono accadute dopo il consolidamento della formazione terziaria. (2) Nel primo caso i sollevamenti non si possono combinare con la teoria delle Caverne, perchè non ancora erano surti i monti che ad esse danno ricetto e nel secondo non è presumibile, che dopo l'indurimento de' terreni terziarii le rocce secondarie, in cui più abbondano le Caverne, non avessero acquistato quel grado di consistenza e di durezza di cui erano capaci, ma si mantenessero molli, come pensa l'autore. *(Marcel de Serres, Essai sur les Cavernes, pag.* 18 *e seguenti.)*

Se molte Caverne si considerano dai geologisti di una origine assai

remota, e coetanea alla *coagmentazione* de' monti in cui esistono, molte altre si sono aperte in tempi a noi più vicini, per effetto di quelle forze fisiche, che dopo la consolidazione de' terreni terziarii, hanno agito sopra tutta la superficie della terra. Queste medesime forze contribuirono alla formazione di molte altre spaccature che vi sono ne' monti, talvolta vuote, talvolta riempiute di ossa spezzate accompagnate da frammenti di pietre di diverse grandezze, e della natura delle rocce che formano le vicine montagne, il tutto legato insieme da una pasta calcario-argillosa di colore rossiccio, e di variabile consistenza. Di queste brecce ossee se ne trovano nella Dalmazia, in Gibilterra, e nell' Isola di Cerigo, dove l' impasto riesce molto duro, e le ossa vi sono più stritolate. A Cherso ed Osero nel Quarnero la copia delle ossa è così grande e l' imprigionamento loro in materia lapidea così costante, che non si può rinunziare all' idea che grandi correnti di acqua dolce non le abbiano ivi trascinate; e di ciò non si ha più dubbio veruno quando si pensa che in mezzo a quelle reliquie di animali terrestri non vi si può scoprire nè ad occhio nudo, nè coll' ajuto di lente vestigio alcuno di corpi marini (3).

Le Caverne possono esistere nelle roccie calcarie di ogni età, cominciando dalle intermediarie fino a quelle che si sono innalzate nell' epoca diluviana, ed è quindi troppo patente l' errore di Reuss, che additava sotto il nome di calcare delle spelonche *(Höhlenkalk)* una roccia che può appartenere a più formazioni, non già al solo calcare del Jura come egli pensa, appoggiandosi a quanto potè osservare nella Francia, nella Svevia e nella Baviera. In effetto le cavità sotterranee delle Provincie Venete scarseggiano nel calcare del Jura, sono molto numerose nel calcare della creta, e si trovano altresì nel terreno terziario; come per esempio nel calcare grossolano del Vicentino e del Veronese, astrazione facendo dagli scavi aperti in quest'ultima roccia per estrarre pietre da fabbrica (4).

Tuttochè la formazione delle Caverne appartenga ad epoche geologiche differenti, pure molti geologi, e particolarmente il celebre Brongniart, non ricusarono di consociarle ai terreni diluviani, non già perchè a questi terreni le riputassero onninamente coeve, ma perchè danno ricetto alle ossa di animali che mancano de' loro analoghi fra le specie che tuttora sussistono, i quali

non avendo potuto sopravvivere alle grandi vicissitudini accadute sulla terra nell' ultimo periodo geologico, dovettero miseramente perire. Alcuni si rifuggiarono nelle Caverne che pur sono gli abituali nascondigli de' carnivori, altri, se vogliamo por mente allo stato di mutilazione ed al disordine col quale sono distribuiti i loro avanzi, pare siano stati trasportati da violenti inondazioni ne' luoghi in cui li troviamo. Fra i primi sono più frequenti le specie carnivore che le erbivore, e fra i secondi vi si trovano reliquie di ruminanti e di animali rosicatori. Questi ultimi formano quei prodigiosi ammassi di ossa incluse negli spacchi delle montagne, i quali costituiscono le così dette breccie ossee de' naturalisti. Le ossa umane rinvenute nella Guadalupa, e nella Caverna de' morti a Daufort, le altre discoperte a Koestriz appartengono alla formazione postdiluviana, e voglionsi distinguere dagli avanzi di belve deperite nell' epoca diluviana, cioè in quell' enorme sconvolgimento che ha cagionata e rinnovata la superficie del nostro pianeta. Lo stesso possiamo dire delle ossa di animali di cui la terra nutrisce ancora gli analoghi, e che talvolta si trovano associate alle ossa dell' uomo. Codeste accumunate alle ossa di carnivori riferibili a specie deperite, sono state argomento di serie discussioni fra i naturalisti, volendo gli uni che siano contemporanee alle ossa di tigre, di orso, di jena, e ritenendo gli altri che queste ultime si debbano considerare di gran lunga più antiche. Desnoyers, che ha trattato con molta erudizione questo argomento, trovò che la presenza di ossa umane nelle Caverne è un fatto che può ricevere dilucidazione dalla Storia; imperciocchè sappiamo da Floro, che Cesare ordinava ai suoi soldati *di chiudere le astute genti dell' Aquitania nelle Caverne*, dove per antica consuetudine solevano accovacciarsi le tribù della razza Celtica, per sottrarsi al flagello della guerra, ed ai rigori del verno (5). Quest' ultima circostanza esclude l' idea che le tigri, i leoni e gli elefanti fossero contemporanei agli uomini di quell' età, e tale è l' opinione di Desnoyers, il quale spiega il fenomeno ammettendo che i carcami degli uomini morti in quelle grotte siano stati rimossi dalle acque e portati ne' baratri vicini, ove gran tempo prima si erano rifuggiti gli animali di cui sopra parlammo. (*Bull. de la Société Géologique de France, T. II, pag.* 127.)

Ma se le acque non si debbono riguardare come la causa prima che abbia prodotto molte Caverne, esse hanno avuto però gran parte nel loro ingrandimento, e contribuirono poi esse sole alla formazione delle stalattiti, delle stalagmiti e di que' festoni o grottami pendenti che si ammirano sui fianchi di alcune spelonche, sotto i quali apronsi talvolta gl' ingressi che conducono in altre Caverne, e che servirono un giorno di passaggio a grandi correnti. I solchi ed i rilievi impressi nelle pareti delle Caverne, le forme tondeggianti de' ciglioni che sporgono in varii punti delle volte superiori, e più di tutto il limo e le sabbie che ostruiscono le affossature del suolo, ed i pezzi di roccie calcarie, che per essere sprovveduti di angoli mostrano di avere rotolato in seno alle correnti, sono indizii sicuri che l' acqua riempiva negli andati tempi quelle sotterranee cavità.

Prescindendo dall' entrare in ulteriori discorsi sull' origine e successiva ampliazione delle Caverne, e sulle varie opinioni emesse sopra questo argomento, io passo tosto a discorrere delle Caverne da me esaminate nei monti calcarei delle Alpi Venete ed a descrivere a mano a mano gli avanzi di animali che mi occorse di vedere, or nell' una, or nell' altra delle medesime.

Caverne del Bellunese.

Dal vedere che una buona porzione della giogaja calcaria che sorge al sud di Belluno tra *Cirvoi* e *Giavon*, è tutta scogliosa, e di nudi massi composta, ho concepito tosto il sospetto che là d' intorno vi potessero essere delle Caverne, le quali tolgano ai monti gran parte della loro solidità, e li rendano più proclivi allo sfasciamento (6). Il luogo dal quale questa congerie di massi rovinati dall' alto, e adagiati sui fianchi del monte, può essere divisatamente osservata è *Dussoi*, villaggio che distà tre miglia o poco più da Belluno; e l' antro che primo si affaccia alzandosi sul monté, piegando verso l' est, n' è quello di *s. Pietro Tuba*, a cui si arriva per sentieri inospiti, e dopo un cammino di circa due miglia. L' antro per verità non è tanto amplo da meritarsi il nome di Caverna, ma si può ragionevolmente credere che in quel monte altri ve ne sieno di più estesi, imperciocchè molti de' fori che ho incontrati

tra via presentano la sembianza di altrettante aperture di Caverne impraticabili all' uomo. La forma dell' antro è irregolare anzi che no, e vi si penetra per un' angusta apertura situata presso gli avanzi di un antico monastero eretto, a ciò che narra il Piloni, fra il terzo o quarto secolo dell' era volgare, non lungi dal quale v' ebbe nelle passate età un forte castello, celebrato da varii storici de' bassi tempi, e di cui fa menzione anco il Piloni alle facce 129, 151 e 160 della sua Storia Bellunese. Nell' interno del vano, e propriamente di prospetto alla buca per la quale si entra, vedesi una lunga spaccatura, nella quale per la sua angustia non essendo dato di penetrare, non si può dire quanto s' insinui nel massiccio del monte, e se conduca in altre maggiori cavità. Nessun avanzo appartenente all' osteologia rinvenni in quella ripida eminenza, se si eccettuino le ossa umane che giacevano nelle tombe di quegli antichi cenobiti poste al di fuori del monastero, le quali, rovinate dal tempo, hanno dato accesso all' acqua piovana, che trasportò le ossa nei luoghi in cui si veggono adesso disperse.

Nella stessa catena di monti, in un sito detto *Camp*, sei miglia al sud di Belluno, v' ha a fior di terra un foro assai amplo, il quale serve d' ingresso ad una spelonca, che i villici del luogo chiamano *Sparlonga*, storpiando, come ognun vede, il vocabolo esprimente il vero suo nome. Vi si penetra per un piano molto inclinato, che si fa più rapido e disastroso a misura che più si avvicina al vestibulo che gli succede. Sarebbe troppo presontuosa fiducia insinuarvisi senza prima assicurare il corpo ad una fune sorretta da braccia nerborute, e ciò ancora non basta per ovviare ad ogni pericolo. La via di cui parlo è lunga quaranta metri circa, e così dai lati come dal tetto sporgono fuori, non già stalattiti, e stalagmiti, ma lunghe e larghe concrezioni, che a foggia di ondulate tramezze ostruiscono una buona metà del canale che devesi attraversare per giungere al primo allargamento della caverna, pieno anch' esso di punte e di rialti lavorati dagli stillicidi. Giunti nell' antro ch' è molto grande, vi si veggono sulle pareti infinità di affossature e di rilievi, che per essere paralleli all' orizzonte raffigurano altrettanti scaffali, prodotti essi pure dall' acqua, sopra i quali numerosissimi individui del *Pyrrhocorax alpinus* si fabbricano con molta industria il proprio nido. Nè si può dire che

arrivati a quelle profondità la storia della *Sparlonga* sia terminata, imperocchè v' ha in un certo punto del suolo un foro del diametro di tre piedi, dal quale viene trasmesso all' orecchio un vasto sussurio, e come uno scendere lontano e profondo di fiume, che secondo ogni probabilità porta per sotterranea via le sue acque nel Serravallese, e forse nel Lago Morto, che in linea retta non gli distà più di un miglio. Moltissimi sono i fiumi che prendono origine nelle caverne, e si nascondono entro suoli montuosi per riprendere il loro corso sopra terra, e pochi, anzi pochissimi sono quelli il cui corso non si possa seguire colla osservazione, e di questo numero è certamente il fiume di cui cui parlo, e del quale ho sentito io stesso il mormorio adagiando la testa presso l' orlo dell' apertura che mette in quell' abisso (7). Seppi dai villici del luogo che nel 1804 un uomo intento a portar via i nidi dell' uccello sopra mentovato, senza por mente al foro, vi è caduto dentro, e che fu duopo di una lunghissima corda per cavarne fuori il cadavere. Però nulla si sa di certo circa lo spazio che divide il foro dal fondo di questa seconda caverna. Ciò è quanto mi fu narrato della *Sparlonga* più bassa di *Camp*, il cui difficile e pericoloso accesso rendonla oggetto di spavento a tutti coloro coi quali io pur voleva tentarne la discesa. È cosa però osservabile, che quanto più le Caverne sono vaste e degne de' riguardi del naturalista tanto più si rendono inaccessibili per l' asprezza delle vie e per le difficoltà spesse volte insuperabili che vi s' incontrano, quasi la natura avesse voluto difendere i suoi secreti, e garantirli dagli assalti dell' uomo. Sono appunto gli ostacoli, sovente inseparabili da siffatti viaggi sotterranei, che hanno raffreddata la curiosità degli osservatori istrutti, i quali si contentano di vedere le Caverne a cui si arriva senza gravi pericoli, lasciando da un canto le altre.

Non solo nell'Italia, ove assai poco fu scritto sulle Caverne, ma ben anche altrove, ed anche in Francia ve ne sono alcune, se non al tutto dimenticate dai viventi naturalisti, certo da pochissimi prese in esame. Quella di Ganges nelle Cevenne, stando alla descrizione che ne diede Marsellier, è una delle più interessanti, e ad onta del fervore con cui vengono illustrate le Caverne di quel regno il solo Marcel di Serres si fece non ha guari a visitarla (*Recherches sur les Cavernes de Lunel-Viel*, 1840.) affrontando

tutti i pericoli, forse troppo esagerati dal Marsellier, che nello scorso secolo fu il primo a vederla. (*Jour. encycloped.* 1787.)

Cenni sulla Geognosia e sulle Caverne dell'Alpago.

La *Sparlonga* di *Camp* non è la sola Caverna del Bellunese che sia inaccessibile, chè altre ve ne sono nell'Alpago, ovvero in quella porzione di montagne che si vede all'est di Belluno, tutta circondata dal terreno di trasporto, e tutta piena di burroni prodotti da sfasciamenti ivi occorsi in rimotissimi tempi, e ripetutisi ne' primi secoli dell'Era nostra, in causa de' quali ultimi il Piave abbandonò l'antico suo letto, e si aprì la via che corre presentemente (*Trattato sui terreni alluviali delle Provincie Venete pag.* 135.) Ascendendo le vette dell'Alpago per l'aspra via del *Runal* (presso *Fara*) si arriva ad un altipiano di sette in otto miglia di circuito detto *Pian del Canfei* cinto tutto all'intorno di abeti, ed in parte di faggi, che dal perimetro dell'altipiano si estendono rigogliosi giù per la china de' monti, e vanno a formare la gran Selva del Cansiglio.

Il complesso delle montagne alpaghesi si riferisce in largo senso al sistema cretaceo, la roccia più bassa del quale è il calcare con Rudiste, avente sotto di se un terreno che per più rispetti debbesi conguagliare alla formazione del Jura. È questo un calcare alquanto argilloso, di tinta variabile, caratterizzato dall'abbondanza delle terebratule che contiene, e che sembra essere una progressione di quello che verso levante si vede alla radice del monte Sochero (*Val gallina*) da cui ho schiantate le specie già descritte e figurate nella Zoologia fossile delle Alpi venete. Questa roccia si mostra per qualche tratto nelle vicinanze di *Fara*, e ricomparisce ne' dintorni del *Piné*, a due miglia o poco più da Fadalto. In questo ultimo sito porta immediatamente sopra di sè il calcare con Rudiste, senza che verun tramezzo arenaceo o argilloso ne lo separi, e senza alzarsi dal suolo non più di un metro, circostanza che impedisce di vedere la grossezza e direzione de' suoi corsi, e quindi di riconoscere la *concordanza* o *la divergenza* che v'ha tra gli strati delle rocce superiori, e gli strati del calcare in discorso. Dal vedere che i

suoi caratteri zoologici, dedotti dall'esame di moltissimi individui della medesima specie, non avevano niente di comune con quelli del calcare che gli è sovrapposto, lo riputai fino dal 1832 una roccia di formazione diversa e lo qualificai *un membro del terreno pelagico di Brougniart;* nel quale avviso mi hanno vieppiù confermato le osservazioni fatte dappoi intorno le specie cui potevano appartenere i gusci di quelle bivalvi. Il calcare con Rudiste è sempre bianco, ma non sempre dello stesso aspetto e solidità, nè sempre fornito di sole Sferuliti (8) ed Ippuriti, avendovi de' luoghi (*Borsoi*) ne' quali siffatti testacei appajono associati alle Plagiostome, alle Podopsidi, alle Veneri (?); mentre in altri siti (*Piné*) si veggono uniti alle Nerinee, alle Acteonelle, ed anche alli Baculiti, come ne fanno prova le descrizioni e le figure che di tali specie ho esibite nella Memoria stampata negli Atti dell'Accademia di Padova (*Tomo IV pag.* 3. *tav.* I. II.)

Ho dichiarato in altri scritti di non conoscere nelle Alpi venete nessun calcare secondario, il quale sia tanto ricco di specie organiche fossili quanto è quello dell'Alpago, ed aggiunsi che la sua tessitura in apparenza saccaroide (*Borsoi*) si doveva ascrivere non già all'azione di una qualche lava accollatavi sopra, ma si bene ai minuti frammenti di gusci, che per essere spatificati, danno alla roccia l'aspetto cristallino. Ora posso assicurare che quei frammenti, se non tutti, appartengono per la maggior parte ai gusci sfogliosi delle Sferuliti, le cui specie prevalgono in quantità agli Ippuriti, ed a quelle di tutti gli altri generi di testacei che abbiàmo indicati. Questo calcare si vede anco nel lato opposto che fiancheggia il lago di S. Croce, e di là appunto trassi gl'Ippuriti di maggior mole, che conservo nella mia collezione. Il calcare rosso sabbionoso con coralli (*Raveane*, *Secca*, ecc.) ricopre per questo verso la roccia ippuritica, e sopra di esso si erige la scaglia con nodi frequenti di focaja (*Calmada*, *Cugnano*, *Calpiana*, *Sossai* ecc.) Quivi gli strati calcarei del sistema cretaceo si presentano sotto un'inclinazione molto variabile, e sono sempre accompagnati da strati marnosi ora rossi, ora cinerei, talvolta listati di verde. Gli strati rossi del calcare sabbionoso ricompariscono presso *Tambre*, nel luogo detto *Pian de Agard*, ed è questo il solo punto dell'Alpago superiore in cui lo si vede al contatto del calcare con

Rudiste. L'altezza a cui attingono le montagne dell'Alpago può essere calcolata di 1500 metri sopra il livello del mare, laddove il piano che forma la sommità del Cansiglio non dovrebbe a giudizio dell'occhio oltrepassare l'altezza di 900 metri. Però, se si volesse prestare credenza all'autorità dell'*habitat*, indicato ne' libri di botanica, vi si trova colassù una serie di piante che stimasi abitare esclusivamente alcune determinate altezze, e sono queste la *Cacalia alpina*, il *Geum montanum*, il *Lichen jubatus* che si mostra copioso sopra i pini e gli abeti, ed il *Lichen islandisca*, che pur si rinviene nel Cadorino ad una elevazione non minore di due mila metri; ma così questa crittogama, come il *Geum montanum* sono piante che nel Bellunese si lasciano vedere ad altezze e stazioni differenti, nè possono per conseguenza offerire dati certi per giudicare dell'altezza de' luoghi ne' quali allignano.

Ove il calcare di queste eminenze non appaja dislocato dalla primitiva sua giacitura, gli strati conservano la posizione presso a poco orizzontale *(Pinè)*, e ove gli strati sono capovolti o disposti in tutte le sorte di direzione *(Fadalto)*, la catena sembra ivi avere sofferto grandi diroccamenti; de' quali non saprei diffinire la causa, ma che certo produssero tutti que' rottami che osserviamo a *Cima Fadalto*, e tutti que' baratri apertisi in varii luoghi del Cansiglio, e che servono anche adesso di rifugio agli orsi, o ad altri nocivi animali.

I caratteri orittognostici del calcare con Rudiste non sono ovunque gli stessi, perciocchè oltre la varietà apparentemente cristallina, di cui sopra dicemmo, un' altra ve n' ha di aspetto terroso, ricca anch' essa di Sferuliti, la quale servì anni sono alla ricostruzione della Chiesa di *Tambre*, che gli è vicina. Una terza varietà contiene dentro di sè nodi bianchi di pietra calcaria di forma ordinariamente piatta, più di rado ovoidea, che per essere privi di angoli mostrano di aver rotolato nell' acqua prima di entrare nella pasta del calcare di cui fanno parte. Questi nodi non si vogliono confondere colli nocciuoli ricordati in una mia memoria sopra l'Alpago, i quali si danno a conoscere per veri modelli interni di bivalvi, mentre i nodi di cui parlo sono di figura affatto estranea a quella de' corpi organici, e formano una specie di pudinga calcaria che per la sua compattezza e solidità, si presta ne' lavori di

architettura. Come tale fu adoperata due secoli addietro nella costruzione del palazzo vescovile di Belluno, e molte lapidi romane, dissepolte in varii siti della provincia, sono state in questa pietra scolpite.

Le formazioni dell' Alpago non consistono solamente ne' terreni che ho fin qui divisati, poichè il sistema cretaceo, ch' è il dominante, viene di tratto in tratto interrotto da depositi meramente terziarii, astrazione facendo da' terreni alluviali antichi e moderni, da cui spesse volte è circondato. Due sono le rocce di sedimento superiore che ho vedute nell' Alpago, ora sovrapposte al calcare, ora ostruenti le valli scavate nel calcare medesimo, e sono queste l' arenaria grigia *(Molasse)*, simile all' altra di *Caverzano*, presso Belluno; e l' arenaria verde o glauconia, quella stessa che nella Valle dell' Ardo giace sopra il calcare della creta, e viene ricoperta da pudinghe diluviane *(Giorn. di Brugnatelli* 1824, Bim. VI). La prima di tali arenarie riempie la valle del *Piss*, a sinistra della parrocchiale di *Pieve*, e ricomparisce a Fregona nel Cenedese (9); la seconda ben più ricca di testacei, si vede per lungo tratto a *Paos* presso Lamosano, e continua verso *Quers*, dove in parte viene tagliata dal torrente *Tesa*, ed in parte si dirige a *Schiuchaz*, indi passa pei villaggi di *Torche* e di *Vulzella*, per prolungarsi a *Stiran*, ove si perde sotto le alluvioni che mettono nel lago di santa Croce.

Non debbo chiudere questo paragrafo sulla geognosia zoologica delle montagne alpaghesi, senza fare un cenno di quanto ho osservato altrove in proposito del calcare che dà ricetto alle Rudiste. Consta da' fatti che ho potuto raccogliere, *che le rocce ippuritiche dell' Italia spettano alla parte inferiore del sistema cretaceo, non già alla parte più alta come si vede in altri paesi.* Questa anomalia non toglie però ai caratteri paleontologici quell' importanza che loro venne attribuita, purchè si voglia ammettere *che il mare abbia deposto in una medesima epoca geologica, e sopra fondi posti a livelli geognostici differenti le stesse specie di animali.* Chi ha voluto generalizzare il principio, *che in qualunque parte dell' Europa, la formazione della creta contiene le stesse specie di petrefatti*, non aveva certo in suffragio tutti gli elementi che pur sono necessarii per sostenerlo con plausibile riuscita. Egli è un fatto che nel Friuli *(monte Medea)*, nel Bellunese *(Alpago)*, nel Trivi-

giano *(Monfenera)* nella Dalmazia *(Simoskoi, Cargolo)* e fors' anche nella Lombardia *(Masuaga)* le faune anonime del sistema cretaceo non istanno in armonia con le faune fossili divisate dal d' Orbigny nel sistema cretaceo della Francia, ma occupano un orizzonte geognostico diverso. Non ancora il d' Orbigny pubblicò nell' interessante sua opera le osservazioni per lui fatte sopra le Rudiste; ma ne' cenni da esso consegnati nel Bullettino della Società Geologica di Parigi egli asserisce, *che nella Francia, nell' Italia ed in altri molti paesi, la parte superiore della formazione cretacea racchiude tutte le zone entro cui sono comprese le Rudiste. (Bulletin de la Société Géologique.* Gen. 1842.) Niuno certo vorrà contraddire che nella Francia la posizione delle Rudiste non sia quale l' ha verificata il celebre d' Orbigny; ma nell' Italia, e particolarmente nelle Alpi venete, le specie degl' Ippuriti e delle Sferuliti esistono copiose in una una roccia che è un vero rappresentante del calcare neocomiano degli odierni geologisti, e ciò conduce ragionevolmente a supporre, *che nell' epoca in cui il mare conduceva a compimento il terreno cretaceo della Francia, quello delle Alpi venete n' era appena cominciato.*

Non essendo questo il luogo di divisare per filo e per segno tutte le osservazioni che ho fatte ne' luoghi più sopra citati, sto contento infrattanto a quelle già riferite sull' Alpago, da cui può ognuno apprendere *che le rocce con Rudiste, quantunque parallele al calcare neocomiano della Francia,* contengono la stessa fauna fossile che il celebre d'Orbigny annunziò come caratteristica delle zone più culminanti del terreno cretaceo; lo che dimostra, come ho detto, il sincronismo di due rocce calcarie geognosticamente dissimili.

Quanto alle spelonche dell' Alpago esse non sono, ad eccezione di due, che vani interni, formati, com' è detto, dal diroccamento degli strati calcarei, nè possono meritare, se non in senso molto lato, il nome di Caverne, perchè prodotte da una causa diversa, e perchè non hanno nè la figura, nè l' estensione delle Caverne propriamente dette. Gl' ingressi che mettono in questi vani sono a sesto acuto, simili in ciò alle aperture di Caverne generate da spacchi verticali, allargati poscia dalle acque, non già a sesto arcuato, come il più delle volte si vede nelle Caverne riputate coetanee alla formazione de' monti ne' quali esistono. L' antro della *Costa*, e l' antro delle *Baldassare*,

posti nella valle di *Canaje* (nord-ovest del piano del Cansiglio) sono di questo numero, e quantunque non si possa adesso entrarvi, in causa del sassame condottovi dall' acqua che ne ostruisce l' apertura, seppi tuttavia dagli abitanti del luogo, che le pareti e le vôlte di tali antri sono molto angolari e così sinuose da impedirne il passaggio. Il degnissimo sig. dottor Giovanni Sperti tentò di far estrarre il materiale pietroso che ottura quelle aperture, ma tanto addentro lo trovò penetrare, che il lavoro di parecchi giorni non sarebbe stato sufficiente a renderle accessibili all' uomo. Altre due spelonche si aprono nel Cansiglio presso la *Casera del Conte*, le quali sono state ridotte ad uso di conserve per riporvi il latte. Una muraglia innalzata pochi passi più addentro dell' apertura impedisce di riconoscere la lunghezza di quelle sotterranee cavità. Sotto la stessa condizione degli antri di *Canaje* si affacciano gli altri di *Valmenera*, di *Fratuzza*, e di *Busa dell'Orso*, giacchè presentano le medesime irregolarità, le stesse vestigia di rovine, ed annunziano anch'essi il vasto subissamento improvviso cui soggiacquero gli strati di quelle montagne.

A due sole si riducono, come dissi, le cavità sotterranee che a buon dritto possono meritare il nome di caverne, quelle cioè di *Vallorch* non lungi dalla *Casera* di questo nome, e l' altra detta *Lander de' Furlani*, posta fra il monte Tremol e la Palentina. Nella prima, rivolta al sud, si entra per un'apertura di circa nove piedi di larghezza ed altrettanti di altezza. La superficie, che si calca entrando, è piana, ma non senza qualche scabrosità; laddove il tetto si abbassa per gradi, e mostra di non essere al tutto spoglio di stalattiti, le quali sono però così corte e sottili da non potersi paragonare nemmeno alle più piccole che pendono dalle vôlte della *Sparlonga di Camp* ricordata più avanti. Questo corritojo sotterraneo può essere penetrato per lo spazio di undici o dodici metri nè più in là è permesso di spingere il piede, in causa di enormi massi caduti dall' alto, che ne percludono la via. Io credo che al corritojo possa succedere una caverna, il vestibulo della quale sia stato riempiuto nell' epoca stessa in cui accaddero gli sprofondamenti rammentati superiormente; e in questa opinione mi confermano vieppiù gli abbassamenti o concavità che si osservano in quella parte del suolo esterno,

che corrisponde al punto ov' è impedita la comunicazione tra il corritojo e la caverna. A sinistra e a destra dell' ingresso, le pareti sono prive di concrezioni stalagmitiche, e vedesi a nudo il calcare con Rudiste di cui sono costituite. Ivi stesso trovai la valva minore della *Spherulites umbellata* di cui diedi il disegno. (*Atti dell'Accad. di Padova* T. IV. tav. I. fig. 2.); e dentro le affossature orizzontali delle pareti medesime rinvenni una terra rossastra ossifera, forse colà portata dalle acque sotterranee, che in tempi rimotissimi scorrevano così in questa come in altre caverne delle Provincie Venete. Le ossa distaccate dalla terra marziale consistono in alquanti pezzi di costole aventi la bianchezza della calcinazione; ed in alcuni bricioli di ossa spugnose, che, per quanto è permesso di scorgere, si crederebbero altrettante parti del capo del femore di un grosso quadrupede. Nessun dente nè verun osso fistoloso mi fu dato di scorgere fra quelle reliquie indubitatamente diluviane, ma se giudicare si dovesse dalla larghezza delle costole, si stimerebbero avanzi di erbivori più che di animali carnivori. Mi fu narrato dall' Abate D. Giovanni Ocofer, Arciprete di Pieve di Alpago, presso il quale aveva passati alcuni giorni, che nell' antro di *Vallorch* vi si rinvennero ossa fresche, in cui visibilissime si manifestavano le traccie delle rosicature de' lupi e delle volpi, animali che nell' Alpago si veggono e si uccidono con frequenza, anche ne' villaggi più bassi, o meno discosti dal lago di s. Croce. L' antro di *Vallorch* offre quindi un fenomeno che tiene a quello osservato dal Rozet nelle caverne di *Vergisson* nella Francia, cioè racchiude residui animali di due epoche distinte; gli uni antichissimi come lo indica lo stato di perfetta calcinazione nel quale si trovano, gli altri molto recenti colà recati dai carnivori che vivono abitualmente in quelle montagne. (*Bulletin de la Société Géolog. de France*. Tom. X. pag. 248.)

Del *Lander de' Furlani*, ch' è l' altra caverna di cui tocca parlare, non posso dare osservazioni proprie, perchè nel tempo in cui mi trovava a *Vallorch*, ne ignorava l'esistenza, e perchè i villici del luogo, abituati a guardare di mal' occhio tutte le cavità che s' internano nelle viscere de' monti, mi assicurarono non esservi in quei dintorni altre Caverne oltre quella che ho accennata. La vista delle spelonche risveglia negli alpaghesi la tema ch' elleno

sieno l' abituale dimora degli orsi *(Ursus arctos)*, comunissimi in quelle montagne; quindi la paura d' incontrarsi, non già nelle ossa della specie estinta, ma con le zampe della vivente, li rende così timidi, che ricusano internarvisi anche quando si volesse loro promettere un largo compenso. La caverna o *Lander de' Furlani* posta, com' è detto, fra il monte Tremol e la Palentina, trovasi all'est di *Vallorch*, e presenta un'apertura larga dieci metri, alta cinque. Quanto ella sia vasta non potrei dirlo, giacchè il sullodato sig. Sperti, dal quale n' ebbi questi pochi cenni, non portò il piede fin dove la caverna finisce, ma solamente dichiarò di *avervi camminato dentro per lo spazio di venticinque metri, e di aver veduto in un certo punto del tetto un foro circolare del diametro di quattro piedi.* Dietro questa utile indicazione io mi lusingo di poter dare, quando che sia, una più estesa notizia.

Veggo bene quanto sieno per riuscire imperfette le osservazioni che ho esibito sulle Caverne del Bellunese sia per le difficoltà talvolta insuperabili che m' impedirono di compierle, sia per le remore non previsibili che sovente si frappongono in siffatti viaggi sotterranei, ma il riflesso di non esservi stato finora chi abbia dato veruna dettagliata notizia sulle Caverne del Regno veneto, mi lusinga che anche il poco da me osservato non sia per dispiacere ai paleontologi e geognosti italiani. Mi è poi di conforto sapere adesso che gli studii per me fatti sulle Caverne delle alpi venete abbiano invogliato l' egregio sig. Jacopo Facen, naturalista di Lamon, ad occuparsi di quelle che vi sono nell' agro feltrino, e principalmente della spelonca di *Jornarezza* posta sulla china orientale de' monti che spalleggiano la dritta del Cismone, sul confine del Feltrese, e dell' altra detta il *Buco di Donà* che guarda il versante opposto, a' cui piedi scorre il *Sinaiga* fiumicello che mette nel Cismone. Di ciò che gli venne fatto di osservare nelle dette Caverne, si propone il dottor Facen di scrivere la narrazione.

Caverne del Veronese.

S'intitola Valpantena un'ampla vallata, che prende il suo cominciamento prima di giungere a Quinto, e si prolunga fin oltre il villaggio di *Bellori* formando varie sinuosità, e allargandosi e restringendosi irregolarmente in diverse situazioni. La giogaja calcaria che si eleva a dritta di chi parte da Verona per internarsi in questa valle, ha le sue stratificazioni non già orizzontali, come sono quelle de' monti che fiancheggiano il lato opposto, ma più o meno scompaginate, e poste fuori della originaria loro positura dalla forza sollevatrice de' vulcani. I segni delle devastazioni a cui la giogaja fu soggetta sono visibilissimi sulle falde del contiguo monte *Zovo*, già descritto in un'altra Memoria. (*Bib. Italiana. Tom.* 89, 1838.)

Nell'interno di questa stessa spalliera di monti esistono Caverne molto vaste, e degne per più rispetti dell'attenzione del geologo; quindi alla Geognosia di essa appartengono pressocchè tutti i fatti che sono per riportare, a misura che andrò toccando i luoghi dove li ho osservati.

E' qui debbo prima di ogni altra cosa fare onorata menzione, come feci nella Zoologia fossile, dell'egregio mio amico il fu Commendatore Gazola, il quale, appena sentito il mio desiderio di rivisitare la Valle Pantena, volle egli stesso seguirmi in tutti i luoghi intorno cui io aveva disegnato di rettificare le mie prime osservazioni, eccitando ben anco la mia curiosità a vederne altri parecchi intorno alla sua deliziosa villa di Romagnano, ch'egli avea visitati in addietro in compagnia del Fortis, del Faujas, e di qualche altro litologo.

Non credo di dover tenere in conto di spelonca naturale il sotterraneo di *S. Maria delle Stelle*, riputato dal Dionisi un tempio sacrato a Giove, o piuttosto a Mercurio Trofonio, per le molte memorie ivi trovate, che a siffatti edifizii, più che ad altro, convenivano. (*Persico, Guida di Verona P. II. pag.* 145. *Ediz.* 1820.) Sulle pareti si vede l'opera dello scalpello, e si può dire, che se tutto quell'antro non è lavoro dell'uomo, certo molta industria vi si pose per ampliarlo, e per renderne a tutti accessibile l'ingresso.

Hannovi varie stanze di diversa grandezza, con avanzi di mosaici sul suolo, e con iscrizioni che ricordano essere stato quel luogo convertito, e consacrato all' uso cristiano. Noi lasciammo il villaggio delle *Stelle* per dirigere i nostri passi verso Grezzana. Di questa Pieve, poco dopo il principio del secolo passato, fu parroco il prete Spada, del quale abbiamo alle stampe un' opera sopra i corpi organici fossili, che gli costò la perdita del benefizio.

La propagine de' monti di Romagnano, che verso il *Serbaro* si estende, deve il suo stato di degradazione ai baratri che si aprono nel suo seno, i quali, com' è detto più sopra, hanno resa la solidità di quella catena meno capace di opporsi alla forza de' sollevamenti e de' tremuoti. Così le affossature tanto frequenti nell' altipiano del *Serbaro*, debbono la loro origine allo sfasciamento delle vôlte superiori di qualche caverna, a cui devesi del pari attribuire l' andatura arcuata delle stratificazioni che soggiacciono alle affossature. Gli strati di una falda de' monti di Romagnano, a sinistra del *Serbaro*, presentano alcuni segmenti di cerchio posti l' un sopra l' altro, mentre gli strati più elevati conservano una direzione che si approssima all' orizzontale, e questa strana curvatura di strati mi confermò sempre più nell' idea, che là sotto vi sieno delle spelonche. Riesaminando da un sito meno elevato l' ossatura di quelle prominenze si vede che in qualche luogo *(Foldruna)* vi sono delle spaccature molto profonde, entro le quali rotolano, e rimbalzano a lungo prima di fermarsi le pietre che vi si gettano, indizio sicuro che quegli spacchi mettono in qualche grande voragine. La mancanza degli ajuti necessarj, come di funi, scale, torcie ed uomini coraggiosi, ci vietò discendere in quell' abisso per vedere sotto qual direzione esso s' interni nella montagna, e per conoscere quali altre curiosità naturali poteva offrire ai nostri sguardi. La dispiacenza però di non poter produrre osservazioni proprie su di questo argomento, venne alcun poco rattemperata coll' invenzione di uno scritto autografo, che il caso mi fece giugnere alle mani. Il Commendatore Gazola ed io, in un giorno che la pioggia ci vietava escire dai cortili di Romagnano, ci facemmo ad esaminare alcuni manoscritti, che giacevano polverosi in un armadio, e fra questi trovammo una relazione sulle principali Caverne che s' incontrano in que' monti, scritta l' anno 1739 dal Conte Antonio Gazola

padre del Commendatore. In questa relazione, che viene preceduta da varie figure eseguite a penna di stalattiti, e di stalagmiti, si dice che a poca distanza da *Foldruna* vi esiste la prima Caverna esaminata dal predetto conte Antonio, la quale, a detta di lui, merita di essere veduta da qualunque, perchè l'arte non avrebbe certamente potuto fare altrettanto. Questa Caverna secondo la detta relazione ha la sua origine in mezzo a due massi alti circa dieci piedi, presso i quali v'era un piccolo buco che fu convenientemente allargato acciocchè il Conte ed altri suoi amici e compagni potessero calarvisi. « La Caverna, scrive il sig. Conte, è assai vasta, e suddivisa in altre Ca-
» verne che comunicano fra di loro. In quella di maggiore estensione ho
» fatto accendere molte torcie prima di staccare varii di que' stillicidii che
» io riputava i più acconci per abbellire il mio giardino; e per verità sem-
» brava un incanto della natura veder cosa sì vaga e bella in una voragine
» così orrida e trista. Le colonne pendenti prodotte dallo stillicidio raffigu-
» ravano le scene de' teatri, e tanto più grande era in noi l'illusione, in
» quanto che quelle colonne erano trasparenti come l'alabastro, mentre le
» altre sorgenti, da sotto in su, simulavano la figura di uomini e di donne.
» Stanco, ma non sazio di là restarmene per contemplare un così mirabile
» lavoro della natura, ordinai che si cominciasse a staccare di que' stillicidii,
» e nell'atto di atterrarne uno di quelli che s'innalzano dal suolo, vedemmo
» in vicinanza ad esso una fessura larga alcuni pollici, dentro alla quale git-
» tatovi un sasso, si sentì questo a ruotolare un qualche istante, e ripetuta
» la cosa abbiamo notato che il sasso impiegava un quarto di minuto prima
» di arrivare al fondo. » All'illustrazione della prima Caverna tiene dietro la descrizione di altre ad essa attigue, nelle quali dice il sig. Conte, di aver vedute le ossa di cani, di volpi, e di cavallo, ma che, secondo ogni probabilità, saranno ossa di specie che più non sussistono, simili a quelle che molto ovviamente ritrovansi nelle spelonche di *Alfaedo*, e di *Selva di Progno* poste in questa medesima linea di montagne.

Con la Memoria di Fortis alla mano (10) ci siamo trasferiti al *Serbaro* dove giacciono sepolte le ossa di elefanti, scoperte cinquanta anni addietro dal Cavaliere ch'io aveva a compagno, e dopo di avere esaminato tutto allo

intorno della spianata la costituzione fisica del luogo, abbiamo pensato di leggere il paragrafo nel quale Fortis descrive quella interessante situazione. Poco per verità egli dice sulla connessione immediata di quella montagna con le altre congeneri; e dove parla de' monti stratosi di Romognano non ammette alcun divario tra il calcare del terreno cretaceo ed il calcare del Jura; come che quest' ultimo per la visibile sua posizione *(Vajo del Paradiso)* mostri di essere anteriore all' altro. Il terreno che serve di ricetto ai resti elefantini spetta alla formazione della creta; ed i massi che si veggono erratici sulla china del monte, derivano dallo sfasciamento di strati, che ne formavano un tempo la parte più elevata. L'impasto di questi massi è similissimo a quello degli strati calcarei che si erigono al nord del *Serbaro*, sopra il *Vajo di Squaranto*, circostanza che non lascia dubbio veruno sulla loro provenienza; e coloro che siffatta conclusione stimassero inconseguente, debbono riflettere a quanto ho più addietro avvertito sullo stato di degradazione a cui soggiacquero que' monti per opera de' vulcani. Il calcare de' massi è di tinta ora rossiccia, ora grigia, ovunque interpolato da riempimenti di spato calcario, carattere che molto lo ravvicina al marmo di S. Vitale, ch' è uno de' più belli della provincia veronese. Codeste striscie cristalline sono state prese dal Faujas per frammenti di grandi ostriche, o di altre conchiglie bivalvi, ma chi avesse voglia di farvi sopra gli esami che ci abbiamo fatto noi, si accorgerà che quelle striscie bianche devono la loro origine alle molecole calcarie recate dall' acqua nelle fenditure che preesistevano nella pietra. Di questo elegantissimo marmo sono le colonne poste nel presbiterio della Cattedrale di Verona. La brevità della giornata, e più il desiderio di vedere con i miei proprii occhi a sollevare il terriccio da una di quelle buche che rinchiudono le ossa, mi fecero abbandonare il pensiero di scendere nella Valle di *Squaranto* onde progredire per quel verso le osservazioni di pura geognosia.

La scavazione che fu fatta eseguire dal mio compagno ci diede una grossa vertebra lombare elefantina, cinque vertebre coccigee ed una zanna mutilata in ambi i capi, tuffata in un cemento lapidoso di color giallo oscuro, nel quale si trovano egualmente incluse le ossa di altri quadrupedi molto somiglianti a

quelle della pecora e di altre specie belvine. Nelle cavità delle ossa si veggono de' filamenti stalattitici, e delle piccole tuberosità o concrezioni calcarie, e ciò si osserva particolarmente ne' rottami di ossa lunghe che si trovano attaccati al pietrame avventizio messo allo scoperto nell' atto di travolgere la terra. Il Gazola ha pure raccolto una delle due prime vertebre cervicali, la cui somiglianza con quelle dell' uomo è così grande che non potè preservare i nostri antenati dall' illusione di credere scheletri umani gli avanzi fossili degli elefanti. Tanto le ossa de' piccoli che de' grandi animali, trattate coll' acido nitrico allungato, si spogliano di un gas capace d' intorbidare l' acqua di calce; ma non tutte si comportano nella stessa maniera, ch' è quanto dire, non tutte sono passate allo stato di calcinazione. Da questo stesso luogo sono stati disseppelliti i pezzi ostiolitici elefantini che si conservano nella collezione Gazola in Verona, già descritti da Fortis, fra i quali meritano speciale ricordanza una zanna che quantunque mutilata ne' capi, attinge all' enorme grossezza di nove pollici nell' estremità alveolare, e alla considerevole lunghezza di sette piedi e mezzo; ed un molare della mandibola inferiore sinistra, composto di diciotto lamine palmiformi, e mancante per lo meno di quattro (11). Esso ha tre pollici e due linee di larghezza, sette nella maggiore elevazione, undici e dieci linee di lunghezza, e, se fosse intero, sarebbe di circa quattordici pollici. Quando poi si sappia che cinque sole di dette lamine, in unione alle quattro che vi mancano, hanno servito alla triturazione, si comprenderà che le altre tredici non si erano ancora sviluppate, e che conservano quindi la caratteristica di denti elefantini incompleti, cioè, scemano progressivamente d' altezza per modo che l' ultima arriva appena ai quattro pollici. Una mascella incompleta inferiore e un osso del metacarpo, inviati dal Co. Gazola al Museo di Parigi, dovevano, per giudizio del Cuvier, appartenere ad un individuo alto per lo meno quindici piedi. (*Ossem. Fossiles, T. II, pag.* 40, *Edit.* 1834).

La specie a cui si conguagliano tutti gli osteoliti elefantini del Veronese è l' *Elephas primigenius* di Blumenbach e di Cuvier, la quale si conosce solo per le ossa fossili de' suoi individui trovate in molti paesi dell' antico continente, e più che in ogni altro nella Toscana e negli Stati della Chiesa. Notò il Cuvier l' analogia che v' ha tra l' elefante asiatico e l' elefante primigenio, e la

dissimiglianza che corre tra quest'ultimo e l'elefante africano; quindi statuì che quand'anche le fettuccie composte di lamine vitree rilevate, esistenti sopra la corona de' molari fossili, si uniformino a quelle dell'elefante asiatico per essere anch'esse disposte in linee serpeggianti e sinuose, tuttavia la specie a cui riferivansi quei denti doveva essere diversa, specialmente per la diversa figura della mascella inferiore, per la lunghezza a cui attingono gli alveoli delle zanne, e per alcune notabili differenze da esso avvertite nella forma di molte altre ossa. (*Ossements Fossiles*, *T. II*, *p.* 236). Gli ossami e denti di diversi erbivori che abbiamo raccolti si adeguano, com'è detto, a specie belvine, misti talvolta ai denti di cavallo, alcuno de' quali appartengono ad individui della grande razza divisata da Marcel di Serres, altri alla piccola (*Cavernes de Lunel-Viel*, *pag.* 168. Tav. *XIII*, *fig.* 1). I molari più grandi, comparati alla figura esibita dal Serres, vi si uniformano intieramente in quanto alla grandezza ed alla disposizione dei rilievi sinuosi della corona, i quali però, essendo meno pronunziati nei molari del Serbaro, fanno conoscere di avere servito ad una più lunga triturazione, e quindi di aver appartenuto ad individui di età più avanzata. I molari cavallini di minor volume hanno la corona meno larga de' primi, ma il piano n'è egualmente lungo, e porta sui lati due punte simili a quelle che presentano i molari del *Equus adamiticus* di Schlotheim (*Tav. III*, *fig.* 3), coi quali mostrano di avere molta conformità. Di questi stessi molari parmi d'aver traveduto i frammenti nelle breccie ossee di Cerigo, ostensibili nell'I. R. Gabinetto di Storia naturale della Università di Padova. Altre ossa di cavallo, oltre i denti, non si sono vedute finora, ma fra le quisquiglie e i rottami di avanzi elefantini che abbiamo staccati dal cemento, ve ne sono alcuni, i quali conservano intatte le parti dell'articolazione. Un frammento non lungo più di tre pollici, si riconosce per una porzione dell'osso della gamba sinistra di un piccolo ruminante, per essere inferiormente fornito di due capi del metatarso, e perchè si adegua appuntino col disegno che di tali ossa esibì il sig. di Serres nella *Tav. XV*, *fig.* 15, dell'opera sulle Caverne di Lunel-Viel scritta in comune coi sigg. Dubrueil e Jeanjean. Giusta le fatte comparazioni, questi avanzi non differiscono dalle ossa analoghe della capra vivente, ed il sig. di Serres, cui dobbiamo questa notizia, è di avviso che il

seppellimento di essi sia posteriore alla comparsa dell' uomo, opinione che forse non può essere da nessuno contrastata quando si trovano accomunati con le ossa umane, ma che non sembra ammissibile per gli ostioliti del *Serbaro*, dove mancano onninamente gli avanzi della specie nostra.

Dopochè i cimiteri degli elefanti ebbero la nostra visita, e dopo di avere caricata la nostra guida di quelle auguste anticaglie, ben più degne, come dice il Fortis, de' pensatori, che le monete e le iscrizioni, abbiamo diretto i passi verso Romagnano, ragionando tra via delle opinioni emesse dai naturalisti intorno all' epoca da assegnarsi al seppellimento di quelle ossa, e degli altri carcami di grandi animali dissepolti finora in parecchi luoghi del continente europeo.

Nell'Italia subalpina non si sono trovati altri scheletri di elefanti oltre a quelli del *Serbaro*, mentre sono frequenti nelle montagne che spalleggiano il territorio di Perugia ed il Valdarno superiore. Sulle ossa di questi ultimi luoghi stanno d'ordinario attaccate delle conchiglie marine (12), di cui non v'ha traccia alcuna nei depositi del Veronese, e questa circostanza fece nascere nella mente di Fortis l'idea, che l'interramento di quelle ossa sia anteriore all'irruzione dell'Oceano nel Mediterraneo; e sia opera non già dell' ultima grande rivoluzione accaduta nel globo, ma degli uomini. (*Fortis*, *Memoria epistolare sopra le ossa del Serbaro*, 1786). In appoggio di questa opinione aggiunge, che allorquando la Spagna era attaccata all' Africa, ed il Portogallo, la Francia, l' Italia e le Isole del Mediterraneo erano tutte unite, potevano gli elefanti bazzicare in tutto questo grande continente, senza ammettere che la temperatura di que'remotissimi tempi fosse più elevata dell'attuale; anzi tolse a combattere quel brano della teoria di Buffon, che assegna alle contrade settentrionali una temperatura analoga a quella che è attualmente propria dell' Indie Orientali e delle grandi Isole della costa dell'Asia (*ivi*, *pag.* 52). Se i paesi, ne' quali si trovano resti fossili d'elefanti, erano ne' prischi tempi così freddi come lo sono presentemente, pochi vorranno persuadersi che tali bestie vivessero in un clima capace di privarli della virtù prolifica. Fortis, dopo averci detto che quelle ossa sono state colà sotterrate dagli uomini allorchè vivevano in uno stato troppo rozzo e selvaggio per conoscere il pregio dell'avorio, ag-

giunge che la ragione per cui la specie umana si era determinata a simili costumanze sarà sempre un problema, la cui soluzione sembra a noi ancor più difficile, quando ci facciamo a rintracciare qual causa abbia mosso quegli uomini rozzi a trascinare i carcami di elefanti, dopo di averne divorate le carni, sulla cima delle montagne, piuttosto che seppellirli nelle sottoposte pianure. Se un rito religioso a ciò li avesse spinti, questo doveva pure estendersi sopra molti altri animali, imperocchè agli ossami di elefanti noi troviamo mescolati quelli della pecora e del cavallo. Pugna poi dimostrativamente contro questa opinione la scoperta di ossa elefantine ne' monti della Germania, miste alle ossa di tigri, di leoni, di jene e di altre specie terribili e sanguinarie, di cui l' uomo, tuttochè barbaro e selvaggio, avrà temuto l' avvicinamento, come lo temiamo noi uomini inciviliti, nè le avrebbe certo onorate di sepoltura.

Del resto le ossa veronesi spettano, com' è detto, all' Elefante primitivo, e si uniformano alle molte finora disotterrate nelle contrade del Settentrione. Il sig. Van Marum naturalista di Harlem diede una circostanziata notizia di queste ossa, ed esibì il disegno di un teschio scoperto l' anno 1820 nei terreni sabbionosi di Henklum ne' Paesi Bassi (*Memorie della Società Olandese delle Scienze di Harlem. vol.* 13, *pag.* 255). La spiegazione che egli dà del fenomeno consiste nell' immaginare una grande innondazione, le correnti della quale poterono trasportare colà li resti ossei degli elefanti; ma questa ipotesi, che pur era la favorita de' nostri bisavoli, più non è conciliabile con le osservazioni fatte in questi ultimi anni. La somiglianza che corre tra le piante fossili dell' Europa e quelle discoperte nei carboni fossili de' climi caldi ci porta a credere che la temperatura del mondo primitivo fosse da per tutto eguale e tanto le piante quanto gli animali potessero vivere e propagarsi in ogni qualunque punto della terra. Le schiatte di animali marini che vissero nelle prime epoche geologiche, delle quali troviamo le reliquie nelle montagne di sedimento di tutte le età, fanno fede delle vicissitudini sofferte dal nostro pianeta prima che ai mammiferi, di cui più non sussiste la razza, fosse dato di poterlo abitare. Codesti popolavano quelle porzioni di continente lasciate a secco dal mare, quando una gagliarda rivoluzione accompagnata da grandi e molto estesi sollevamenti, e da generali

innondazioni li trasse a morte senza che nessuno potesse sottrarsi al cataclismo e mantenere la specie. Questo cataclismo, o diluvio che dir si voglia, ebbe, secondo alcuni, una lunga durata, e, secondo altri, pare che non ad un determinato periodo lo si debba circoscrivere; imperocchè la natura e la disposizione de' terreni che ha prodotti portano a credere che la sua azione sia stata a più riprese interrotta da intervalli più o meno lunghi di riposo. Il Il sig. Bouè, dopo di avere ventilato nella sua Guida del geologo la probabilità delle due opinioni, accorda meritamente a quest' ultima il suo suffragio (*T. II, pag.* 57). Agassiz immaginò invece, che prima dell' emersione delle Alpi, un forte abbassamento avvenuto nella temperatura abbia gelate le acque e distrutte le razze che popolavano la terra, al quale universale disastro posero riparo le ejezioni vulcaniche, sciogliendo i ghiacci, e ridonando al pianeta nostro il perduto calorico (*Études sur les glaciers, pag.* 239. *Neuchatel,* 1840, 8.°). Questa ipotesi sostenuta anche dal Renoir non si accorda gran fatto colle dottrine sul calore del globo esposte dal Fourier e dal Poisson, i quali dimostrarono che la terra invece di essersi per gradi riscaldata, soggiace effettivamente ad un graduato raffreddamento. Se importanti sono le osservazioni di Agassiz sulle antiche e sulle moderne ghiacciaje delle Alpi, non egualmente degne di encomio si sono trovate le conseguenze che ne dedusse, e basta leggere la memoria del sig. Bothlingk inserita nel Bollettino scientifico della R. Accademia di Pietroburgo, per vedere le gravi eccezioni cui soggiace l' applicazione della teoria di Agassiz ai fenomeni geologici della Scandinavia.

Non allungherò di soverchio il mio ragionamento per esporre i fatti che meglio si prestano a far credere che non ad una sola, ma a più rivoluzioni, si debba ascrivere il deperimento degli animali cui spettano le ossa, delle quali ci occupiamo, e bastami solo ricordarne uno che vale per tutti, quello cioè di trovare gli ossami di una stessa specie di mammifero tanto nella parte superiore del terreno terziario, come ne' depositi alluviali formati dai fiumi. I primi, inviluppati come sono da una crosta calcaria o argillosa, piena di conchiglie marine, fanno conoscere che la loro inumazione è seguita mentre il mare conduceva a compimento il terreno di sedimento superiore, e voglionsi perciò

considerare di gran lunga più antichi degli altri che si trovano sparsi nelle caverne, e sepolti ne'depositi generati dalle acque dolci. È questo il caso dell' elefante primigenio, i carcami del quale, per tacere di oltre quaranta specie di pachidermi ormai disparse dalla faccia del globo, si trovano ammucchiati ora ne' sedimenti marini, ora ne' terreni di trasporto; e convien credere, che gli individui di questa specie fossero più numerosi di tutti gli altri mammiferi che popolavano l' antico mondo, giacchè più migliaja di scheletri si sono finora rinvenuti sia nelle caverne ossifere, sia ne' conglomerati diluviani (13). Non vi ha, dice Pallas, in tutta la Russia Asiatica, dal Don fino all' estremità del capo di Teulintchis, alcun fiume, alcun grande torrente, specialmente fra quelli che scorrono nelle pianure, sulle rive o letto de' quali non siano state trovate ossa di elefanti (*Nov. petrop. Tom. XIII*). Il ritrovamento di siffatte reliquie in molti paesi della Spagna, della Germania della Siberia, e di tutta l' America settentrionale, ci porta a supporre che l' *Elephas primigenius* abitasse una volta le contrade che si estendono in ambe le coste dell' Oceano, se pure, come avvisa il Cuvier, l' Oceano riempiva in que' rimoti tempi il bacino che occupa adesso (*Cuvier, Révolutions de la surface du globe, pag.* 332.)

Osservazioni intorno le ossa fossili di Serbaro nel Veronese.

Zanna elefantina.

Tav. II. fig. 1.

I resti fossili dell' Elefante primigenio sepolti a due piedi o poco più di profondità nell' altipiano del *Serbaro* ad una elevazione non minore di 700 metri sopra il livello del mare, sono per la più parte calcinati e avvolti in un cemento argilloso di tinta giallo-oscura, dal quale non è facile separarli intieramente senza che una qualche parte non si spezzi. Ad onta della diligenza usata per distaccarle dal cemento, alcune delle ossa più grandi si sfasciarono, e, fra queste, la zanna superiormente accennata, i cui pezzi furono da noi con somma cura raccolti e trasportati a Verona. Codesti, dopo averli uniti insieme pel

verso delle rispettive loro fratture, mi fecero accorto, che la zanna riusciva mutila in ambi i capi, e che i pezzi perduti dovevano abbreviare di tre decimetri, la sua naturale lunghezza. Ciò viene indicato dalle disuguaglianze rimaste nell'estremità alveolare, e da quanto presumibilmente può mancare alla punta per la completa interezza del dente. Esso è nulladimeno lungo 75 centimetri e largo 20 nel suo maggior diametro, locchè dimostra di aver appartenuto ad un grande individuo, essendo noto che le zanne non cangiano come i molari, ma crescono per tutta la vita, rinnovandosi od una sol volta, o forse mai. Osservato pel verso de' capi si vede che i coni concentrici più interni hanno perduto, ristringendosi, del loro volume, e si sono convertiti in una materia di aspetto terroso, superficialmente nerastra, che sugge con forza l'umidità della lingua, come fa il *Quarzo agata cacolongo*, al quale per più rispetti si assomiglia. La zanna, di cui presento in piccolo la figura, è stata da me donata al Gabinetto dell'I. R. Università di Padova, unitamente agli altri osteoliti descritti nella presente memoria.

Molari elefantini.

Negli elefanti, come in tutti li mammiferi erbivori, il piano de' molari perde nella triturazione delle sue parti, e riceve col tempo forme e dimensioni differenti, laddove i denti de' carnivori non soffrono col variare dell' età, se non lievi cangiamenti, e conservano sempre la forma che loro è propria. Dice il celebre Cuvier, che la grandezza de' molari indica l'età del dente, non già gli anni od il volume dell'animale cui apparteneva, potendo l'elefante cangiar ben otto volte i suoi molari in virtù del particolare meccanismo del quale è insignito l'apparato della masticazione. Non si potrebbe quindi dalla grandezza dei molari fossili che al *Serbaro* trovansi quasi sempre scassati dalle mascelle, dedurre la grandezza degli individui cui hanno servito, benchè, valga il vero, un molare di grandezza straordinaria qual'è quello figurato dal Fortis, fornito di diciotto lamine, fra cui cinque sole complete, mostrerà sempre di avere appartenuto ad un individuo dell' altezza non minore di quattordici piedi.

Secondo che la sommità delle lamine dentarie viene più o meno profon-

damente consumata, i nastri o rilievi della corona assumono, com' è detto, figure diverse; quindi è che il piano de' molari del *Serbaro* appare fornito, ora di rialti circolari od ovoidi disposti in serie trasversali sopra ciascuna lamina, ora di varie fila di fettuccie più o meno flessuose, contornati sì gli uni che le altre di una linea di smalto. E' chiaro che ne' primi due casi, si sono soltanto consumati gli apici dentellati delle lamine sporgenti sulla giovane corona, e nel terzo pel maggiore detrimento sofferto dalle lamine stesse, subentrarono ai rilievi circolari le fettuccie.

Tav. II, fig. 2.

Un molare disotterrato al *Serbaro*, fornito di nove lamine, presenta agli apici di ciascuna lamina la consueta serie di circoli e di ovoidi; senza che nessuna sia stata consumata in modo da mostrare un' intera fettuccia. I capi delle lamine, essendo disposti in una superficie convessa, fanno conoscere che il molare apparteneva alla mascella superiore, e propriamente ad un dente posteriore, o di rimpiazzo; giacchè anche la corona de' molari superiori si fa piana, dopo di aver subìta una conveniente detrizione. Piani del pari sono i due superiori dell' elefante asiatico ostensibile nel gabinetto di Storia naturale in Padova, ciascuno de' quali ha dietro di sè un altro molare a corona convessa destinato a surrogarli (14).

Tav. II, fig. 3.

Di un altro frammento di molare esibisco il disegno, ed è quello stesso del quale parlo alla nota duodecima. Le reliquie de' rilievi che ancora rimangono sulla corona, rappresentano alquanti ovoidi, molto allungati; e se l' altezza delle lamine si fosse un poco più consumata, invece di ovoidi si vedrebbero altrettante fettuccie simili a quelle de' molari descritti qui sotto. Si apprenda da ciò che la forma dei nastri non è sufficiente per giudicare a quale specie abbia il dente appartenuto, e che l' *Elephas mammontei* dell' Eichwald

potrebbe per ciò stesso riferirsi all' *Elephas primigenius*, la sola fra le specie fossili dell' Elefante che, per giudizio del Cuvier, sia stata bene determinata.

Conguagliando i molari del *Serbaro* alla specie cui appartengono i molari di Orvieto, non intendo già che il seppellimento di entrambi sia accaduto in una medesima epoca geologica, ma dico solamente, che se le ossa dei terreni terziarii dell' Agro romano sono simili, come sembra, alle ossa del *Serbaro*, si può dimostrare, che non il solo terreno diluviano dà ricetto agli avanzi dell' *Elephas primigenius*, ma che si possono altresì trovare ne' sedimenti marini di più recente formazione.

Tav. III, fig. 1.

Un terzo molare della mascella inferiore conserva la figura romboidale che gli è propria, ed è composto attualmente di undici lamine, fra cui cinque sole mostrano di essere state attive. Le fettuccie o nastri della corona sono completi, co' margini molto flessuosi, e rivestiti di uno smalto durissimo e lucente. Nella parte anteriore il dente manca di una o due lamine; le sette posteriori sono intatte e presentano la sommità della loro dentellatura a guisa di mastoidi rotondi. Questo molare, di cui offro la figura impicciolita, ha nella corona sei centimetri di larghezza, sedici nella maggiore sua elevazione, ed altrettanti di lunghezza.

Tav. II, fig. 4. — Tav. III, fig. 2.

Fra i molari del *Serbaro* due ne ho trovato in uno de' quali la parte inferiore delle lamine apparisce molto abbreviata, e nell' altro intieramente ricoperta da un cemento terroso nerastro piuttosto duro. I nastri della corona hanno i margini privi di flessuosità, e mostrano, per conseguenza di avere sofferta una profonda detrizione. Uno di essi molari ha sei lamine (fig. 4), l' altro dieci (fig. 2). È stato detto che il numero delle lamine componenti ogni molare va crescendo in modo, che ciascuno ne ha quattro più di quello che lo ha immediatamente preceduto; e il Corse ha osservato essere soltanto quattro le

lamine de' denti che sono primi a cadere, otto o nove quelle de' secondi, dodici o tredici quelle de' terzi, e così via dicendo fino ai settimi ed ottavi, che ne hanno ventidue. Dietro queste norme si può dire, che al *Serbaro* non si sono mai rinvenuti molari della prima muta; o di sole quattro lamine; che frequenti sono quelli della seconda e terza muta; e che più scarsi sono i molari delle ultime due mute, dai quali probabilmente derivano le grosse e lunghe lamine che spesso troviamo isolate dentro il cemento argillaceo di quella interessante località (Tav. II, fig. 5.).

Avanzi fossili di Ruminanti.

Nell' agosto 1821, mi furono recate a Verona alquante ossa fossili, e fra queste un frammento della mascella inferiore di un piccolo ruminante, che mi parve appartenere, più che ad altro, alla pecora (Tav. III, fig. 6.). Il villico che le raccolse, protestò di averle trovate al *Serbaro*, indicandomi ad un tempo il luogo preciso in cui furono rinvenute. Nel dì successivo in compagnia di quel villico tornai per la seconda volta al *Serbaro*, e dopo di avere esaminato il luogo dal quale erano stati tratti quegli spezzami, feci lì presso aprire un' altro escavo della profondità non maggiore di due piedi, e del diametro di sei. Discoprimmo in quell' occasione varj pezzi di corna cervine, e qualche molare pure di cervo, imprigionati in quel cemento medesimo che unisce le ossa elefantine, dal quale ho potuto a stento separarne qualch' una per darne la figura. Le corna hanno perduto il glutine animale, senza perdere la tinta bruno-rossiccia che loro è propria. Un pezzo lungo sedici centimetri, largo undici, presenta tre ramificazioni palmate, fra cui la più bassa è quasi del tutto obliterata. Nella superficie si veggono delle solcature piuttosto profonde, interrotte a quando a quando da protuberanze ocracee, generate dalla materia del cemento, che involgeva le corna. (Tav. IV, fig. 1.). L' impalmatura che v' ha fra ramo e ramo fa sospettare che il pezzo appartenesse all' Alce fossile d' Irlanda, *(Cervus euryceros)*, di cui si trovano vestigia nelle argille palustri del Vicentino e del Veronese *(Terreni alluviali delle Provincie Venete*, pag. 90 e seg.). Io non ispaccio che per verisi-

mile questa mia opinione, sempre disposto ad ascoltare ogni qualunque dubbio che mi si potesse muovere in contrario.

Ad altre corna senza impalmature, e quindi molto analoghe alle corna del Cervo comune, (*Cervus elaphus* Linn.) appartengono i pezzi rappresentati dalle figure 2, 3, 4, Tav. IV. Il primo corredato di due rami, ha la lunghezza di diecinove centimetri; il secondo, rotto in ambi i capi, ha dodici centimetri di estensione, ed il terzo ne ha dieci soltanto. Quest' ultimo è notabile per essere ancora attaccato all' osso, ovvero a quella specie di peduncolo che si eleva dal frontale, il quale essendo molto lungo, fa conoscere che l' individuo cui appartenne era giovane, giacchè siffatte prominenze si fanno minori colla età.

Per ultimo farò un cenno de' due molari che mi parvero conguagliabili ad una qualche specie di Cervo, anche perchè li trovai associati alle corna di questo ruminante. Codesti sono tenacemente attaccati al cemento, dal quale non osai distaccarli per tema di romperli. Essi sono lunghi un centimetro, larghi altrettanto: nè si può giudicare della forma e lunghezza delle radici, perchè sono intieramente nascoste nel cemento. La faccia laterale esterna (fig. 5, Tav. IV) di ciascun dente è provveduta di quattro scanalature accompagnate da rialti longitudinali, fra cui il più lungo forma la punta più elevata della corona. La faccia laterale interna è convessa, fornita soltanto di un' affossatura molto profonda, col margine privo di punte, e assai più breve di quello del lato esteriore. Non essendovi nel mezzo della corona nessun altro rilievo, si vede che questa parte è stata logorata dalla masticazione.

Caverne di Selva di Progno, nel Veronese.

Queste Caverne poste nel Distretto di Badia Calavena tra' Velo *e Selva di Progno*, distanno quattro miglia da Bolca, e sono lontane circa tre ore di cammino da un' altra spelonca che s' interna ne' monti di *Alfaedo*, e poco più da Veja, ove sonovi altre due Caverne, ed un ponte naturale, di cui avrò campo di parlare fra poco. Tutti questi vacui sotterranei si aprono nel calcare della creta, ch' è, come dianzi fu detto, la roccia predominante nelle Alpi veronesi, ed è a credere che altri e molto estesi ve n' abbia in tutto quel tratto di montagne che v' ha tra' Erbezzo, Romagnano e Velo, giacchè in tutti questi luoghi mi è avvenuto di scorgere strati sconnessi e capovolti, o per lo meno posti fuori dell' originaria loro sede, segni abbastanza chiari per sospettare che le viscere di quelle eminenze sieno tutte foracchiate e cavernose. E ben atti se non a dimostrare, certamente ad avvalorare questo sospetto, sono i profondi e vasti burroni che s'incontrano sulle falde di queste montagne, riempiuti di masse inesauribili di ghiaccio. Molto celebre è quello che si vede ne' monti della *Podestaria*, dentro il quale conservasi un' immensa ghiacciaja che rende attivo nella state un non ispregievole commercio tra gli abitanti del luogo, ed i fabbricatori di bevande congelate che sono in Verona.

Anche nella spalliera di monti che resta a sinistra di chi ascende la valle Pantena, v' ha degli antri più o meno estesi, quantunque per questo verso le stratificazioni conservino una direzione che si approssima all' orizzontale; e ben più numerosi e più vasti sono quelli della giogaja che fiancheggia la valle *de' Falconi*, come verrò esponendo quando parlerò della Caverna di *Cerè* posta in quella valle.

Le Caverne di *Selva di Progno*, trovansi precisamente nella valle di Velo, e vi si arriva per un ripido ed arduo sentiere, che si fa men disagevole a misura che più si si scosta dal Comune *di Progno* per entrare nei confini di Velo, conservando però sempre la direzione dall'Est all' Ovest, ch' è pur quella della valle. Alzando lo sguardo dal punto ove il cammino si fa piano, veg-

gonsi, all'altezza di dieci o dodici metri dalla strada, alquanti fori aperti sulla china settentrionale del monte, alcuni de' quali si lasciano tosto conoscere per altrettanti ingressi che conducono nell'interno del monte medesimo, riferibile anch'esso al terreno della creta. Tre sono i fori susseguìti da anditi abbastanza spaziosi per dare accesso all'uomo: il primo è largo cinque metri, alto tre; il medio ha tre metri di larghezza, ed uno di altezza; ed il terzo riesce appena accessibile in causa del materiale caduto dall'orlo superiore, che ne sminuisce l'ampiezza. Nel 1821, penetrai nel foro più grande in compagnia del Commendatore Gazola, e di altre persone a lui famigliari, una delle quali sorpresa dal timore, scelse il partito di tornare indietro. In quella peregrinazione di sotterra, il Gazola, tuttochè vecchio, mi seguì con una presenza di spirito che merita di essere ricordata. Giunti nella Caverna egli fu il primo a fermare lo sguardo sopra i lavori degli stillicidi, e sopra alcune grosse stalagmiti, che per avere la forma di alte colonne, sembrano altrettanti pilastri lavorati dalla mano dell'uomo per sostenere la vòlta. Egli innanzi tutti chiese il piccone, che seco recava la guida, per distaccare qualcuno dei molti torsi splendenti che qua e là si alzavano dal suolo, e che sono il prodotto delle gocciaje non al tutto sprovvedute del bicarbonato di calce che generò le stalattiti, pendenti dalle vòlte superiori. Al di sotto delle concrezioni adagiate sul fondo abbiamo scoperto un pezzo di mascella priva di denti, lo che avrebbe forse impedito di conoscere la specie a cui quell'osteolito appartiene, se il confronto fatto dappoi con un altro teschio fornito di denti non avesse tolto di mezzo ogni dubbiezza. Di fatto messo al paragone col cranio dell'*Ursus spaeleus*, di cui parlerò più sotto, mi risultò essere un frammento dell'osso mascellare superiore del lato dritto, spettante a questo animale; mentre un'altra porzione di teschio dissepolta dalla guida, e comparata col cranio sovramenzionato, si riconobbe per un frammento dell'osso mascellare anteriore in cui l'alveolo del canino, appare ostruito di materia terrosa poco coerente, e di tinta oscura. Io stesso, a sinistra del foro d'ingresso, rinvenni due brani della mascella inferiore di un grosso mammifero ravvolti nel limo ghiajoso del fondo; e nel lato che giace a dritta dell'ingresso stesso trovai un resto di mandibola inferiore, non già coperto di ma-

teria ghiajosa come i primi, ma incrostato in una specie di stalagmite rossigna molto solida, di cui dovrò parlare in altro luogo. E' questo il solo avanzo di carnivori a molari cuspidati, che io abbia trovato in *Selva di Progno*, laddove nella Caverna di *Cerè* le ossa e denti del *Lupus*, accompagnati da ossa e denti di erbivori mi risultarono copiosissimi (Tav. V, fig. 3). Le due mascelle, un frammento di scapola, e due o tre vertebre che ho raccolte in quella Caverna, appartengono anch' esse all' Orso delle spelonche, il quale, per giudizio del Cuvier, doveva essere molto più grande e più carnivoro degli orsi che vivono oggidì.

Nove anni dopo, cioè nel 1830, quella Caverna fu visitata dall' egregio sig. Luigi Favero, Ispettore de' boschi in Verona, dalla cui gentilezza m' ebbi un canino ed un molare disgiunti dalle mascelle, e riferibili entrambi all'Orso delle Caverne, perchè entrambi si adeguano ai denti analoghi che stanno incassati nel teschio più sopra ricordato. Il primo si affà col canino dritto della mascella superiore; ed il secondo si conforma egregiamente col terzo molare sinistro della mascella stessa, sicchè non può restar alcun dubbio circa la specie cui que' denti appartengono.

Le ultime notizie intorno a queste Caverne mi furono cortesemente comunicate non ha guari dall' esimio sig. Francesco Avoni, medico delegatizio in Verona, che dal viaggio fatto in mia compagnia nell' autunno 1840 alle spelonche di *Alfaedo*, fu invogliato ad estendere le sue osservazioni sopra quelle di *Selva di Progno*, e quindi a darmi contezza di quanto gli è sembrato degno di speciale ricordanza. Trovò egli in fatto, che non solamente il maggiore dei tre fori, di cui sopra dicemmo, conduce alla Caverna, ma tutti possono servire di accesso alla medesima. « Ognuna delle indicate aperture, (scrive il dottore Avoni) mette dopo alcuni passi in una piazza » comune sostenuta da tre grandi pilastri, e formata di tre arcate componenti » una vôlta quasi regolare, e assai piacevole a vedersi. Sui bassi fianchi di » questa piazza si veggono delle affossature quasi per intero ostruite dai ma- » teriali terrosi portati dalle acque che vi penetrarono per una lunga suc- » cessione di secoli. Le stalattiti vi sono in grande quantità, e disposte in » modo regolarissimo. Un canale che dalla detta piazza s' interna per cento

» passi nelle viscere del monte, corre dal Nord al Sud, ed è amplo abba-
» stanza perchè vi si possa camminare, tranne però un punto ove è forza pie-
» garsi e andare carpone (15). Termina il canale in una piazza molto più
» piccola della prima, la quale è sostenuta anch' essa da tre colonne irrego-
» lari, sormontate da una vôlta alta dieci metri dal suolo. Da questa seconda
» piazza s' internano obbliquamente due cunicoli, uno de' quali porta il nome
» d' *Incudine*, ed è luogo famoso, perchè è voce che avessero ivi stanza i
» falsamonete ; l' altro è detto del *Gallo* perchè riesce oltremodo piccolo, e
» quasi impraticabile all' uomo. Questo foro alto da terra non più di due
» piedi era meno largo di quello ch' è adesso, e vuolsi che sul finire dello
» scorso secolo sia stato allargato, e ridotto all' ampiezza cui ora attinge, per
» obbedire ai comandi di un augusto personaggio. Fra i materiali estratti in
» quell' occasione si trovarono inviluppate molte ossa, e in unione a queste
» molti denti, che per essere diversi da' denti degli animali domestici hanno
» fatto girare il capo ai più assennati del villaggio. Attraversato quell' angu-
» sto canale si giunge all' ingresso di una terza caverna, che supera la seconda
» in grandezza, ed è coperta d' ogni intorno da una grossa incrostazione cal-
» caria, che impedisce di vedere la roccia di cui è formata l' ossatura della
» montagna. In una parte di essa lo stillicidio è perenne, e quivi pendono
» dal tetto moltissimi bernoccoli lucenti, simili a quelli che trovo descritti
» alla pagina 252 del di lei Trattato sulla costituzione geognostica de' terreni
» postdiluviani delle Provincie Venete, i quali mostrano chiaramente come
» prendono origine le grandi stalattiti. Queste poche osservazioni io faceva
» il giorno 8 Novembre 1840, ed avrei voluto fermarmi più a lungo nelle
» Caverne predette per cercarvi le ossa se la mancanza di tempo, e degli
» ajuti necessarii non me lo avesse impedito. »

Dalle allegate descrizioni si apprende che le acque hanno avuto gran parte nel dare a quelle stanze sotterranee la forma che presentano adesso. Il limo talvolta indurito, talvolta poco coerente che riempie le cavità del suolo, e che vedesi insinuato ne' fori scavati all' intorno delle pareti, è un vestigio delle corrosioni operate dalle correnti in tempi antichissimi ed anteriori ad ogni storia. Le ossa ora notevoli per lo stato di conservazione nel quale si trovano,

ora infrante o mutilate, fanno prova che le Caverne di *Selva di Progno* erano provvedute di animali ivi rifugiatisi prima che le correnti vi deponessero gli avanzi ossei che seco recarono dalle Caverne superiori, i quali, benchè identici ai primi, pure ad un occhio sufficientemente avvezzo a distinguere i lavori dell' acqua non ponno in alcun modo nascondere la loro derivazione. Tenendo per fermo che le parti più fragili de' teschi trovati a *Selva di Progno* non si sarebbero mantenute intatte se fatto avessero come le altre il tragitto dall' una all' altra spelonca, io non trovo adottabile l' opinione di coloro, i quali vorrebbero che le ossa tanto intere quanto stritolate sieno effetto de' trasporti operati dalle correnti.

Del resto non altre osservazioni oltre a quelle superiormente esposte sono state fatte intorno le Caverne di *Selva di Progno*, e se nel secolo passato furono, come non dubito, esaminate, nessuno però si è dato il pensiero di pubblicarne la descrizione. Quelli che ne' loro scritti ne fanno menzione danno anche a conoscere patentemente di non averle vedute co' proprii occhi, e di riposare sull' altrui fede. Carli ricorda le ossa ivi raccolte mezzo secolo fa, ma i cenni ch' egli ci porge sono così vaghi e ristretti, da non poterne trarre costrutto. (*Storia di Verona, tom. VII*, pag. 222.) Oltre il Carli molti altri parlarono delle ossa che trovansi a *Selva di Progno*, ma nessuno dichiara di aver mosso i passi verso il luogo nel quale esistono. Fortis fu il primo a proclamare che gli avanzi ossei di quella grotta spettano ad amfibii simili alle foche, ma si apprende dal contesto del suo discorso ch' egli non visitò quel sito, e che solamente si attenne alle notizie avute dai montanari che gli servirono di guida nella sua gita al *Serbaro*, dov' ebbero sepoltura gli elefanti. All' annunzio che tali ossa si adeguano ad animali marini, cercò subito di spiegarne la provenienza immaginando che un antichissimo Oceano abbia deposto le stratificazioni di *Selva di Progno*, come per tutto altrove, e che le acque dolci sotterranee abbiano lavorato lentamente delle cavità dopo la ritirata de' flutti falsi, i quali riguadagnando, dopo chi sa quanto tempo, quelle altezze, seco condussero le foche. (Fortis, *Memoria epistolare sulle ossa di elefante, pag.* 41.)

Dieci anni dopo, cioè nel 1796, Serafino Volta ha ripetuto quanto disse

il Fortis, se non che, invece di convenire che gli ossami ivi dispersi sieno di foche, pensa che alcuni possan riferirsi ad animali terrestri, senza però allegare i motivi che lo hanno indotto in questa credenza. Ma il Volta intento alla illustrazione de' pesci di Bolca non attese gran fatto allo studio degli osteoliti delle vicine montagne (*Ittiolitologia Veronese*, *pag.* 12, 46.) Poche ed imperfette indicazioni abbiamo nelle opere degli autori che dopo il Fortis fanno menzione della Caverna ossifera di *Selva di Progno*, e molti ne attribuirono al Festari lo scoprimento; ma negli scritti editi ed inediti ch'io possiedo di questo naturalista, non trovo che sia fatto cenno nè delle ossa, nè del luogo in cui sono tumulate, così che ad altri si deve attribuire probabilmente l'errore di aver presi quegli ossami per avanzi di mammiferi marini, quando invece spettano tutti ad animali terrestri. Le Caverne di *Selva di Progno*, ben più basse delle altre che sottostanno alle ghiacciaje de' monti Lessini, mostrano, com'è detto, di essere state riempiute da correnti di acqua dolce, le quali si dischiusero un varco per tre fori, visibili tuttavia sulla faccia del monte che guarda il mezzodì. Ma s'è indubbiamente fondata l'opinione che torrenti rovinosi abbiano avuto corso in quelle latébre, è però molto difficile scoprire gl'ingressi pei quali entrarono ne' vani delle montagne Lessine, e le uscite per cui discesero ne' baratri delle soggiacenti eminenze, a meno che non si voglia crederle derivate da sorgenti sotterranee che ora più non esistono in quelle cavità. È però certo che grandi correnti calarono dall'interno de' monti del nord dove sonovi Caverne, rese inaccessibili per la caduta degli strati interni che ne preclusero la via, ed impedirono all'acqua di scorrere per l'alveo che conducevala nelle Caverne de' monti inferiori. Nei contorni di *Giazza*, e nei soggiacenti monti di *Campo-Fontana* vi sono indizii di Caverne diroccate per le frequenti rovine di strati che vi si osservano, ed è appunto in questi siti che un esame ben diretto potrebbe condurci a conoscere i luoghi stessi, dai quali l'acqua scendeva nelle più basse caverne.

Ammesso che in antico vi fosse una comunicazione tra le Caverne de' monti Lessini, e le Caverne di *Selva di Progno*; ed ammesso che dalle prime scendessero per sotterranea via le correnti che attraversavano le seconde, si vede facilmente la ragione per cui le ossa bene conservate dell'Orso delle spelonche

si trovano accomunate alle ossa rotte e corrose dell'Orso medesimo. Quelle che non hanno sofferto verun detrimento spettano ad individui dell' *Ursus spaeleus* che vissero e morirono in *Selva di Progno*, nella medesima maniera che vivono e muoiono gli orsi de' tempi nostri, e le altre che appaiono tronche e fracassate appartengono ad individui della stessa specie morti nelle spelonche superiori, e furono poscia trascinate dalle acque, ne' siti ove presentemente si trovano.

Osservazioni sopra le ossa fossili di Selva di Progno.

Cranio dell' *Ursus spaeleus.*

Tav. V, fig. 1.

Verso la fine dello scorso secolo un ricercatore di spoglie organiche fossili, scoprì nelle Caverne di *Selva di Progno* il teschio dell'*Ursus spaeleus*, che fu allora riferito ad una specie di foca. Nel 1821 vidi questo teschio nel museo mineralogico di S. E. il sig. marchese di Canossa, e tosto avvisai che all' Orso delle spelonche si dovesse conguagliarlo, non ad un anfibio (*Gior. di Brugnatelli*, 1825). In questo stesso torno di tempo mi recai col Commendatore Gazola a *Selva di Progno*, e nelle scavazioni ivi praticate rinvenni le ossa, di cui altrove ho fatto cenno. Però fra queste non ve n' ha alcuna, la quale conservi un complesso di caratteri così importanti, quanti ne presenta l' osteolito suddetto, e nessuna che meriti più di questo di essere figurata nella sua naturale grandezza; quindi cercai di averlo a cortese imprestito per farne i dovuti confronti con i pezzi analoghi da me raccolti in *Selva di Progno*. Io mi professo in particolar modo tenuto a S. E. il marchese Canossa, dalla cui generosità ottenni la permissione di portar meco a Padova quel teschio per prenderne in gesso il modello e per trarne il disegno. (Tav. V, fig. 1.) Sono stato incerto sotto qual posizione dovessi rappresentare il teschio, se con i molari veduti di profilo, ovvero con le ossa palatine voltate all' insù, onde meglio si potessero scorgere i caratteri più essenziali della

specie. Mi sono deliberato di adottare quest'ultimo partito; ed avrei data la preferenza al primo, oppure mi sarei fatto carico di esibire ambedue queste positure, se l'originale che ho fra le mani non fosse mancante di tutte le ossa formanti la vôlta del cranio, per cui, anche ripetendo il disegno, non avrei messo sotto l'occhio dell'osservatore che la sola base del cranio, fornita de' consueti rialti destinati a circoscrivere l'ampiezza delle fosse medie, ed anteriori. Questa mancanza impedisce altresì di poter giudicare a quale specie deperita di Orso appartenga il cranio, se all'Orso a fronte convessa *(Ursus spaeleus)* ovvero all'Orso a fronte piana *(Ursus arctoideus)*, benchè dalla forma generale delle parti che ancora sussistono, si possa crederlo più affine alla prima che alla seconda.

La testa, che passo a descrivere, è lunga ventisei centimetri, larga nove, alta sei. Le ossa palatine e le mascellari con la parte dentaria sono tutte saldate insieme, e molto pronunciati appajono i fori palatini inferiori e anteriori. Alla regione orbitale avvi in ambi i mascellari l'apofisi jugale, che nel lato destro si prolunga in una porzione dell'osso zigomatico, e al di sopra si apre il foro infraorbitale. Vi si veggono tre grandi molari tubercolosi in ciascuna parte, il terzo anteriore de' quali era susseguito da un quarto piccolissimo, di cui non rimane che il solo alveolo del lato sinistro. L'apice del canino destro è più malconcio del sinistro; entrambi hanno lo smalto perfettamente conservato, e ciascuno può essere a piacere levato e rimesso nel proprio alveolo. Gl'incisivi mancano onninamente. Non è ovvio scorgere nell'Orso delle spelonche gl'indizii del quarto molare superiore, assicurando il Cuvier di non averne trovato traccia in otto o dieci cranii fossili per lui esaminati. (Tom. VII, pag. 250.) Sembra però ch'esso esista ne' mascellari de' giovani individui, e manchi in quelli degli adulti. Di questo minimo dente sono sprovveduti i grandi cranii illustrati dall'Hayn e dall'Hunter, mentre nei cranii di piccola mole è stato riscontrato da Camper e da Goldfuss.

Mascellare superiore dell' *Ursus spaeleus* e mascelle inferiori del medesimo.

Tav. VI, fig. 5.

Al mascellare superiore destro appartiene il pezzo di teschio rappresentato alla fig. 5 della tavola VI, il quale contiene anch' esso una porzione dell' osso jugale, il foro infraorbitale, ed i tre molari egregiamente conservati (16). Lo spessore delle parti componenti questo pezzo è maggiore di quello che presentano le parti analoghe del teschio suddetto, dalla quale differenza argomentai che potesse appartenere ad un individuo di età molto avanzata. Di fatto rinvengonsi a *Selva di Progno* le mascelle inferiori dell' *Ursus spaeleus* lunghe trenta centimetri, cioè di una estensione che non istà in accordo con la lunghezza del cranio da noi figurato, le quali, tuttochè riferibili alla specie cui il cranio appartiene, mostrano di aver servito ad un individuo che acquistò coll' età un maggiore ingrandimento. Non è già un fenomeno poco comune trovare in una medesima caverna gli avanzi ossei dell' orso di maggior mole associati a quelli della stessa specie di mole minore, giacchè nei dintorni di Ciply presso Mons vi sono esempi di questo accomunamento (Cuvier, *Tomo VII, pag.* 245), i quali si ripetono eziandio nell' antro di *Harmanetz* non lungi da Neusohl in Ungheria (Zipser, *Annali di Leonhard*, 1839). Una delle mascelle di cui parlo è rappresentata dalla fig. 1 (tav. VII), ch' è la metà più piccola dell' originale. Essa appartiene al lato destro; manca del canino, nè conserva de' denti che il solo molare posteriore. Nel lato interno della estremità anteriore esistono ancora i segni della sutura che univa insieme i due rami; e nella posteriore si osserva il condilo, di forma cilindrica, il quale misurato da un capo all' altro offre la lunghezza di cinque centimetri. Dal lato interno di esso condilo si eleva l' apofisi coronoide, sulla cui faccia esterna vi ha la fossa masseterica.

Un altro frammento di mascella inferiore, trovato a *Selva di Progno*, merita di essere ricordato, per la grandezza cui attinge il condilo, il quale vedesi tuttavia attaccato ad una piccola porzione dell' apofisi coronoide, che per essere molto propinqua al capo interno del condilo stesso, mostra di

appartenere alla mascella sinistra. Esso è lungo nove centimetri, grosso due e mezzo, nel maggiore suo diametro; e ciò dimostra che egualmente grande doveva essere la fossa glenoide del temporale destinata a riceverlo. (Tav. VII. fig. 2).

Vertebre dell' *Ursus spaeleus.*

Tav. VIII.

Spettano egualmente all' Orso delle spelonche due esemplari della prima vertebra cervicale, entrambi più o meno mutilati nel margine delle apofisi laterali. La più piccola di queste vertebre è anche la meglio conservata, e perciò mi servo di essa per dare il disegno. (17) (Tav. VIII, *fig.* 1).

Misurata da un capo all' altro de' due prolungamenti laterali offre la larghezza di dodici centimetri, senza calcolare le parti che mancano. L' incavatura nel davanti di ciascuna apofisi laterale è presso che nulla, come avvisa il Cuvier; laddove appare molto profonda nelle jene e ne' cani (*Tom. VII. pag.* 303). Nella faccia superiore v' ha un' affossatura bislunga, nei cui lati estremi si aprono due fori: il più interno si porta nel canale midollare; l'altro si dirige obliquamente verso la parte inferiore dell' ala laterale.

Di sei altre vertebre discoperte a *Selva di Progno*, io non farò menzione che di tre, senza darne la figura. Le prime due si riferiscono alle dorsali, e presentano le apofisi soprannumerarie posteriori più lunghe delle apofisi articolari; e la terza appartiene alla quarta e quinta vertebra lombare.

Scapole dell' *Ursus spaeleus.*

Tav. VII.

Cuvier confessa di non conservare fra le ossa fossili della sua amplissima ed istruttiva Collezione nessuna scapola dell'Orso delle spelonche, di cui, per suo avviso, sono pur mancanti le Collezioni osteolitiche de' signori Rosenmüller e Karsten (tom. *VII*, *pag.* 272). Ciò addiviene, dice egli, perchè essendo le scapole corpi piatti e sottili, sono anche sottoposte a guastarsi più che le altre ossa; locchè è vero rispetto alla parte sottile, non già riguardo

alle parti solide e dure, delle quali è pur fornita la scapola. A *Selva di Progno*, dove pure rinvengonsi le ossa spettanti agli arti così anteriori che posteriori dell' Orso, trovai una porzione di scapola, la quale messa al paragone colle ossa analoghe delle Caverne dell'Ungheria, vi si uniforma mirabilmente. Io la ho rappresentata pel verso della faccia articolare, in cui si scorge la fossa glenoidea, che si articola coll' omero, nel margine anteriore della quale non si vede veruna tuberosità che possa rappresentare l' apofisi coracoide. La spina che si eleva nel mezzo determina l' ampiezza delle fosse sottospinata e sopraspinata, e finisce superiormente nell' acromio ch' è ben grande (tav. *VII*, *fig*. 3). L' osso manca di una gran parte dell' espansione sottile, destinata a formare i margini anteriori e posteriori delle scapole, quindi nulla si può dire delle dimensioni a cui attingeva l' esemplare che ho dinanzi.

Ho detto che altre ossa attinenti agli arti dell'Orso esistono nelle Caverne di *Selva di Progno*, e noterò fra queste le seguenti.

Un frammento dell' osso iliaco, nel quale vi si osserva la cavità cotiloide, avente nella sua interna circonferenza le impressioni lasciate dai legamenti capsulari (tav. *VIII*, *fig*. 2) e la testa del femore, ch' è sferica in alto ed all' indietro, come nell' uomo (*fig*. 3). Nella sua parte media superiore scorgesi l' impressione o fossetta circolare del legamento che univa il femore della cavità suddetta. Un altro pezzo si riferisce alla parte inferiore del femore stesso, e presenta le due eminenze o condili interno ed esterno (*fig*. 4). Per ultimo ricorderò l' osso del calcagno, la cui apofisi laterale molto prolungata non permette di confonderlo con le ossa analoghe di altri animali (tav. *VI*, *fig*. 6). La figura data da Cuvier (tav. 156, *fig*. 10) del calcagno dell' Orso fossile non corrisponde male al nostro, ma essendo troppo piccola non saprei istituire un certo confronto coll' originale che ho fra le mani.

Caverna ossifera di Ceré nel Veronese.

Questa Caverna, distante poco più d' un miglio da *Alfaedo*, resta a dritta di chi abbandona questo villaggio per discendere nella valle dei *Falconi*, ove è situata. Il prete Giorgio Piccoli ne diede, cento anni or sono, la descrizione in un Opuscolo intitolato: *Ragguaglio di una grotta, dove*

sono molte ossa di belve diluviane, il quale fu impresso in Verona unitamente ad una Mappa indicante i luoghi del Veronese più ricchi di petrificazioni marine (18). Chi però si avvisasse di trovare nell' Opuscolo del Piccoli quanto viene promesso nel frontispizio s' ingannerebbe a partito, non avendo egli consecrato all'illustrazione della Caverna che sole venti righe, in cui dice che all' est di *Cerè*, al piè d' un alto macigno, avvi una grotta che comunica per una stretta gola con un' altra più interna, larga venticinque piedi ed alta sei, e col pavimento molto inclinato. Le ossa sono conglutinate insieme da una terra rossiccia, e spettano a corna di cervo, denti di pecora e di cinghiale, a teschi di belve antiche, uno de' quali, a detta dell' autore, era fornito dei suoi integumenti, e principalmente delle membrane e carnosità che costituiscono il globo dell' occhio. Il rimanente del libro versa sopra questioni astronomiche e cosmologiche estranee nell' argomento.

L' asserzione che gli ossami di quella Caverna sieno provveduti non solamente del glutine animale, ma ben anche de' loro integumenti, m'invogliò ad intraprendere il viaggio di *Cerè*, onde verificare un fatto che condurrebbe ad una conseguenza, o, se vogliamo, ad una supposizione del tutto opposta a quella generalmente ammessa sull' antichità delle ossa finora trovate nelle caverne di diversi paesi dell' Europa.

Dirò brevemente ciocchè ho osservato nella mia corsa al *Cerè;* ma mi si permettano prima altre due parole sopra quanto scrisse di quella Caverna il conte Asquino in una Memoria epistolare stampata in Verona l'anno 1829. Ciò che l' autore dice delle ossa è lieve cosa; ma le notizie di altro genere che ci somministra, potrebbero sotto certi riguardi riuscire interessanti. Trovò quel filologo che alcuni vocaboli usati da quegli alpigiani sono di origine celtica, e dopo toccato l' argomento del quale ci occupiamo, narra in conferma del suo assunto, che la grotta è ivi chiamata *Bolza*, voce di cui ha creduto valersi Dante in più luoghi dell' Inferno, per formare con leggiero cangiamento il vocabolo *Bolgia*, che vale antro o spelonca. E così anche l' ab. Salvi molto tempo prima del conte Asquino ebbe a credere che le Caverne del Veronese ed il ponte di Veja abbiano servito di archetipo all'autore della Divina Commedia.

Io visitai la caverna del *Ceré* nel settembre del 1840 ed in compagnia di alcune dotte persone, che vollero meco associarsi in quel viaggietto (19), mi recai di buon' ora a *Bellori.* Appena si avea fatto mezzo miglio al di sopra di quel villaggio che, a sinistra del canale, vedemmo degli antri, e sotto di essi dei massi rovesciati, le cui facce ci sembrarono spalmate dall' alto al basso di croste stalagmitiche. Andando oltre, trovammo il cammino coperto pel tratto di molti metri di uno strato calcario, che sporge in fuori quattro o cinque metri dal corpo del monte, senza che verun pilastro lo sostenga sul davanti, e senza che la mancanza dei fondamenti lo abbia fatto inclinare neppure di un pollice verso la strada. Quivi la prospettiva non è orrida, ma disgustosa, per la sterilità e sparutezza dei monti, quantunque l' occhio del geognosta possa in alcune di quelle falde ravvisare un' infecondità non al tutto disaggradevole, poichè dalla superficie nuda del calcare vidi sporgere gli ammoniti della creta, e con minore frequenza i modelli della *Terebratula antinomia;* specie che pur trovai negli anni addietro nella creta de' monti circonvicini. La strada battuta fin qui non presenta che calcare della creta, tutto screpolato o trinciato di fenditure che lo rendono inetto al lavoro, anche pei molti arnioni di focaia che per entro vi si veggono. Gli strati più o meno inclinati di questo calcare alternano cogli strati di una marna cinerea che per essere caduta in fatiscenza viene portata via dall'acqua, lasciando ovunque dei buroncelli, che col decorso del tempo faranno sentire ai corsi calcarei superiori la mancanza dei fondamenti. Ascendendo verso *Ceré*, si arriva in un punto dove la via si divide in due stradiciuole : l' una acclive che conduce al ponte di Veja ; l' altra alquanto ripida che s' innalza bruscamente e finisce nell' altipiano di *Ceré;* d' onde progredendo verso levante, si giunge nella valle dei *Falconi*, ov' è la caverna. Lasciata a manca la stradella che corre a Veja, e fatti alcuni passi sull' altra, mi si spiegò allo sguardo il ponte di Veja, ma sotto un tale punto di vista che non seppi a prima giunta crederlo quello stesso che contemplai altre volte ; e ciò perchè invece di vederlo di fronte, e dal basso della valle di sant' Anna, io lo mirava a molta distanza da uno dei lati, o vogliam dire obliquamente, e quindi i due fianchi mi sembravano esattamente simili, quando invece sono diversi come diverse appaiono le facciate

dell'arco di cui dovrò parlare nel seguito del mio lavoro intorno alle caverne delle Alpi Venete. Superati quei greppi, giungemmo sulla cima, e di là fummo guidati dai villici del luogo, verso la valle dei *Falconi*, attraversando la molto comoda e deliziosa spianata di *Ceré*, per prendere direttamente il sentiero della caverna, il quale è ignudo, rovinoso, e solo vestito qua e colà di pochi arbusti cresciuti a stento fra gli screpoli della roccia, e più atti ad acrescere la difficoltà della marcia, che ad agevolarla. Disceso in linea retta pel tratto di dugento metri, arrivai quasi senza avvedermene presso gli orli inferiori della caverna; ma di là mancava la via per alzarsi verso la bocca, e dovettero le guide farmi con le mani scabello, e spingermi all'insù; finchè superato il tagliato a piombo del ciglione che si opponeva all'ascesa, potei di per me gittarmi nello spazzo che mette alla caverna. L'apertura di questa forma un parallelogrammo scorretto, ed è alta metri tre, larga due e mezzo, e lunga quattro o poco più. La vôlta rusticamente inegnale si ristringe e si abbassa verso il piano a guisa de' vomitorii degli antichi teatri, indi finisce in un foro non più alto di un metro, il quale costringe chi vuol ire innanzi a strisciare col ventre il suolo, e progredire per tre o quattro metri in così incomoda positura. Poscia si arriva in un vestibulo, e da questo alla caverna ossifera, ove muniti di faci abbiamo potuto esaminare ogni cosa con la più scrupolosa esattezza. Il capitano Kovascowich volle col metro alla mano rilevare l'ampiezza della caverna, e la trovò alta due metri e mezzo, e larga ove sei, ove otto metri. Il fondo è coperto d'una specie di belletta rossastra fortemente ghiajosa, con entro pezzi rotolati di calcare e di ossa ora stritolate e confuse, ora abbastanza conservate, per riconoscere, mediante l'anatomia comparata, il genere di animali cui appartengono. Che poi sotto di questo fondo si apra un'altra caverna, e si possa asseverantemente affermare che nell'interno del monte vi sieno vuoti vastissimi posti a livelli differenti, ciò è quanto hanno saputo verificare in questi ultimi giorni alcuni miei discepoli recandosi espressamente a *Cerè* per vedere con gli occhi proprii i fatti che io aveva loro narrati dalla cattedra (2). Dal vedere che nell'impasto osseo esistono denti similissimi a quelli dei ruminanti, abbiamo ragionevolmente pensato che alcuni dei frusti d'ossa riferire si dovessero allo stesso ordine di animali. In

una congerie di questi ossami, parte fistulosi, parte cellulosi, si rinvenne un frammento di corno di cervo, qualche dente di pecora e del *Sus priscus;* laddove in altri pezzi del cemento trovammo incluse mascelle e denti di carnivori sanguinarii spettanti al *Canis lupus*, dei quali darò a suo luogo una più distinta descrizione; ma delle parti molli e coriacee, di cui parla il Piccoli, non trovammo vestigio alcuno. D' altronde lo stato di calcinazione delle ossa viene apertamente manifestato dall' effervescenza promossa dall' acido nitrico versatovi sopra, e dalla mancanza assoluta di gelatina animale, che io stesso ho verificata col ministero del fuoco. Si vede da questi fatti che il Piccoli era tutt' altro che in istato di far buone osservazioni, o di scrivere con precisione ciò che ha veduto a *Cerè*, imperciocchè il candore della calcinazione di quelle ossa non potrà mai conciliarsi coll' idea ch' esse fossero cent' anni addietro provvedute d' integumenti. Gli animali, cui questi avanzi appartengono, erano troppo grandi per supporre che un tempo vivessero in una caverna così piccola, fornita di uscite così anguste com' è quella di *Cerè*, e per ciò medesimo entrai nella credenza, che i lupi di quell' età si rifuggissero nelle caverne superiori, di cui parlerò fra poco, e dessero la caccia agli animali erbivori che allora bazzicavano in que' dintorni. Alla completa spiegazione del fenomeno importerebbe conoscere se le ossa belvine di *Cerè* sieno state messe in frantumi dai denti de' lupi, come ha verificato Buckland, rispetto alle ossa spezzate dalle jene, ovvero se sieno rotte o mutilate nel tragitto che fecero con le acque dall' una all' altra spelonca.

L' antro è tutto all' intorno incrostato di una ben grossa stalagmite, in cui si può contare parecchi strati di varie dimensioni e colori, tutti però ruvidi al tatto, per la molta sabbia che vi si scorge per entro. Stalattiti pendenti dalla vôlta non se ne veggono; ma nella parte inferiore, ove la stalagmite si fa sottile, sporgono all' ingiù dei torsi, la cui figura assomiglia, più che ad altro, agli strobili del pino, i quali sembrano destinati a formare il finimento di quella vasta e singolare concrezione. Nel mezzo della vôlta esiste un' apertura circolare, che doveva avere per lo meno quattro piedi di diametro, e che adesso appare intieramente ostrutta dal materiale medesimo che ricopre le pareti della caverna. Ora vedremo quanto bene questa apertura si

presti alla spiegazione del fenomeno che sono per narrare. Sollevando le fiaccole in alto, vedemmo sporgere dal tetto infinità di ossa rapprese nel consueto cemento argillo-ferruginoso, le quali stendonsi a dritta dell'apertura per lo spazio di due piedi in largo e quattro in lungo, senza che sopra di esse vi corra l'intonaco stalagmitico, che l'acqua in ogni qualunque altra parte della vôlta ha potuto appiccarvi. Questo fatto, se non unico nella storia della geologia, certo sommamente raro, ci empì di maraviglia, e ci tenne per qualche tempo con gli occhi rivolti al soffitto, e tutti intenti a trovare la spiegazione di fenomeno tanto singolare. Unitamente alle ossa stanno legate nel cemento schegge di calcare simili a quelle che veggonsi imprigionate nella terra ocracea lapidosa, che ricopre il fondo della caverna; lo che fa sospettare che grandi correnti sotterranee abbiano là dentro trascinato, coi frammenti angolari di calcare, anche le ossa a cui essi sono congiunti. Questo cemento esposto all'aria si rassoda e diventa assai più duro di quello che sia prima d'essere staccato come dal fondo, così dal tetto della caverna. Non so se l'indurimento della pasta includente le ossa delle spelonche sia una circostanza avvertita dai viventi naturalisti; ma so bene che Fortis settant'anni addietro non ommise di registrarla fra le osservazioni per lui fatte sulle breccie ossee del Quarnaro. (*Saggio di osservazioni sopra l'isola di Cherso ed Osero*, pag. 96.) Ma come ha potuto il materiale condotto dall'acqua ricoprire il suolo, e depositarsi ad un tempo sul tetto della caverna? Per iscoprire la cagione del fenomeno pare che prima di tutto si debba esaminare lo stato presente della caverna ossifera, e vedere se v'ha indizio alcuno, il quale possa dimostrativamente convincere che la sua conformazione sia stata un tempo diversa da quella che apparisce oggidì. Gli orli del grande incavo che vedesi nel mezzo della vôlta, tuttochè velati da una crosta stalagmitica, non si nascondono però ad un occhio avvezzo a distinguere il tardo lavoro dell'acqua; ma si lasciano riconoscere per labbrature di un largo foro, da cui scendevano le acque dalle superiori caverne (21). Che poi il foro metta in un' altra spelonca, il cui piano formi ad un tempo la vôlta della caverna inferiore, ciò è quanto osiamo di asseverantemente asserire, e ciò è quanto dee sembrare a chiunque volesse darsi il pensiero di ripetere le nostre osservazioni.

Tutte le aperture che osserviamo sul tetto delle caverne, o sono in comunicazione coll' esterno, o servono di entrata in altre spelonche. Quella di cui parliamo è ben lungi dal trovarsi in situazione così alta, e così poco internata nel corpo della montagna, da poter credere che il foro verticale conduca fuori del sotterraneo, piuttostochè in un' altra caverna. Oltre a ciò, l' ispezione che abbiamo fatta sulla faccia esterna del monte ci assicurò della mancanza assoluta di spaccature o di burroni che possano risvegliare il sospetto di una comunicazione tra questi e le soggiacenti cavità; circostanza che avvalora sempre più l' opinione da noi emessa circa l' origine delle correnti che anticamente travolsero e spezzarono tutto il pietrame avventizio delle Caverne veronesi. E' quindi probabile che i materiali dell' impasto osseo, raggirati dalle acque, sieno con esse discesi dalle spelonche superiori in tale quantità da riempiere interamente la caverna inferiore; e allora fu che al tetto si è attaccata quella parte del cemento osteolitico visibile ai nostri sguardi. Qui mi si opporrà che all'acqua, e, se vogliamo, al materiale che seco ha tradotto, era impedito di soggiornare in un vano provveduto inferiormente di una uscita, cioè del foro per cui dalla prima caverna si passa nel vestibulo più sopra ricordato. Ognuno vede di qual peso sia questa obbiezione che feci a me stesso prima di uscire dalla caverna; ma chiunque ha un po' di pratica della struttura de' monti veronesi troverà molto ragionevole il pensiero, che tosto mi corse alla mente, di esaminare i lati estremi del foro medesimo, onde riconoscere l' indole della roccia che un tempo lo riempiva. Ho detto più sopra, che in varii luoghi della valle Pantena i corsi del calcare alternano cogli strati di una marna facilmente attaccabile dall' acqua; ed è appunto di questa fatta di roccia che mi risultarono composti i due lati dell' apertura. La corrispondenza che ravvisai fra le parti divise, indizio sicuro di antica continuità, mi fece accorto che non sempre la natura volle nascondere all' umana penetrazione le leggi che si è prescritto nelle sue opere, ma che talvolta, se non ai più imaginosi che si fanno ad interrogarla, certo ai più pazienti ella fa sentire i suoi responsi. È dunque evidente che l' acqua, durante la sua stazione nella caverna, potè rendere vana la tendenza delle molecole marnose a tenersi unite, e aprirsi una via, conducendo seco la più gran parte dei mate-

riali che ha potuto svellere dagli antri superiori. Molto tempo dev' essere corso prima che la forza corrodente dell' acqua sia giunta a disgregare intieramente il grande strato che riempiva la fenditura; e quando dico molto tempo, io non intendo di mesi o di anni, ma di quanto è combinabile colla forma interna dell' antro, col carico degli strati superiori, e colla resistenza delle parti componenti il banco marnoso, più o meno suscettibile di cedere alla violenza dell' acqua (22).

Il Teissier in una sua Memoria narra di aver osservato anch' egli le ossa attaccate sulla vôlta di una caverna posta nel comune di Mialet; ed è questo il solo degli autori che ho per le mani, il quale abbia veduto nella Francia il fenomeno che si ammira a *Cerè*. Dalla relazione che ne dà il Teissier si apprende che anche colà le ossa del soffitto sono ridotte in frantumi, e prese in una pasta carica delle abrasioni degli strati vicini, e della terra marziale rossastra di cui non si saprebbe indicare la derivazione (*Bulletin de la Societé Géologique de France*, Tom. II, pag. 25). Vuole l' autore che la Caverna, dapprima vuota, sia stata riempiuta di limo e di ossa da forti correnti, e sia stata poscia rivoltata dall' acqua. Non dice però per qual via sia entrata l'acqua nella Caverna, come abbia potuto in essa fermarsi, come farsi strada per uscirne, circostanze che, nel caso del quale si tratta, non si dovevano negligere, perchè sommamente necessarie alla compiuta spiegazione del fenomeno. E' notabile che il fenomeno osservato dal Teissier e da lui pubblicato nel 1832, non sia stato avvertito dal sig. Marcel di Serres, che pur visitò la caverna di Mialet, della quale parla alla pag. 149 del Saggio sopra le Caverne, stampato nel 1838.

Non volendo tornare dalla Caverna a *Bellori* per la medesima strada, scendemmo nel fondo della valle dei *Falconi*, seguendo il corso dell' acqua, e dopo un' ora o poco più di cammino ci siamo un' altra volta incontrati nello strato sospeso in aria, di cui sopra dicemmo, e quindi senza avvedercene, ci trovammo nuovamente nella valle Pantena. Da *Bellori* ci avviammo a *Lugo*, e di là a *Calogne*, villaggio situato appiè di un monte nudo di pascolo, alla cui metà superiore v' ha una non vasta spelonca, detta la grotta di *Folsacco*. Dinanzi all' apertura v' è un pergolato, dal quale si domina tutti i dintorni

del villaggio; ma, a quanto ci fu detto, ella non s'interna che di pochi piedi nel monte, e mostra di essere uno dei molti burroncelli che avvisammo trovarsi nella giogaja posta a sinistra di chi ascende la valle.

Rammenterò che anche *Lugo* ha la sua Caverna. Io la visitai l'anno 1819 quando mi sono colà recato per vedere in posto il calcare conchigliaceo detto *Occhio di pernice*, ch'è il più vago dei marmi lumachella delle nostre provincie (*Zoologia fossile*, pag. 208). Essa è scavata nel calcare ammonitico, ed è fornita di quattro aperture, di cui una sola, posta a sinistra, serve d'ingresso. Un'altra apertura, ch'è la più grande, ha sopra di sè una finestra ovale, e si apre su di un ciglione tagliato a piombo che impedisce la salita; l'ultima è presso al tetto, e dà comodo accesso all'acqua piovana. L'antro ha soli trenta piedi di diametro, e quindici di altezza. A dritta si prolunga in una specie di stanzino acconciamente scavato; e niente di più osservabile vi si vede.

Osservazioni intorno le ossa fossili della caverna di Ceré nel Veronese.

Canis Lupus.

Tav. IX.

Benchè sia molto difficile, come osservò Daubenton, di distinguere lo scheletro di un lupo da quello di un cane, pure il celebre Cuvier giunse, per via di confronti, a scoprire fra i teschi di queste due specie una qualche differenza. Si avvide che, nel lupo, la parte triangolare della fronte, al di dietro delle orbite, è meno larga e più piatta che nel cane, laddove la cresta sagittale n'è più lunga e più prominente, ed i denti, segnatamente i canini, gli riuscirono in proporzione più grossi (Tom. VII, pag. 464). Io non poteva che attenermi a queste ultime differenze per giudicare a quale delle due specie si dovessero conguagliare gli avanzi ossei del *Ceré*, non avendo ivi trovato alcun frammento osseo riferibile alla cassa del cranio, ma soltanto una farragine di denti isolati, rappresi nel consueto cemento, ed alquanti rimasugli di

mascelle fornite di denti. Poco appagandomi de' confronti che alcuni si contentano di fare con le figure che si hanno dai libri, e desideroso d' altronde di non tirarmi addosso il rimprovero di aver male diffinite queste spoglie, pensai di paragonarle con le ossa consimili del mastino e del lupo, onde vedere se più a queste che a quelle si rassomigliavano. Assicurato da' miei esami di confronto, che un pezzo del mascellare superiore e gli avanzi di due mascelle inferiori corredate de' loro denti appartenevano al lupo, entrai tosto nel sospetto che allo stesso animale si dovessero attribuire le ossa inviluppate nel cemento medesimo che conteneva le mascelle, quantunque si mostrassero al tutto simili alle ossa analoghe delle due specie che aveva sotto gli occhi. Queste ossa consistono in due vertebre, la prima e la quarta o quinta cervicali, ambedue rappresentate alla Tavola IX, fig. 9-10. Il mascellare superiore (fig. 4), tuttochè nascosto in gran parte nel cemento, mostra il carnivoro, e con esso li quattro falsi molari che gli succedono, senza però che si possa scorgere indizio alcuno del tubercoloso interno, che pur manca ne' frammenti di mascelle inferiori, disegnate nella stessa tavola (fig. 5-6). In una di esse vi si veggono quattro denti: il carnivoro e tre falsi molari; l'altra ne presenta due soltanto. A queste figure aggiunsi quelle di due frustali d'ossa muniti di denti, che staccai dallo stesso pezzo di cemento che includeva le mascelle (fig. 7-8) da cui trassi parimenti li due incisivi, li canini e li falsi molari che ho fatti delineare alle figure 1, 2, 3 della tavola suddetta.

Sus priscus ? Serres.

Tav. VI.

Oltre li rimasugli di ruminanti, de' quali ho fatto cenno altrove, e dei quali, per essere troppo guasti, mi sono assunto di dare le figure, si trovano nella caverna di *Ceré* gli avanzi di cinghiali, che sembrano appartenere alla specie illustrata dal sig. Marcel di Serres sotto il nome di *Sus priscus* (*Recherches sur les ossements des cavernes de Lunel-Viel*, *pag.* 134). Il mio sospetto è solo appoggiato ad un grosso molare che staccai da una congerie

di ossa, contenente due rimasugli di mascelle, ed alcuni denti conguagliabili allo stesso animale, ma di più giovane età. Rispetto ai caratteri della corona, il molare si assomiglia ai denti analoghi del porco domestico, ma la sua grandezza è troppo cospicua perchè si abbia a confondere con quella che presentano i molari della specie vivente (fig. 1). Questo dente si approssima per la forma e per le dimensioni all' ultimo molare superiore rappresentato dal sig. di Serres alla figura terza della Tavola XI da lui riferita ad un individuo adulto della specie sopra indicata. Di volume assai più tenue sono i molari incassati ne' due pezzi di mascella che ho figurati nella stessa tavola sotto i numeri 2 e 3, i quali, come dissi, possono competere ad un individuo di tenera età, cui pure vuolsi attribuire i due canini espressi nella figura 4. Codesti sono di forma triangolare, con la faccia esterna leggermente convessa, e con l' apice spuntato. I margini non appajono affilati, ma conservano indizii di addentellature, in una parola essi combinano perfettamente con le figure date dal Serres, il quale, avendo fatto sopra di questi denti peculiari indagini, credette di poterli riferire ai canini lattaiuoli del *Sus priscus*, di cui fa una circostanziata descrizione. Attendendo che ulteriori osservazioni gettino maggior luce sulle spoglie fossili della caverna del *Cerè*, io faccio voti affinchè qualche amatore della paleontologia muova verso que' monti, e raccolga di quelle ossa in tale stato di conservazione da poter sceverare con sicurezza gli avanzi di animali che ancora esistono da quelli di specie che stimansi perdute.

Caverne e ponte di Veja nel Veronese.

Alla caverna di Veja, ed al ponte naturale che gli sta presso, si arriva attraversando da capo a fondo la valle Pantena, già or ora da me descritta. Vi si può giungere altresì per un' altra valle, se non più breve, certo più deliziosa della prima, la quale a sinistra dell' Adige *(Parona)* si dirompe in tre valli, e porta il nome di Policella. Consiglierei il naturalista a battere la via de' monti, uscendo da Verona per la porta di S. Giorgio, piuttostochè dalla porta del Vescovo che mette in valle Pantena, avendovi per quel verso de' luoghi, da'quali puossi raccogliere buona messe di osservazioni geologiche,

e da' quali meglio si rileva il nesso tra il terreno della creta e le formazioni terziarie. Queste ultime ricoprono la creta, o sono a questa per apposizione addossate, e consistono nel consueto calcare grossolano, talvolta terroso e polverulento *(Mazzurega)*, talvolta solido e pieno di corpi organici fossili analoghi a quelli de' colli che si elevano presso Verona. La varietà solida contiene, sebben di rado, arnioni rosso-oscuri di selce piromaco pieni essi medesimi di minute discoliti. È questo uno de' pochi luoghi delle Alpi venete, in cui il calcare terziario contiene focaja. A *Mazzurega* la roccia dominante è il calcare della creta disposto in istrati più o meno inclinati, esteriormente screpolati, e quindi non buoni per lavori di costruzione, interiormente compatti, e molto acconci alla fabbricazione de' palazzi e di ogni altro solido edifizio. Merita distinta menzione la cava di questa pietra apertasi a *Mazzurega* sul principio del secolo passato, non tanto per la vastità sua, quanto per la grandezza de' lastroni a più colori che vi si cavano per farne commercio. Altre lapidicine vi sono a *Mazzurega* e ne' vicini monti di S. Ambrogio e di *Volarni*, alcune delle quali hanno il tetto così liscio, che, ai non molto esperti, parrebbe levigato dall'arte. Quelle di *Volarni* contengono tuttavia alcuni pezzi di riconoscibile lavoro romano, e individuatamente di quelli che per le vôlte degli archi si preparavano, dal che Fortis dedusse, essersi di colà estratte le pietre che servirono alla costruzione dell' Anfiteatro di Verona *(Gior. enciclop. di Vicenza*, 1785, *Settembre)*.

Inoltrando i passi verso Veja si comincia a vedere gli effetti delle antiche ejezioni, e innanzi tutto scorgesi presso i *Dossi di S. Fiorino*, a tre miglia da *Mazzurega*, che ivi il mare avea già formato i colli di calcare terziario, quando le lave basaltiche, sospinte e cacciate fuori dal profondo della terra, sollevarono e ruppero in mille guise le già esistenti formazioni, non senza coprirle talvolta a foggia di mantello. Anche a *Novare*, cui nel suo ritorno l' osservatore può avviarsi per non ribattere la strada fatta nell' andarvi, si possono vedere i fenomeni prodotti dall' uscita del basalte. Quivi il calcare grossolano ricomparisce capovolto e travisato per guisa, che in qualche luogo lo si prenderebbe più presto per una pomice, o per una brecciola, che per una roccia calcaria. A sinistra del palazzo Scopoli si vede che il basalte, attraversando dal basso

all' alto le deposizioni marine, vi si nicchiò dentro, portando seco infinità di briciole staccate dall' ammasso di ferro ossidato che soggiace al terreno terziario. Di fatto i frammenti rosso-oscuri chiusi nel calcare di cui favello, mi risultarono simili ai pezzi di ferro ossidato svelti dal fondo di quell' antica miniera (*Bibliot. italiana* Tom. 89, 1838). Ove il calcare trovasi al contatto del basalte, perde l' ordinaria sua tessitura, e diventa terroso; mentre i fusti cilindrici di Encrino, di cui abbonda, conservano tuttavia la solidità cristallina che loro è propria, e danno alla roccia un aspetto particolare (23).

Dai *Dossi di S. Fiorino* progredendo verso Veja si arriva a Marano, dove le condizioni geognostiche del suolo dimostrano abbastanza le vicende cui soggiacquero la creta ed il calcare terziario. Quivi il contatto immediato delle rocce piriche col terreno di sedimento si osserva di nuovo, e singolari sono le inflessioni ed i contorcimenti che hanno sofferto gli strati della creta, segnatamente in quella parte di montagna che resta a sinistra della strada comune. Le palle basaltiche a sfogli concentrici, tanto comuni a Castelgomberto e ad Arcugnano nel Vicentino, s' incontrano anche a Marano, ma lungi dall' offrire la durezza del basalte, esse si lasciano facilmente scrostare, e ridurre in più tenui volumi. Alla destra della via, o alla parte opposta ov' è situato Marano, si ha *Prun*, dal cui nome credesi originato alla Valle Policella l' antico nome di *Pruina*, che in qualche documento *Proviniana*, forse corrottamente, fu detta (Persico, *Guida di Verona*, Tom. II, pag. 156.) A *Prun* il suolo non mi somministrò osservazioni particolari, o, per dir meglio, non sono bastantemente al fatto per decidere se in qualche sito di que' contorni esista indizio alcuno di vulcaneità. Da *Prun*, per la via di *Crestena*, si arriva a Veja, e quindi in una valle di figura irregolarmente circolare sparsa ovunque di massi colossali di pietra calcaria simile a quella de' monti che la circondano. Codesti appartengono al calcare della creta, o più volgarmente parlando al *rosso* di Verona, sopra il quale vedesi adagiata una pudinga calcaria assai dura, che essendo essa pure ricoperta dal calcare grossolano, cioè presso la Caverna più grande, mostra di appartenere alla parte inferiore del terreno terziario. Tanto a destra che a sinistra della valle, gli strati cretacei sono interpolati da straterelli, ed anche da grossi arnioni di ferro ossi-

dato argilloso, che si escava e si mette in commercio sotto il nome di *terra gialla da pittori*. La direzione dei corsi è solitamente orizzontale, ma in qualche luogo riesce alcun poco inclinata, più spesso ricoperta dalle alluvioni che vi si coricarono sopra. Dai tagliati a piombo che si veggono in ambi i lati, sporgono fuori due enormi ciglioni, che a guisa di pilastri formano le testate del ponte maraviglioso, di cui prendo innanzi tutto a parlare. Codesti attingono l'altezza di trenta metri, e l'arco ellittico da essi sorretto è grosso metri sette e largo diecisette. Sono visibilissime le divisioni degli strati a più colori che in modo curvilineo discorrono dall'un capo all'altro, le quali appajono nella metà dell'arco interrotte da un magnifico frontale che sporge forse tre metri dal massiccio della vôlta. Non essendo questo stato convenientemente espresso nelle *figure* date fin qui del ponte di Veja volli riparare al difetto offerendo il disegno di ambe le facciate nella Tav. X. (24). Quella a levante è più incantevole dell'altra rivolta a ponente, sia per la forma regolare dell'arco, sia per la solidità e simmetria con cui i materiali sono stati distribuiti. Per questo verso la corda dell'arco è lunga metri quaranta sopra ventidue di saetta; mentre quella della facciata che guarda a ponente riesce dodici metri più lunga, in causa della maggiore divergenza che hanno fra loro i due fianchi. E qui ripeto io pure col Fortis, che se la facciata rivolta a levante è più dilettevole alla vista per la forma dell'arco assai gelosamente osservata, l'altra che guarda ponente, appagando meno, sbalordisce di più, per l'ardita sua irregolarità. Ella è uno sbozzo gigantesco e scorretto; da sinistra fa un brutto verso a cagione di uno sconcio masso che sporge a gombito, e poi dà indietro; e a destra stendesi in lungo ed in largo, facendo quasi un atrio conducente alla vicina caverna (*Gior. di Griselini*, Tom. VI, pag. 246).

Un ponte di così sorprendente grandezza, formato di un solo pezzo, e senza che l'arte vi abbia posto le mani, doveva anche ne' tempi andati meritare i riguardi de' naturalisti, non meno che degli architetti, e lo Scamozzi, per quanto so, fu il primo a parlarne (Lib. 8, cap. IX. Parte seconda). Lo descrissero poscia il Betti (*Descrizione del ponte di Veja, con due Tavole*, 1766), il Fortis (*Gior. di Griselini* per l'anno 1770), il Pellegrini

(*Poemetti*, Bassano, 1785), il da Persico (*Guida di Verona*, 1820), e per ultimo il conte Asquino nella seconda sua lettera all' ab. Lodovico dalla Torre, impressa in Verona nel 1829.

Il fenomeno che si ammira a Veja non si ripete in verun altro luogo delle Alpi venete, e ciò dimostra che alla sua produzione si richiedono altre cause oltre quella dell'acqua, ch'è la principale (25). Due sono le opinioni sulla formazione di quell' arco, una del Lorgna, seguita anco dal Fortis, l' altra del Betti. Vogliono li due primi ch' esso sia un lavoro delle pioggie, le quali fra gli strati meno compatti aprendonsi a poco a poco un passaggio, e profittando della sconnessione di alcuno di essi, abbiano scomposto ed asportato la base o gli strati inferiori, lasciando in posto quelli superiori che ora formano l' arcata; e pensa il secondo che il grand' arco fosse in origine una Caverna simile alle due laterali, e sia stato così ridotto dalle acque (Betti, *Memoria citata*). Io non vorrei sostenere assolutamente che la cosa sia andata appuntino come ha supposto il Betti, ma credo con lui che l'arco fosse in origine una Caverna similissima alle due che ai fianchi del ponte s' internano nella montagna; e questa idea sorge anche in mente a chiunque prenda a considerare la curva dell' arco e la confronti con le vôlte delle Caverne suddette. La supposizione che il pezzo di montagna, ora trasformato in ponte, fosse in origine tutto solido, si oppone direttamente alla spiegazione di alcune particolarità proprie del fatto, e, per conseguenza, nè Lorgna, nè Fortis sono stati tanto felici nello spiegarlo, quanto furono esatti nel descriverlo. Per esempio, pochi vorranno persuadersi che l' acqua, scavando quel vano, abbia potuto ad un tempo dare agli strati dell' arco la curvatura che ora conservano, essendo questo carattere una conseguenza del modo, col quale si formarono le Caverne riputate coetanee all' origine dei monti in cui si trovano. Credo inoltre che nessuno vorrà negare esservi stato un tempo in cui le correnti sotterranee, rodendo i fianchi di altre Caverne de' monti veronesi, si aprissero fra strato e strato un' uscita; nel qual caso è molto naturale che lo stesso sia avvenuto anche a Veja, giacchè manifestissimi sono i segni di quanto hanno le acque operato nell' interno di quelle montagne. Ciò posto, parmi non si possa concepire una giusta idea

della formazione dell'arco, senza ammettere che in origine esso fosse la vôlta di una Caverna, cui l'acqua abbia sfiancato le pareti, portando seco i rottami di piccola mole, e lasciando indietro i massi che ancora si osservano dispersi nell'alveo, a poca distanza dal ponte. Due sono le Caverne di Veja, una, come è detto, a sinistra, l'altra a diritta del ponte. La prima è lunga soltanto diciotto metri, larga sei, e alta sette o poco più. La seconda, che s'interna ben trecento e cinquanta metri, è tanto irregolare che sarebbe impresa difficile voler rilevarne le dimensioni. Nel prospetto dell'entrata vedesi superiormente lo strato di calcare grossolano, ed il banco di pudinga calcaria, di cui ho parlato più sopra. L'ingresso è molto spazioso, e pel tratto di venti metri si può ire innanzi senza incomodo. Superato questo spazio, la vôlta si abbassa ad un tratto, per cui, volendo inoltrarsi, è d'uopo toccare la terra con le mani e rimanere col corpo in giù. Superato quel tramite, lungo quattro metri, io ed il mio compagno sig. Lorenzo Monti, ci trovammo in un baratro assai alto e stretto, dal quale vedemmo i lavori comuni degli stillicidii, non però così variati nè così voluminosi come quelli delle spelonche di *Selva di Progno*. Questo baratro, che s'innalza a modo di altissima vôlta, mette in una spaziosa cavità, dal cui fondo si elevano massi di calcare caduti dall'alto, ricoperti per la più parte di un limo giallastro portatovi dalle acque piovane che grondano dal tetto. Dalla superficie de' massi, ed anche dalle pareti del baratro che avevamo attraversato, vedemmo sporgere fuori infinità di quisquiglie marine proprie del terreno della creta, fra cui molti fusti di *Pentacrinites*, e qualche individuo dello *Spatangus bufo* di Brongniart. Alcuni de' massi non hanno sopra di sè che una crosta stalagmitica, composta di strati ondulanti soprapposti l'uno all'altro. Questa porzione della spelonca di Veja è la più frequentata dai nottoli *(Vespertilio serotinus, V. auritus)* , i quali aleggiano là dentro durante il giorno nella stagione estiva, e si attaccano alle pareti, per vivere assiderati, nella fredda stagione. Provammo di entrare in un'altra fenditura che si vede a dritta della spelonca, ma, stante la cattiva sua posizione, tortuosità e ristrettezza, non potemmo che introdurvi un lume, mediante il quale ci siamo assicurati che da quello spacco doveva in tempo di pioggia discendere dell'acqua, perciocchè

il suo fondo ci apparì umido e limaccioso. Ci parve che da quel luogo non si potesse andare più oltre senza incontrare ostacoli maggiori dei già superati, così che tornammo indietro, scontenti di non avere veduto in nessun sito di quella Caverna ossami di mammiferi, che pur si trovano in molte altre. Usciti dalla prima entrammo nella seconda Caverna, sperando di trovare qualche cosa di osservabile, ma niente ci abbiam rinvenuto, forse perchè il tempo troppo ristretto non ci permise di penetrare in tutti gli anditi che si aprono al di dentro di ambedue quelle spelonche, nè in tutti i fori che al di fuori di esse s' internano obbliquamente, e talvolta perpendicolarmente nel monte. Partiti da Veja col desiderio di ritornarvi l' anno successivo, ci avviammo a Verona, prendendo la via della Valle Pantena, già descritta nei precedenti paragrafi.

Tali osservazioni io faceva a Veja nell' agosto del 1819. Tornatovi nel settembre del 1840 in unione al capitano Kovascowich, già ricordato nelle precedenti pagine, rividi con sempre nuovo piacere quel ponte maraviglioso, e sentii ad un tempo il desiderio di verificare ocularmente la qualità delle demolizioni, che mi si diceva essere state due anni addietro eseguite nell' interno della caverna, per rendere più agevole il passaggio del foro che mette nella stanza più grande; ma la brama di raggiungere i compagni, che per altra via muovevano alla caverna di *Cerè*, mi costrinse di rimettere ad altra stagione il nuovo esame che intendeva di fare in quella di Veja.

Caverne del Vicentino.

Nel territorio di Vicenza altre Caverne naturali io non conosco se non quella di Leonedo, di cui parlerò più sotto, e quelle della villa di Oliero situata sopra Bassano lungo il fiume Brenta. Hanno queste ultime la loro apertura al piede dell' attigua montagna, ma della prima non si può vedere che l' ampio e pittoresco vestibulo tutto sparso di masse pietrose cadute dalle circostanti rupi, le quali sono quasi per intero composte di calcare dolomitico. L' Oliero, sgorgando impetuoso dalle interne e basse viscere del monte, attraversa il vestibulo e non permette che si proceda più addentro nella grotta ;

dell'altra, più vicina al villaggio e di poco inferiore alla precedente, l'accesso era un tempo malagevole o piuttosto impraticabile, ma fu molto opportunamente ridotto amplo ed accessibile a tutti, mercè le cure del sig. Parolini proprietario di que' luoghi. Tutte le materie che, cadute dall' alto o portatevi dalle acque, ne ingombravano la via, sono state trasportate al di fuori, o rimosse a fine di rendere più facile e meno incomodo il passaggio. Quanto la Caverna sia vasta o suddivisa in altre minori non si può dirlo con sicurezza, stante gli ostacoli che si frappongono a chi volesse portare i passi più in là de' luoghi finora visitati da' curiosi; mi è sembrato però che, quantunque non molto estesa, meriti tuttavia di essere visitata dagli amatori delle cose naturali. Vi si vede buona copia di stalattiti e di stalagmiti di forme piuttosto bizzarre, alcune delle quali si allargano in modo da poter simulare altrettanti festoni di oltre tre piedi di larghezza. Le sinuosità, i rilievi e gli altri molti vestigii di corrosione che si osservano sulle pareti tutte all' intorno, fanno conoscere che all' acqua devesi attribuire la più gran parte di que' lavori. La Caverna è inoltre provveduta di un lago, piccolo sì, ma profondo. Il sullodato sig. Parolini volle in esso introdurre parecchi individui del *Proteo anguino* tolti dalla famosa spelonca di Adelsberg in Carniola, per vedere se a quel rettile maraviglioso fosse dato di poter vivere e propagarsi fuori del nativo suo luogo. Finora questi lodevoli tentativi non furono coronati da buon successo, poichè, dopo di aver gettato gran numero di *Protei* nello stagno, il sig. Parolini non potè vederne più alcuno. Se è vero, come molti scrivono, che il *Proteo anguino* si trovi in altri laghi, e non solamente in quello di Adelsberg, convien credere che l' acqua del sotterraneo di Oliero non sia confacente alla vita del *Proteo;* o che vi sieno in quel lago de' pesci, cui abbia il rettile servito di pastura (26).

L' acqua del lago esce pel vestibulo della grotta e si unisce all' Oliero, il quale, accresciuto da altre vicine sorgenti, acquista una forza capace di mantenere attivo il lavoro di qualche cartiera, di alcuni filatoi e di diversi mulini. Varii impasti di pietre calcarie e di rocce composte ho incontrato sul letto di questo fiumicello, nè mi fu indifferente vedervi fra queste de' pezzi di lumachella grigia simile a quella di *Lugo* nel Veronese, detta dagli artisti *Occhio*

di pernice. Faccio questo cenno perchè se quel marmo nobilissimo fosse per avventura proprio de' monti circonvicini sarebbe una fortuna rinvenirne la sede.

Nell' Oliero vi si pescano trote *(Salmo truta)*, marsoni *(Cotus gobio)*, e qualche anguilla. Vi sono poi in que' dintorni altre grotte di minor estensione ed importanza fra le quali alcune sono poste sulla falda della montagna, ma io non ebbi il comodo di visitarle.

Il sig. Parolini, cultore felicissimo di questo genere di studii, e della Storia naturale italica benemerito in particolar modo, fu presentato da un abitante di Oliero di due denti, un molare ed un canino, trovati probabilmente nella seconda delle Caverne da me accennate, i quali, messi al paragone coi denti analoghi dell'*Ursus spaeleus* ostensibili nella mia collezione, vi si uniformano perfettamente. Lo stato del canino è quello in cui generalmente si trovano i denti analoghi dell' orso delle spelonche, cioè appare fornito dello smalto esteriore, però screpolato in molti punti, e facile a distaccarsi, in causa della poca coesione delle parti, alle quali aderisce. Di fatto, la sostanza interna di questa sorta di denti, si è per lo più cambiata in una specie di terra bolare che si attacca alla lingua; quindi ne avviene, che rimanendo molto tempo chiusa ne' musei, o in luoghi molto asciutti, si ristringe, e permette allo smalto di staccarsi sotto forma di laminette allungate, che difficilmente si possono rimettere sulla parte dismaltata.

Una Caverna fu veduta da Fortis non lungi dal monte Verlaldo, nel Distretto di Malo, scavata nello spessore degli strati calcarei, e munita di un ingresso spazioso. Esternamente, e al di sopra, la roccia è tagliata a picco, ed una lunga spaccatura, non più larga di due pollici, attraversa l' arcata del tetto, che è alto circa trenta piedi *(Mém. pour servir à l' Hist. nat. de l' Italie*, Tom. I, pag. 13). La spelonca del Verlaldo merita di essere veduta e descritta, se non per la vastità, almeno per la sua regolarità o singolarità di forma; ed io che tante volte mi sono recato pei monti di Malo, ho il torto di averla sempre dimenticata; e lo hanno del pari tutti coloro, che dopo del Fortis si accinsero ad illustrare la geognosia del Vicentino senza far menzione delle Caverne che vi sono in quella provincia, giacchè tante e sì stupende co-

gnizioni hanno saputo trarre gli stranieri dai loro viaggi per le viscere dei monti calcarei, da non doversi riputare inutile o scarsamente utile il tempo che in essi si spende.

Anche nel monte Summano dal lato di S. Orso, v' ha una spelonca detta *Bocca Lorenza*, non ancora descritta da alcuno; e inosservata del pari rimane una vasta Caverna che si apre ne' monti di Lusiana ne' Sette Comuni, non lungi dalla Chiesa parrocchiale.

Caverna ossifera di Leonedo nel Vicentino.

Occasionalmente ho fatto altrove parola di una Caverna che ho visitata non ha guari in compagnia del conte Piovene, che n'è il proprietario, la quale merita qualche osservazione per essere scavata nel calcare grossolano di Leonedo, al di là dell' Astico. Ognuno sa quanto sieno scarse le caverne naturali nel terreno terziario, e le pochissime che vi si veggono nelle Alpi venete, si danno anche a conoscere come effetti di sconvolgimenti operati dalle ejezioni vulcaniche. In tutte le alture terziarie che si estendono dall' Astico al Brenta, a piè de' Sette Comuni, si osservano dal più al meno gli scompigliamenti, le rotture e i distacchi cagionati dall'uscita delle rocce ignee da cui appajono attraversate, e colle quali gli strati calcarei alternano a parecchie riprese, ritenendo tanto le une quanto gli altri gran copia di petrefatti marini *(Bergonze, e Vizze sulla Lavarda)*. Ove la roccia vulcanica mostrasi conchigliacea, essa è sempre della natura delle brecciole, e quindi spetta ad una formazione puramente locale, composta di lave *detrite*, riassodate dal mare e disposte a strati più o meno orizzontali, come si vede a Montecchio, a Roncà, ec. (27); dove poi conserva l' aspetto e la durezza basaltina, le conchiglie mancano, e vi si trovano invece i globetti di calcedonia conosciuti sotto il nome di *Agatenidri*, in causa dell' aria e dell' acqua che nel loro interno racchiudono. La comparsa di questa seconda roccia ha operato nelle formazioni nettuniche che le sono contigue, tutte le rotture, tutte le contorsioni e tutti gli spostamenti che ora osserviamo. E' appunto alla forza con cui la lava basaltina è stata spinta all' insù dalle eruzioni che deesi attri-

buire la formazione de' molti vani interni apertisi in molti punti della linea occupata dal calcare terziario, e principalmente a Leonedo, dove ve n' ha parecchi, fra cui il maggiore è la Caverna più sopra ricordata. Che se in qualche punto della detta linea i vani e con essi le rocce ignee vi mancano, ciò non dimostra che la catena ivi non sia stata sollevata dalla stessa forza, che in altri punti spinse fuori il basalte, giacchè sappiamo che le lave, di già fuse e vicine ad aprirsi un varco, hanno potuto talvolta sospingere fino ad una certa altezza gli strati, fermandosi poi all' improvviso senza più oltre progredire, quando sia cessata gradatamente, o ad un tratto, la conflagrazione, di cui esse sono l' effetto.

L'ingresso della Caverna ha quindici metri di larghezza, e circa dieci di altezza. Queste dimensioni si conservano per alquanti metri al di dentro dell' apertura, ma poi il tetto si ristringe, e ivi le due pareti combacierebbero fra di loro, se una fessura che si vede nel mezzo non le tenesse disgiunte, laddove queste stesse pareti si mantengono al basso molto lontane l' una dall' altra. Da questa diversa posizione che hanno assunta i capi estremi delle due pareti la Caverna affetta una forma che si approssima alla triangolare. La lunghezza del sotterraneo non arriva ai quaranta metri, e nel punto dove finisce, la fessura del tetto discende abbasso e taglia perpendicolarmente la roccia che ne segna il confine. È dentro di questo spacco, largo mezzo metro, che l' acqua trascinò le ossa, e con esse la terra rossastra in cui sono inviluppate. Il conte Piovene ne fece scavare buon numero sotto i miei occhi, ma le trovammo tutte stritolate, e, quasi si può dire, irreconoscibili. Nessun dente vi si rinvenne, e tra i pezzi che abbiamo raccolti, niuno affatto, o solamente qualche frustolo d' ossa fistolose noi potemmo osservare. Due frammenti di costole, lunghi tre pollici e larghi uno, ci servirono di fondamento alla congettura, che ad animali erbivori si dovessero quelle ossa attribuire; e lo stato di calcinazione in cui si trova la sostanza ossea ci ha fatto del pari sospettare che quel deposito siasi formato in tempi molto rimoti.

Caverne artificiali di Costoza nel Vicentino.

Sono meritevoli di riguardo le vaste Caverne artificiali, dette volgarmente *Còvali* che attraversano in varie direzioni il calcare grossolano di Costoza, villa posta al sud-est di Vicenza, e distante circa sei miglia da quella città. Le bocche per cui vi si entra guardano il sud, ed alcune convengono in una sola Caverna, ch'è la maggiore. Tutte appajono scavate nel massiccio di uno strato grossissimo che si dirige verso il nord, inclinandosi molto sotto l'orizzonte. Le pietre che agli antichi somministrava questo strato erano migliori e più adatte ai lavori di architettura delle altre che formano gli strati superiori; quindi le cave aperte in questo lunghissimo e largo strato tanto più si abbassano, quanto più s'internano nella montagna. La scarsezza e, direi quasi, la mancanza assoluta di corpi organici fossili diede a questo strato molto credito; e gli scalpellini dei passati e dei presenti tempi dovevano preferirlo agli altri, che gli sono congeneri, nei lavori di costruzione. Mi è quindi sembrata cosa non ovvia l'avere io stesso potuto staccare dai massi caduti dalla vôlta del *Còvalo* detto *della guerra* un dente di squalo ed una grossa e lunga serpula, di cui a suo tempo darò la descrizione. Nè intendo io già di dire cosa nuova annunziando che lo strato intermedio, quello, cioè, che giace fra gli strati superiori e inferiori di quei colli, è in generale destituto di conchiglie; imperocchè se i geognosti l'hanno fin qui taciuto, supplì al loro silenzio la più parte degli scultori che lavorano statue, o vasi, o colonne in questa pietra, i quali fanno le maraviglie se ne trovano qualcuna (28). Il celebre Brocchi (*Memoria sopra la valle di Fassa*, pag. 74), e dietro lui il professore Claro Malacarne nella sua versione italiana del Manuale di Storia naturale di Blumenbach (tom. VI, pag. 153), diedero alla pietra di Costoza il nome di *Travertino*, riputandola un calcare d'acqua dolce; ed in questo inganno li trasse l'aspetto terroso di essa, la mancanza di petrefatti, e più di tutto la circostanza di non averla studiata sul luogo, dove riconosciuti avrebbero li suoi andamenti e le sue connessioni con gli strati della stessa roccia calcarea, pieni zeppi di conchiglie marine.

Le caverne di Costoza, che portano anche il nome di *còvali*, non sono che vaste e profondissime lapidicine, da cui si scavò nei prischi tempi una quantità grandissima di pietre, come ne fanno fede i segni dello scalpello che ovunque si veggono impressi sulle pareti e sul tetto, e come lo attestano i varii scrittori che di esse hanno più o meno diffusamente parlato.

Non credo opportuno di qui riferire le molte testimonianze e le osservazioni risguardanti sia la grande antichità di queste lapidicine che sembra risalire a' tempi anteriori ai Romani, sia la loro estensione che nei decorsi secoli era maggiore che al presente. Chi desiderasse avere particolari ragguagli sull' argomento potrà consultare i varii Cronisti Vicentini, l'operetta del padre Maccà sopra il *Cóvalo* di Costoza, ed una mia Memoria sulle Caverne di Costoza che fu pubblicata in Padova nel 1841.

(Presentata il 22 Gennajo 1843)

NOTE

(1) De Luc, ne' suoi Elementi di Geologia stampati pochi anni dopo, torna sullo stesso argomento, e sviluppa ancora più la sua dottrina sull'origine delle Caverne, dottrina che sembrò al Breislak molto strana, e in varie sue parti contraria alle nozioni generalmente ricevute.

(2) Veggasi la Memoria intorno i sollevamenti occorsi nelle Provincie venete, inserita nel Tom. 89, della Biblioteca Italiana per l' anno 1838, Milano.

(3) Le conchiglie marine trovate nelle fenditure ossifere di Nizza, di Cagliari e della Soria sono al tutto simili alle viventi, e vengono anche adesso colà portate dal mare che lambisce quelle coste. I corpi organici fossili di origine marina trovati nelle Caverne di Lunel-Viel non sono stati là dentro portati da alluvioni marine, ma bensì da correnti di acqua dolce, le quali, dopo averli schiantati dal calcare terziario, trascinaronli in quelle cavità. Di fatto gli avanzi di Squali, di Raje, e le conchiglie rinvenute nelle dette Caverne, sono identiche alle specie che si danno come caratteristiche del calcare di sedimento superiore. (Serres, *Recherches sur les ossements des cavernes de Lunel-Viel.* 1839, pag. 11.)

(4) Nel calcare terziario che si prolunga da Montecchio maggiore verso Castelgomberto, e propriamente in quella parte che ha di prospetto la strada che mette ad Arzignano, vidi un'antro di cui ignoro la estensione, ma che certo ha tutta l' apparenza di essere stato prodotto dalla natura; e nell'altro calcare parimenti terziario di Soave e di Leonedo vi sono degli spacchi riempiuti di ossa di erbivori, forse ruminanti.

(5) *Aquitani, callidum genus, in speluncas se recipiebant, Caesar jussit includi.* (Florus, *Hist. Rom.* lib. 3, cap. 10.)

(6) Le rovine che l' osservatore ha di prospetto, stando sulle praterie di *Dussoi*, e volgendo lo sguardo al sud, sembrano coetanee a quelle di *Vedana*, già descritte nel VI paragrafo del mio Trattato sopra i terreni postdiluviani delle Provincie venete, e quindi di un' antichità ben superiore a quella delle cadute de' monti occorse in parecchi altri luoghi della Provincia Bellunese.

(7) La *Cettina*, uno de' maggiori fiumi della Dalmazia, rode le interne pareti della caverna di Jarebiza prima di correre allo scoperto per recarsi al mare (Fortis, *Viaggio in Dalmazia*, tomo 2, pag. 62). Il fiume *Reca* s' incaverna nella *Valle di Vermo* all' oriente di Trieste, passa entro alle vaste cavità di alcune estreme

pendici delle *Alpi Carniche*, e si unisce ad altri sotterranei confluenti per iscaricarsi nella parte più settentrionale dell' Adriatico. (Rossetti, *Idrografia Triestina)*. Lo stesso, come ognuno sa, avviene del Timavo e di molti altri fiumi della Francia, della Svizzera e della Grecia.

(8) Giacchè mi è occorso di nominare le Sferuliti, non lascio tale opportunità di far sentire l'insufficienza delle ragioni che indussero il celebre d'Orbigny a ritenere il genere *Radiolites* proposto da Lamarck nel 1801 ed a sopprimere il genere *Spherulites* immaginato quattro anni dopo dal Delamétherie, non altro avendo esse per base che la proprietà dell'un nome sull'altro. Se prima del 1827, i Radioliti e li Birostriti supponevansi generi distinti, non mai confondibili con le Sferuliti; e se Lamarck adottò nel 1820 il genere creato da Delamétherie, nella persuasione che fosse diverso dai sopraccitati, egli è però certo che nel 1827 Des Moulins dimostrò con tutta evidenza che li supposti due generi non erano che modelli interni più o meno imperfetti di Sferuliti, per cui tre generi in apparenza dissimili non sono che un genere solo. Lamarck istesso si sarebbe fatto carico di mettere a calcolo le osservazioni di Des Moulins, se la perdita della vista, e la grave sua età non gli avessero impedito di farlo; cioè avrebbe soppresso li generi *Birostrites* e *Radiolites*, ed associatene le specie al genere *Spherulites*.

(9) L'arenaria grigia delle due accennate località manca quasi affatto di corpi organici fossili, laddove quella che si eleva presso Belluno ne contiene in abbondanza. Anco i monti composti della stessa roccia che si elevano al sud-ovest di Ceneda sono forniti di corpi organici fossili, de'quali darò a suo tempo la descrizione. Solo dirò qui di passaggio, che ad eccezione dell'arenaria di Tarzo e Fratta, tutte le altre comprese nel bacino cenedese mancano di grani verdi.

(10) *Memoria sopra le ossa fossili di elefante*. Vicenza, 1786, con una tavola. — Questo scritto fu ampliato e tradotto in francese dall' Autore per inserirlo nelle *Mémoires pour servir à l'Histoire naturelle de l'Italie*, tom. 2, pag. 284. Paris, 1800, 8.° Avverto però che l'Autore, rifondendo le sue Memorie, corresse alcune proposizioni, e tralasciò di riprodurre quanto aveva scritto prima sulle spoglie di animali rinvenuti nelle altre caverne del Veronese.

(11) Fortis, memoria citata, ov' è figurato il molare.

(12) Un molare dell'*Eleph. mammontei* simile a quello descritto e figurato dall'Eichwald *(De Pecurum et Pachydermorum reliquiis fossilibus in Lithuania, Volhynia et Podolia repertis*. Tab. LII) è stato trovato nelle marne conchigliacee sub-apennine, unitamente ad altre ossa riferibili forse alla stessa specie. Di tutte queste ossa perfettamente calcinate, e di un discreto numero di conchiglie tratte da'colli terziarii di Orvieto, il Serafini medico orvietano si compiacque farmi un presente. (Veggasi la Tavola II, fig. 3).

(13) È singolare che nelle caverne dell' America, ove presentemente più non vivono gli elefanti; e nella Nuova Olanda, che pur manca di sì fatti animali, si trovino le ossa di una specie riputata diversa dall'*Elephas primigenius*, e dalle altre che finora si conoscono di questo genere. Gli altri avanzi ossei del Nuovo Mondo si riferiscono a generi che ivi ancora sussistono, nè mai si sono rinvenute le ossa di Tigri, di Orsi, di Jene, tanto frequenti nelle caverne di Europa.

(14) È già noto che l'elefante non ha che un molare attivo in ciascun ramo delle mascelle, e che dove ne fossero due, il secondo, o posteriore, scaccia il primo quando è bene sviluppato, talchè per certo tempo si può vederne due, poi uno. Cuvier ha osservato tre denti sopra otto elefanti, cioè un molare prossimo, perchè

consumato, a cadere, un molare interno in piena attività, ed un germe, più o meno sviluppato, che occupava la parte angolare della mascella.

(15) È quasi evidente che il materiale mobile sparso nel fondo della caverna, e che pur si trova disperso nel cuniculo, o canale, di cui parla il dott. Avoni, è stato colà portato da un torrente sotterraneo che usciva dal cuniculo per dirigersi verso l'apertura esteriore della caverna.

(16) Nella Tavola III, esibisco il disegno di altri due molari superiori (fig. 4) e di un canino della mascella inferiore (fig. 5) raccolti nelle caverne di *Selva di Progno*.

(17) L'altra vertebra, che dissi essere alquanto guasta, eccede di un terzo questa misura.

(18) L'operetta del Piccoli si stampò per cura de' Fratelli Merlo nel 1739 in 4.°, e otto anni dopo (1747) l'Autore diede in luce la grande carta topografica della Provincia Veronese, dedicata al conte Scipione Burri, allora Provveditore ai confini.

(19) Furono questi l'egregio medico delegatizio di Verona il sig. Francesco Avoni, il capitano Kovascowich, il regio veterinario sig. Tomada, ed il farmacista sig. Bertelli, i quali prestaronsi con generosa efficacia per rendermi più utile e più dilettevole il viaggio.

(20) Sono questi li signori Baruffati, Storari, Merci e Caobelli, studenti del primo anno in medicina, i quali entrarono nella Caverna di Cerè nell' agosto 1841; ed ivi posero sossopra gran parte del conglomerato ossifero adagiato sul suolo per trasportarlo fuori dell' antro, onde separare le ossa dal cemento prima che l' aria esterna lo indurasse. Travolgendo il materiale di esso fondo, e giunti con zappe e picconi alla profondità di due piedi o poco più, scoprirono un foro del diametro di mezzo metro, entro il quale gittatovi un sasso, non si udì il colpo se non dopo passati tre o quattro secondi. Il Baruffati calò un lume, che si spense a poca profondità. Di questa voragine senza dubbio vasta ed interessante, si lusingano li signori Merci e Baruffati di poter dare quando che sia, una notizia più dettagliata.

(21) L'esistenza di caverne poste le une sopra le altre è un fenomeno osservato in varii luoghi, del quale ognuno può vedere gli esempii nel *Saggio sopra le Caverne*, del sig. di Serres, da noi citato più volte.

(22) Il giorno in cui fummo a visitare la caverna essa era asciuttissima, ad onta della pioggia caduta nei dì precedenti; locchè porta a supporre che alle acque avventizie sia adesso impedito l' ingresso. S'ella è così convien dire che l'intonaco stalagmitico dell' interno sia più antico di quello che taluno potrebbe imaginare, quantunque la sua formazione debba essere stata posteriore alla scomparsa delle correnti che hanno ricolmata e poscia vuotata la Caverna. Sarebbe troppo lunga cosa s'io volessi qui riportare tutte le osservazioni locali che mi hanno fatto abbracciare questa opinione.

(23) L' esistenza di Encrini nel terreno terziario mi parve un fatto non avvertito dianzi da nessuno, nè indugiai di parteciparlo al pubblico in una Nota inserita nel 1823 nel Giornale di Padova, che poi fu ristampata in quello di Pavia.

(24) Il disegno che io presento di questo gran ponte fu eseguito dal chiarissimo professore Bernati, e in esso sono anche tracciati gli ingressi che conducono nelle Caverne poste appiè del ponte.

(25) Non vi sono archi simili a quello di Veja, ove mancano Caverne, nè in tutti i monti che hanno Caverne circolari vi si veggono ponti naturali, perchè non in tutte v' ebbe un corso perenne di acque, nè burroni conformati in modo di poter essere trasmutati in archi. Le correnti trascorsero per lunga serie di secoli entro le Caverne di *Cerè* e di *Selva di Progno*, lasciando ovunque i segni del loro passaggio, senza che vi si vegga verun indizio di archi, mentre a Veja v' hanno elementi di altri archi oltre a quello che forma il ponte. In altri paesi, e in terreni analoghi a quelli del Veronese, vi sono Caverne, in cui le acque hanno un libero accesso, e possono anche adesso logorare vasti letti pietrosi senza produrre degli archi; e ve ne sono delle altre conformate in maniera da permettere all'acqua il tardo lavoro di un ponte. La Caverna di *Jarebiza* ne presenta uno, che per avere quattro soli metri di corda, e circa altrettanti di saetta, si può appena considerarlo come un modello del ponte di Veja. (Fortis, *Viaggio in Dalmazia*, Tom. II, pag. 69.)

(26) I primi Protei descritti dal Laurenti e dallo Scopoli furono tratti dagli stagni d'acqua situati all'ingresso di certe spelonche presso Sittich sulla strada di Neustadt. (*Bibl. Italiana*, tom. 25, pag. 282.)

(27) In questa brecciola o conglomerato vulcanico, che dir si voglia, il sig. Lorenzoni di Bassano scoprì il carpace di un Cheloniano di notabile grandezza, ed è quello stesso, del quale ho parlato alla Sezione di Geologia del quarto Congresso degli scienziati in Padova. Vi si veggono egregiamente espresse le coste, la colonna vertebrale, e tutto il contorno de' margini, che un tempo lo congiungeva ai margini del piastrone.

(28) Non è molto che il valente artista sig. Gradenigo di Padova mi presentò di un Cardio (*Cardium asperulum*, *Lam.*) rinvenuto in un masso quadrilungo del calcare greggio di Costoza, destinato ai lavori di architettura gotica annessi al caffè Pedrocchi; questa specie trovasi copiosa negli strati superiori del calcare medesimo sia a Nanto, sia a Lonigo.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

(Tutti gli originali figurati e descritti nella presente Memoria sono stati dall'Autore depositati nel Gabinetto di Storia naturale dell' Imp. R. Università di Padova.)

Tavola II.

Avanzi fossili dell' *Elephas primigenius.*

Fig. 1. Zanna mancante dell' estremità alveolare e dell' apice, ridotta ad un quarto della naturale grandezza; pag. 46.

Fig. 2. Molare posteriore della mascella superiore, metà più piccolo dell' originale; pag. 48.

Fig. 3. Frammento di molare di grandezza naturale, tratto dalle marne plioceniche o subappennine de' contorni di Orvieto; pag. 32, Nota decimaquinta.

Fig. 4. Molare anteriore della mascella inferiore, con la corona fornita di sei nastri. Grandezza naturale; pag. 49.

Fig. 5. Lamina di un molare, con gli apici delle dentellature spuntati. La metà più piccola dell' originale; pag. 50.

Tavola III.

Fig. 1. Molare elefantino posteriore della mascella di sotto, avente cinque lamine attive, sette inattive con le sommità dentellate. Un quarto più piccolo dell' originale; pag. 49.

Fig. 2. Molare anteriore della mascella inferiore, con la corona fornita di dieci nastri. La metà più piccolo dell' originale; pag. 49.
Fig. 3. Molare dell' *Equus adamiticus?* di grandezza naturale; pag. 42.
Fig. 4. Due molari dell' *Ursus spaeleus*, e
Fig. 5. Canino inferiore dello stesso animale. — Nota decimasesta.

Tavola IV.

Fig. 1. Frammento del *Cervus euryceros* di Aldrovandi; pag. 50.
Fig. 2, 3, 4. Altri frammenti di corna cervine; pag. 51.
Fig. 5. Molari di una qualche specie di cervo, con le radici nascoste nel cemento; pag. 51.

Tavola V.

Fig. 1. Teschio dell' *Ursus spaeleus*, di grandezza naturale; pag. 53.
Fig. 2. Canino inferiore dell' *Ursus spaeleus*. Idem.
Fig. 3. Mascella inferiore del *Canis vulpes?* pag. 54.

Tavola VI.

Fig. 1. Molare del *Sus priscus;* pag. 72.
Fig. 2, 3. Molari del *Sus priscus* più piccoli del precedente, con porzioni di mascella; *ivi.*
Fig. 4. Canini lattajuoli del *Sus priscus; ivi.*
Fig. 5. Mascellare superiore dritto dell' *Ursus spaeleus;* pag. 60.
Fig. 6. Ossa del calcagno dell' *Ursus spaeleus*; pag. 62.

Tavola VII.

Fig. 1. Mascella inferiore dritta dell' *Ursus spaeleus*, la metà più piccola dell' originale; pag. 60.
Fig. 2. Frammento di mascella inferiore sinistra dell' *Ursus spaeleus;* pag. 61.
Fig. 3. Scapola dell' *Ursus spaeleus* veduta pel verso delle fosse articolari; pag. 62.

Tavola VIII.

Fig. 1. Prima vertebra cervicale dell' *Ursus spaeleus;* pag. 61.
Fig. 2. Frammento dell' osso iliaco rappresentante la cavità cotiloide dell' *Ursus spaeleus;* pag. 62.
Fig. 3. Testa del femore dell' *Ursus spaeleus; ivi.*
Fig. 4. Parte inferiore del femore suddetto, con le due eminenze o condili interno ed esterno; *ivi.*

Tavola IX.

Fig. 1. Due incisivi del lupo *(Canis lupus?);* Fig. 2, canini; Fig. 3, due falsi molari dello stesso animale; pag. 71.
Fig. 4. Mascellare superiore del lupo, fornito del carnivoro e di quattro falsi molari; *ivi.*
Fig. 5, 6. Mascelle inferiori del lupo, in una delle quali si veggono quattro denti: il carnivoro e tre falsi molari; *ivi.*
Fig. 7, 8. Frustoli di ossa mascellari con denti; *ivi.*
Fig. 9. Prima vertebra cervicale del lupo; Fig. 10, quarta o quinta vertebra pur cervicale dello stesso animale; *ivi.*

Tavola X.

Prospetto del ponte naturale di Veja nel Veronese, veduto nelle due parti occidentale ed orientale.

DELL' EFFLUSSO

DEI LIQUIDI DAI VASI DI RIVOLUZIONE

MEMORIA

DEL PROFESSORE DOMENICO TURAZZA

Allorchè nel movimento dei liquidi si ammetta differenziale esatto il trinomio delle velocità, e si consideri il caso in cui le fluide stille si muovono in piani paralleli fra loro, e indipendentemente quindi dalla terza coordinata, l'equazione di continuità della massa fluida essendo integrabile in termini finiti, è tolta una delle maggiori difficoltà che si oppongono alla generale risoluzione del problema, nè rimane più se non quella inerente alla determinazione delle funzioni arbitrarie pei varii casi particolari che si possono proporre. Sebbene il problema non si possa ancor dire generalmente risolto, pure son note alla scienza le interessanti e molteplici ricerche istituite intorno al medesimo, e le importanti conseguenze di cui l'arricchirono i Venturoli, i Tadini, i Mossotti, i Piola, per tacer d'altri che parimente si cimentarono nel difficile arringo. Ma allorchè dal semplice moto in un piano noi passiamo a quello generale nello spazio, sorgono intatte le due difficoltà a precluder la via, nè fu tentata finora l'applicazione delle generali equazioni, di cui la scienza era stata arricchita dal d' Alambert, che a qualche caso particolare dove condizioni del problema o realmente esistenti od assunte semplificavano di molto la soluzione.

Tacerò del problema delle onde, tacerò d'altri, volendomi limitare soltanto alla considerazione dell'efflusso dei liquidi dai vasi. Il prof. Venturoli pel primo si accinse alla ricerca delle leggi del moto dei liquidi nell'efflusso dai vasi conici, e quindi il prof. Giulio di Torino pel vaso di rivoluzione generato dalla rotazione dell'iperbola cubica intorno l'assintoto. In altra mia Memoria che, col mezzo degli Annali delle Scienze del Regno Lombardo-Veneto, 1840, feci di pubblico diritto, io avea già notato il difetto della soluzione del Venturoli, che consiste nell'assumere la natura delle linee descritte; e nel difetto medesimo cadde il prof. Giulio, il quale volle che l'integrale, che è vero per la parete, si dovesse estendere così com'è a tutta la massa fluida; eppure è ovvio il caso del mutamento di forma di un integrale allorchè si passa ai limiti, atteso l'annullarsi di alcuni dei termini che lo compongono per quella speciale dipendenza delle variabili. Le due soluzioni sono dunque fatte assumendo un'altra ipotesi particolare sulla natura del movimento, e non è forse che un fortunato azzardo se esse coincidono con quelle date da un'analisi più rigorosa. Nella mia Memoria superiormente accennata io presentava un metodo generale, col cui mezzo si perveniva alle medesime conseguenze del chiarissimo Venturoli, ma senza ammettere altra condizione che quella del mantenersi le molecole estreme alle pareti del vaso aderenti. In quel tempo non era a mia cognizione l'interessante opuscolo del prof. Giulio, giuntomi alle mani solo alcun tempo dopo, per grazioso dono dell'autore. Ma quella forma, sotto la quale, dietro la scorta del Laplace, io avea presentato l'integrale dell'equazione di continuità, non potea piegarsi a questo nuovo caso, e fui quindi obbligato a battere altra via per risolvere il nuovo problema con tutta la richiesta generalità. A questo s'aggiunga alcun dubbio insortomi poi sul metodo adoperato pei vasi conici, sebbene io l'avessi seguito anche in appoggio ad un noto teorema di Poissons sulla rappresentazione delle funzioni arbitrarie mediante una serie infinita di funzioni che soddisfanno, a data equazione, a differenziali parziali del second'ordine, da lui amplamente discusso nel suo Trattato del calorico. Ciò tutto mi fu d'incitamento a riprendere la questione, limitandomi solo al caso in cui l'efflusso si faccia da un vaso di rivoluzione il cui asse sia verticale; ed è il frutto di queste

ricerche ch' io sottopongo ora all' esame del pubblico, ben contento se mi terrà luogo di merito il buon volere.

Due metodi si presentano alla risoluzion del problema; il primo, che è propriamente il diretto, si è quello di considerare le generali equazioni, e ottenute le funzioni le più generali possibili che soddisfanno alle stesse, determinare poi quest' ultime pel caso particolare che si considera. L' altro, applicato ultimamente dal sig. Piola alla soluzione dei problemi d' idraulica, si è quello di assumere quel particolare integrale di queste equazioni che si presenta dotato di quella generalità che è sufficiente al caso che si considera, e nulla più, evitando di tal modo le maggiori difficoltà del problema. Fra questi due io m' attenni al primo, non già ch' io non apprezzi i pregi dell' altro, ma solo per ischivare qualunque dubbio, tanto più che alcune delle mie conseguenze vengono ad essere opposte a quelle che, seguendo il secondo, vennero date dal sig. Piola.

Comincio dal ricondurre le generali equazioni a quella forma più semplice che compete al caso speciale dei vasi di rivoluzione, introducendo quali variabili indipendenti la distanza dall' asse, e l' angolo che essa forma col piano delle x, z, e quindi considero le tre velocità parallela, e perpendicolare all' asse, e di rotazione intorno lo stesso. Supponendo poi che all' origine del moto non sia stato impresso al liquido alcun movimento di rotazione, e supponendo differenziale esatto il trinomio delle velocità, come generalmente si assume, giungo a far dipendere il problema dall' integrazione di una equazione a differenziali parziali del second' ordine fra due variabili indipendenti, e della quale ottengo l' integrale completo mediante integrali definiti, integrale che particolarizzo in parte introducendovi la condizione che le molecole liquide che sono sull' asse all' origine si mantengano sul medesimo durante tutto il movimento, come è evidente, attesa la simmetria di tutte le parti intorno allo stesso. Io presento due forme dell' integrale completo, una delle quali è singolarmente notevole attesa la sua grandissima analogia coll' integrale dell' equazione di continuità pel caso del moto in piani paralleli. Consiste in questa ricerca la prima parte della Memoria, dove sono inchiuse le formole generali che risolvono completamente il problema.

Passo poi ad alcune applicazioni di queste formole, cominciando dai due casi già analizzati dei vasi conici e di quelli generati dalla rotazione dell'iperbola cubica intorno all' assintoto, dove mi pare aver ridotto il problema ad una grande semplicità, venendoci presentate, direi quasi, in un tratto di penna, quelle due soluzioni. Da questi due casi poi passo alla considerazione di un terzo che mi sembra degno di riguardo per alcune importanti conseguenze. Lascio la prima parte non trattandosi che di semplice calcolo, ma nella seconda io trovo un vaso di un genere non forse ancora considerato. È il vaso generato dalla rotazione di una curva e del suo assintoto intorno all' asse, presentando così un imbuto conico che serve d' interna parete, e sulla quale scorre il liquido nel mentre si tiene pure aderente alla parete generata dalla curva. Questo caso mi sembra di qualche importanza sotto l' aspetto che può somministrare alcun lume nella soluzione dell'altro problema, quello cioè di determinare il movimento di un liquido obbligato a scorrere sopra l' esterna superficie di un cono. La conseguenza ch' io azzardo è direttamente contraria ad un'altra già esposta per quest' ultimo caso del chiarissimo sig. Piola, e sulla quale forse ritornerò in altra occasione.

Mi sembrò in fine non inutile il far notare come le formole date conducano ad un importante risultamento, che coll' esperienza fu costantemente verificato, che, cioè, la velocità, con cui il liquido fluisce da piccolissimo foro, è dovuta all' altezza del liquido sopra il foro medesimo, giacchè è evidente che un' esatta teoria non può non coincidere coll' esperienza.

Chiudo la Memoria facendo vedere che non è sempre possibile il moto nell' ipotesi che le trajettorie delle molecole liquide sieno linee che non differiscano dalle pareti che pel vario valor del parametro.

ANALISI

1. Formole generali.

1). Essendo x, y, z le tre coordinate di un punto del liquido, u, v, w, le tre velocità secondo i tre assi, p la pressione nel punto medesimo, g la gravità, che si suppone essere la sola forza sollecitante, 1 la densità, e l'asse delle z verticale e diretto nel senso della gravità, le equazioni fondamensono tali

$$\frac{dp}{dx}+\frac{du}{dt}+u\cdot\frac{du}{dx}+v\cdot\frac{du}{dy}+w\cdot\frac{du}{dz}=0$$

$$\frac{dp}{dy}+\frac{dv}{dt}+u\cdot\frac{dv}{dx}+v\cdot\frac{dv}{dy}+w\cdot\frac{dv}{dz}=0$$

$$\frac{dp}{dz}+\frac{dw}{dt}+u\cdot\frac{dw}{dx}+v\cdot\frac{dw}{dy}+w\cdot\frac{dw}{dz}=0$$

$$\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}=0$$

2). In luogo delle x, y introduciamo il raggio r che misura la distanza dall'asse delle z del punto, e l'angolo θ che il piano condotto per l'asse delle z e pel punto dato fa col piano delle xz, e diciamo μ la velocità secondo r, e γ la velocità angolare, per cui sarà

$$x=r.\cos.\theta\quad;\quad y=r.\operatorname{sen}.\theta\quad;\quad \mu=\frac{dr}{dt}\quad;\quad \gamma=\frac{d\theta}{dt}$$

da queste avremo

$$\frac{dr}{dx}=\cos.\theta\quad;\quad\frac{dr}{dy}=\operatorname{sen}.\theta\quad;\quad\frac{d\theta}{dx}=-\frac{\operatorname{sen}.\theta}{r}\quad;\quad\frac{d\theta}{dy}=\frac{\cos\theta}{r}$$

$$u=\mu.\cos\theta-\gamma.r\operatorname{sen}\theta\quad;\quad v=\mu.\operatorname{sen}\theta+\gamma.r\cos\theta.$$

$$\frac{d\mu}{dx} = \cos\theta \cdot \frac{d\mu}{dr} - \frac{sen\,\theta}{r} \cdot \frac{d\mu}{d\theta} \quad ; \quad \frac{d\mu}{dy} = sen\,\theta \cdot \frac{d\mu}{dr} + \frac{\cos\theta}{r} \cdot \frac{d\mu}{d\theta}$$

$$\frac{d\gamma}{dx} = \cos\theta \cdot \frac{d\gamma}{dr} - \frac{sen\,\theta}{r} \cdot \frac{d\gamma}{d\theta} \quad ; \quad \frac{d\gamma}{dy} = sen\,\theta \cdot \frac{d\gamma}{dr} + \frac{\cos\theta}{r} \cdot \frac{d\gamma}{d\theta}$$

Quindi

$$\frac{du}{dx} = \cos^2\theta \cdot \frac{d\mu}{dr} - r.\,sen\,\theta.\cos\,\theta \cdot \frac{d\gamma}{dr} + sen^2\theta \cdot \frac{d\gamma}{d\theta} - \frac{sen\,\theta.\cos\theta}{r} \cdot \frac{d\mu}{d\theta} + \frac{sen^2\theta}{r} \cdot \mu$$

$$\frac{du}{dy} = sen\,\theta.\cos\theta \cdot \frac{d\mu}{dr} - r.\,sen^2\theta \cdot \frac{d\gamma}{dr} - sen\,\theta.\cos\theta \cdot \frac{d\gamma}{d\theta} + \frac{\cos^2\theta}{r} \cdot \frac{d\mu}{d\theta} - \frac{sen\,\theta.\cos\theta}{r}\mu - \gamma$$

$$\frac{du}{dz} = \cos\theta \cdot \frac{d\mu}{dz} - r.\,sen\,\theta \cdot \frac{d\gamma}{dz}$$

$$\frac{du}{dt} = \cos\theta \cdot \frac{d\mu}{dt} - r.\,sen\,\theta \cdot \frac{d\gamma}{dt} - 2\,sen\,\theta\,\mu.\,\gamma - r.\cos\theta.\,\gamma^2$$

$$\frac{dv}{dx} = sen\,\theta.\cos\theta \cdot \frac{d\mu}{dr} + r.\cos^2\theta\,\frac{d\gamma}{dr} - sen\,\theta.\cos\theta \cdot \frac{d\gamma}{d\theta} - \frac{sen^2\theta}{r}\,\frac{d\mu}{d\theta} - \frac{sen\,\theta.\cos\theta}{r}\mu + \gamma$$

$$\frac{dv}{dy} = sen^2\theta \cdot \frac{d\mu}{dr} + r.\,sen\,\theta.\cos\theta \cdot \frac{d\gamma}{dr} + \cos^2\theta \cdot \frac{d\gamma}{d\theta} + \frac{sen\,\theta.\cos\theta}{r} \cdot \frac{d\mu}{d\theta} + \frac{\cos^2\theta}{r} \cdot \mu$$

$$\frac{dv}{dz} = sen\,\theta \cdot \frac{d\mu}{dz} + r.\cos\theta \cdot \frac{d\gamma}{dz}$$

$$\frac{dv}{dt} = sen\,\theta \cdot \frac{d\mu}{dt} + r.\cos\theta \cdot \frac{dr}{dt} + 2.\cos\theta.\,\mu.\,\gamma - r.\,sen\,\theta.\,\gamma^2$$

$$\frac{dp}{dx} = \cos\theta \cdot \frac{dp}{dr} - \frac{sen\,\theta}{r}\,\frac{dp}{d\theta}$$

$$\frac{dp}{dy} = sen\,\theta \cdot \frac{dp}{dr} + \frac{\cos\theta}{r}\,\frac{dp}{d\theta}$$

Sostituite queste quantità nelle equazioni generali superiori esse diventano rispettivamente

$$\left.\begin{array}{l} \cos\theta \cdot \frac{dp}{dr} + \cos\theta \cdot \frac{d\mu}{dt} - r.sen\,\theta \cdot \frac{d\gamma}{dt} + \mu.\cos\theta \cdot \frac{d\mu}{dr} - \mu\, r.\,sen\,\theta \cdot \frac{d\gamma}{dr} + \varpi.\cos\theta \cdot \frac{d\mu}{dz} \\ -\varpi.r\,sen\,\theta \cdot \frac{d\gamma}{dz} - \frac{sen\,\theta}{r} \cdot \frac{dp}{d\theta} + \gamma.\cos\theta \cdot \frac{d\mu}{d\theta} - \gamma.r.sen\,\theta \cdot \frac{d\gamma}{d\theta} - 4\,\mu\,\gamma.\,sen\,\theta \\ - 2\,\gamma^2.\,r.\cos\theta \end{array}\right\} = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} sen\,\theta \cdot \frac{dp}{dr} + sen\,\theta \cdot \frac{d\mu}{dt} + r.\cos\theta \cdot \frac{d\gamma}{dt} + \mu.\,sen\,\theta \cdot \frac{d\mu}{dr} + \mu.\,r.\cos\theta \cdot \frac{d\gamma}{dr} \\ +\varpi.\,sen\,\theta \cdot \frac{d\mu}{dz} + \varpi.\,r\cos\theta \cdot \frac{d\gamma}{dz} + \frac{\cos\theta}{r} \cdot \frac{dp}{d\theta} + \gamma.\,sen\,\theta \cdot \frac{d\mu}{d\theta} + \gamma.r.\cos\theta \cdot \frac{d\gamma}{d\theta} \\ + 4\,\mu.\,\gamma.\cos\theta - 2\,\gamma^2\, r.\,sen\,\theta \end{array}\right\} = 0$$

$$\frac{dp}{dz} + \frac{d\varpi}{dt} + \mu \cdot \frac{d\varpi}{dr} + \gamma \cdot \frac{d\varpi}{d\theta} + \varpi \cdot \frac{d\varpi}{dz} = g$$

$$\frac{d\mu}{dr} + \frac{d\gamma}{d\theta} + \frac{d\varpi}{dz} + \frac{\mu}{r} = 0$$

3). Moltiplicando la prima equazione del paragrafo precedente per $\cos.\theta$, la seconda per $sen.\theta$, e sommando il risultamento, quindi la prima per $sen.\theta$, la seconda per $\cos.\theta$, e sottraendole, avremo

$$\frac{dp}{dr} + \frac{d\mu}{dt} + \mu \cdot \frac{d\mu}{dr} + \gamma \cdot \frac{d\mu}{d\theta} + \varpi \cdot \frac{d\mu}{dz} - 2\,r.\,\gamma^2 = 0$$

$$\frac{1}{r^2} \cdot \frac{dp}{d\theta} + \frac{d\gamma}{dt} + \mu \cdot \frac{d\gamma}{dr} + \gamma \cdot \frac{d\gamma}{d\theta} + \varpi \cdot \frac{d\gamma}{dz} + \frac{4.\,\mu.\,\gamma}{r} = 0$$

e il problema è ricondotto a dipendere da queste due equazioni e dalle due ultime dell' antecedente paragrafo.

4). Se tutto è simmetrico intorno l' asse delle z allora p ; μ ; γ ; ϖ; dovranno essere indipendenti dall' angolo θ, e quindi nulle le loro derivate rapporto a θ ; in questo caso le superiori diventano

$$\frac{dp}{dr} + \frac{d\mu}{dt} + \mu\, \frac{d\mu}{dr} + \varpi \cdot \frac{d\mu}{dz} - 2.\,r.\,\gamma^2 = 0$$

$$\frac{d\gamma}{dt} + \mu \cdot \frac{d\gamma}{dr} + w \cdot \frac{d\gamma}{dz} + 4 \cdot \frac{\mu . \gamma}{r} = 0$$

$$\frac{dp}{dz} + \frac{dw}{dt} + \mu \cdot \frac{dw}{dr} + w \cdot \frac{dw}{dz} = g$$

$$\frac{d\mu}{dr} + \frac{dw}{dz} + \frac{\mu}{r} = 0$$

5). Se di più noi supponiamo che in principio non siasi impresso al liquido alcun movimento di rotazione, le molecole che cominciano a discendere in un piano verticale passante per l'asse vi rimarranno durante tutto il movimento, e quindi sarà sempre $\gamma = 0$.

Allora le superiori diventano

$$\frac{dp}{dr} + \frac{d\mu}{dt} + \mu \cdot \frac{d\mu}{dr} + w \cdot \frac{d\mu}{dz} = 0$$

$$\frac{dp}{dz} + \frac{dw}{dt} + \mu \cdot \frac{dw}{dr} + w \cdot \frac{dw}{dz} = g$$

$$\frac{d\mu}{dr} + \frac{dw}{dz} + \frac{\mu}{r} = 0$$

6). Sia finalmente

$$\mu . dr + w . dz = d\varphi$$

cioè differenziale esatto il trinomio delle velocità, allora avremo

$$(A): \quad \frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\varphi}{dr} = 0$$

$$(B): \quad p = C + g . z - \frac{d\varphi}{dt} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 + \left(\frac{d\varphi}{dz}\right)^2 \right\}$$

$$(C): \quad \mu = \frac{d\varphi}{dr} \quad ; \quad w = \frac{d\varphi}{dz}$$

e il problema è ricondotto all'integrazione della (A).

7). Per integrare questa equazione pongasi

$$\varphi = R.Z$$

essendo R una funzione di r, e Z una funzione di z soltanto. Sostituito questo valore di φ nella (A) avremo

$$\frac{1}{R}\left\{\frac{d^2R}{dr^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{dR}{dr}\right\}+\frac{1}{Z}\cdot\frac{d^2Z}{dz^2}=0$$

e questa sarà evidentemente soddisfatta, quando le due funzioni R e Z soddisfacciano rispettivamente alle due

$$(1).\qquad \frac{d^2Z}{dz^2}-a^2Z=0$$

$$(2).\qquad \frac{d^2R}{dr^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{dR}{dr}+a^2.R=0$$

8). La (1) ha per integrale completo

$$(3).\qquad Z=M.e^{az}+N.e^{-az}$$

essendo M ed N due costanti arbitrarie.

Per integrare la (2) pongasi

$$R=A_0+A_1.r+A_2.r^2+A_3.r^3+.--+A_{2p}.r^{2p}+-$$

e sostituito nella (2) si avrà

$$\frac{A_1}{r}+\left\{2^2.A_2+a^2.A_0\right\}+\left\{3^2.A_3+a^2.A_1\right\}r+\left\{4^2.A_4+a^2.A_2\right\}r^2+-$$

$$\left\{\overline{2p}^2.A_{2p}+a^2.A_{2p-2}\right\}r^{2p-2}+\text{ec.}=0$$

la quale dovendo verificarsi indipendentemente da r darà

$$A_1=0\quad;\quad A_3=0\quad;\quad A_5=0\;---\;A_{2p-1}\;0$$

$$A_2 = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 . a^2 . A_0 \;;\; A_4 = \left(\frac{1}{2.4}\right)^2 . a^4 A_0 - - - A_{2p} = (-1)^p . \left\{\frac{1}{2.4.6 - 2p}\right\}^2 . a^{2p} . A_0$$

e quindi

$$(4).\ R = A_0 \left\{ 1 - \frac{a^2 . r^2}{2^2} + \frac{a^4 . r^4}{2^2 . 4^2} - \frac{a^6 . r^6}{2^2 . 4^2 . 6^2} + - - - - + (-1)^p \frac{a^2 . r^2}{2^2 . 4^2 . 6^2 . - \overline{2p}^2} + \text{ec.} \right\}$$

9). Per avere R in termini finiti si ponga

$$\beta = a^2 . r^2$$

e si avrà

$$R = A_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2^2} . \beta + \frac{1}{2^2 . 4^2} . \beta^2 - - - + (-1)^p . \frac{1}{2^2 . 4^2 . . . \overline{2p}^2} . \beta^p + \text{ec.} \right\}$$

Ora si ha

$$\int_0^\beta \frac{x^n . dx}{\sqrt{\beta x - x^2}} = \pi . \frac{1.3.5 \ldots . (2n - 1)}{2.4.6 \ldots \ldots 2n} . \beta^n$$

da cui ricaveremo

$$1 = \frac{1}{\pi} \int_0^\beta \frac{dx}{\sqrt{\beta x - x^2}}$$

$$\frac{1}{2^2} . \beta = \frac{1}{\pi} . \frac{1}{2} \int_0^\beta \frac{x\, dx}{\sqrt{\beta x - x^2}}$$

$$\frac{1}{2^2 . 4^2} . \beta^2 = \frac{1}{\pi} . \frac{1}{2.3.4} . \int_0^\beta \frac{x^2 . dx}{\sqrt{\beta x - x^2}}$$

$$\vdots$$

$$\frac{1}{2^2 . 4^2 \ldots \overline{2p}^2} . \beta^p = \frac{1}{\pi} . \frac{1}{2.3.4 \ldots \overline{2p}^2} \int_0^\beta \frac{x^p . dx}{\sqrt{\beta x - x^2}}$$

e quindi sostituendo in R avremo

$$R = \frac{A_0}{\pi} \int_0^\beta \frac{dx}{\sqrt{\beta x - x^2}} \left\{ 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2.3.4} - \frac{x^3}{2.3.4.5.6} + \text{ec.} \right\}$$

ma

$$1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2.3.4} - \frac{x^3}{2.3.4.5.6} + \text{ec.} = \cos. \sqrt{x}$$

dunque sarà

$$R = \frac{A_0}{\pi} \int_0^\beta \frac{\cos. \sqrt{x}}{\sqrt{\beta x - x^2}} . dx.$$

Ossia cangiando i limiti in o ed 1, ponendo per β il suo valore, e mutando x in x^2 sarà finalmente

$$(5). \quad R = \frac{2A_0}{\pi} \int_0^1 \frac{\cos. arx}{\sqrt{1 - x^2}} . dx.$$

10). A determinare l'altro integrale della (2) si dica R_1 il valor superiore di R, e posto

$$R = R_1 \int u dr$$

si avrà

$$u = \frac{B}{r. R_1^2}$$

essendo B una nuova costante

L'integrale completo della (2) sarà dunque

$$(6). \quad R = A. \int_0^1 \frac{\cos. arx}{\sqrt{1 - x^2}} . dx + B. \int_0^1 \frac{\cos arx}{\sqrt{1 - x^2}} . dx \times \int \frac{dr}{r \left\{ \int_0^1 \frac{\cos. arx}{\sqrt{1 - x^2}} . dx \right\}^2}$$

11). Siccome poi tutto è simmetrico intorno l'asse delle z si dovrà avere $\mu=0$, cioè $\frac{d\varphi}{dr}=Z\cdot\frac{dR}{dr}=0$, per $r=0$ qualunque sia z, pel che è necessario che sia $\frac{dR}{dr}=0$ per $r=0$.

Perchè questa condizione sia soddisfatta è necessario che sia $B=0$ e quindi si avrà

$$(7).\quad R=A\int_0^1\frac{\cos arx}{\sqrt{1-x^2}}\cdot dx$$

12). Dalle (3) e (7) ricaviamo quindi

$$(D)\quad \varphi=\sum\left\{M.e^{az}+N.e^{-az}\right\}.\int_0^1\frac{\cos.\, arx}{\sqrt{1-x^2}}.\, dx$$

estendendo la somma a tutti i valori possibili delle costanti $M; N; a$.

13). A questo integrale possiam dare una forma molto più comoda.

Pongasi $x=sen.\,\omega$ i limiti diverranno 0 e $\frac{1}{2}\pi$, e siccome il segno d'integrazione si riferisce soltanto alla x, così esso si potrà scrivere

$$\varphi=\sum.\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left\{M.e^{az}+N.e^{-az}\right\}\cdot\cos.(ar.\,sen\,\omega).\, d\omega.$$

Ora soddisfacendo questo valore di φ alla (A) qualunque sia a possiam far crescere a per gradi insensibili, e supponendo M ed N due funzioni di a; $f(a)$, e $F(a)$, cangiare la somma in un integrale definito fra i limiti 0, e $+\infty$ con che avremo

$$\varphi=\int_0^{\infty}.\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left\{f(a).e^{az}+F(a).e^{-az}\right\}.\cos.(ar\,sen\,\omega).\,da.\,d\omega.$$

il qual valore di φ sarà l'integrale completo della (A).

14). Prima di procedere oltre, giova vedere che il superiore valore di φ soddisfa realmente alla data equazione (A). Per ciò derivando successivamente il valore di φ rapporto a z ed r, che figurano come costanti sotto i simboli integrali, e sostituiti i relativi valori nella (A), essa si potrà porre sotto l'aspetto seguente:

$$\int_0^\infty \left\{ a\,F(a).e^{az} \left\{ \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left\{ cos.(ar.sen\,\omega).cos^2\omega - \frac{1}{a.r}.sen(ar\,sen\,\omega)sen.\omega \right\} d\omega \right\} da \right\}$$

$$+\int_0^\infty \left\{ a\,F(a).e^{-az} \left\{ \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left\{ cos.(ar\,sen\,\omega)\,cos^2\omega - \frac{1}{a.r}.sen(ar\,sen\,\omega)sen\,\omega \right\} d\omega \right\} da \right\} = 0$$

la quale è soddisfatta quando sia

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} cos.(ar.sen\,\omega).\,cos^2\omega - \frac{1}{ar}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} sen.\,(ar.sen\,\omega).\,sen\,\omega.\,d\omega = 0$$

Ora integrando per parti si ha

$$\int cos(ar\,sen\,\omega).cos^2\omega.d\omega = \frac{1}{ar}.cos\,\omega.sen.(ar.sen\,\omega) + \frac{1}{ar}\int sen.(ar.sen\,\omega)\,sen\,\omega.d\omega$$

e passando ai limiti

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} cos.\,(ar.sen\,\omega)\,cos^2\omega.d\omega = \frac{1}{ar}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} sen.\,(ar.\,sen\,\omega)\,sen\,\omega.\,d\omega$$

la quale verifica appunto l'equazione superiore.

15). L'integrale ottenuto si riduce più semplice mediante la seguente considerazione. Determinando di prendere le z sempre nell'istesso senso, e quindi di collocare l'origine o al di sotto del foro, o al di sopra della superficie libera, noi possiamo prender z di qualunque grandezza, e quindi l'in-

tegrale relativo ad a ed esteso fra o ed ∞ il quale contiene e^{az} per z positivo avrà un valore infinito, a meno che non si annulli la funzione relativa di a per cui questo esponenziale riesce moltiplicato. Dovremo quindi far nulla quella funzione che moltiplica e^{az} per z positivo, oppure quella che moltiplica e^{-az} per z negativo; in amendue i casi questo integrale si ridurrà dunque al seguente:

$$(E)\ ; \quad \varphi = \int_0^{\infty}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} F(a).\, e^{-az}.\, cos.\,(ar\, sen\, \omega)\, da.\, d\omega$$

16). Da questa ultima forma data all' integrale completo della (A) ne possiamo ricavare facilmente un' altra molto interessante, e per la facilità delle applicazioni, e per una grandissima analogia colla forma dell' integrale completo dell' equazione di continuità a due coordinate.

Per ciò si ponga

$$r.\, sen\, \omega = r'$$

$$(8) \quad \int_0^{\infty} F(a).\, e^{-az}.\, cos.\,(ar.\, sen\, \omega).\, da = S$$

per cui sarà

$$(9). \quad \varphi = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} S.\, d\omega$$

Derivando la (8) due volte rapporto a z e due volte rapporto ad r' sarà

$$\int_0^{\infty} a^2 F(a) e^{-az}.\, cos.\,(ar').\, da = \frac{d^2S}{dz^2}$$

$$-\int_0^{\infty} a^2.\, F(a)\, e^{-az}.\, cos.\,(ar').\, da = \frac{d^2S}{dr'^2}$$

e quindi sommando

$$\frac{d^2S}{dz^2}+\frac{d^2S}{dr'^2}=0$$

la quale ha per integrale completo

$$S=f(z+\sqrt{-1}.r')+F(z-\sqrt{-1}.r')$$

con che il valore di $\overline{\varphi}$ diventa

$$\varphi=\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left\{f(z+\sqrt{-1}.r\,sen.\omega)+F(z-\sqrt{-1}.r.sen\,\omega)\right\}d\omega$$

e siccome deve essere $\frac{d\varphi}{dr}=0$ per $r=0$ così avremo

$$f'(z)-F'(z)=0$$

cioè le due $f(z)$ ed $F(z)$ non differiranno che di una costante: sarà quindi finalmente

$$(F);\quad \varphi=\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left\{f(z+\sqrt{-1}.r\,sen\,\omega)+f(z-\sqrt{-1}.r\,sen\,\omega)\right\}d\omega.$$

essendo f una funzione arbitraria della quantità inchiusa sotto il simbolo di funzione.

17). Dalla (F) si può anche ottenere φ espresso secondo le potenze di r con una funzione arbitraria di z che può tornar utile in alcune circostanze. Sviluppando, e visto già essere

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}sen.^{2n}\omega.d\omega=\frac{1.3.5\ldots\ldots 2n-1}{2.4.6\ldots\ldots\ldots 2n}\cdot\frac{\pi}{2}$$

si avrà

$$(G)\quad \varphi=f(z)-f''(z)\cdot\frac{r^2}{2^2}+f^{IV}(z)\cdot\frac{r^4}{2^2.4^2}-f^{VI}(z)\cdot\frac{r^6}{2^2.4^2.6^2}+\text{ec.}$$

18). Le formole (E); (F); (G); (B); (C) risolvono completamente il problema, nè resta più che a determinare la forma della funzione arbitraria corrispondente ai varj casi che si posson proporre.

19). La determinazione della funzione arbitraria si farà ammettendo che le molecole le quali sono alla parete si mantengano sopra la stessa durante tutto il movimento.

2. Applicazioni.

1. *Vasi conici.*

20). Assumiamo l' integrale sotto la forma (E), e si supponga F (a) sviluppata in serie secondo le potenze di a, e sia

$$(1). \quad F(a) = A_0 + A_1 . a + A_2 . a^2 + \cdots + A_n . a^n + \text{ ec.}$$

allora si avrà

$$(2). \quad \varphi = \sum_{n=0}^{n=\infty} . A_n . \int_0^\infty \int_0^{\frac{1}{2}\pi} a^n . e^{-az} . cos. (ar. sen\, \omega). da. d\omega$$

Ora è noto essere

$$\int_0^\infty \int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{-az} . cos. (ar. sen\, \omega)\, da. d\omega = \frac{\pi}{2\sqrt{r^2 + z^2}} = Z$$

e con ciò il superior valore di φ diventa

$$(3). \quad \varphi = \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n . A_n \cdot \frac{d^n Z}{dz^n}$$

21). Ora sia $z = mr$ l'equazione della parete, dovrassi avere

$$\frac{d\varphi}{dz} - m \cdot \frac{d\varphi}{dr} = 0 \quad \text{per} \quad z = mr$$

ossia

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n . A_n \frac{d^n \left\{ \frac{dZ}{dz} - m \cdot \frac{dZ}{dr} \right\}}{dz^n} = 0 \quad \text{per} \quad z = mr$$

e quindi

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n . A^n . \frac{d^n \frac{z - mr}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}}{dz^n} = 0 \quad \text{per} \quad z = mr$$

Ma per $z = mr$ è intanto

$$A_0 \cdot \frac{z - mr}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} = 0$$

qualunque sia A_0 ; pei termini successivi conviene che sia $A_1 = 0$; $A_2 = 0$; . . . — $A_n = 0$ . . . avremo quindi

$$\varphi = \frac{A}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$

inchiudendo $\frac{1}{2}\pi$ nella costante arbitraria A, che sarà però una funzione arbitraria del tempo.

22). Questa istessa conseguenza si può con eguale facilità ricavar pure dall'integrale (F), dal quale dedurremo i casi seguenti.

In fatti essendo $z = mr$ l'equazione della parete, si dovrà determinare f a soddisfare all'equazione

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left\{ f'(mr + r.\sqrt{-1}.sen\,\omega)(1 - m\sqrt{-1}.sen\,\omega) + f'(mr - r\sqrt{-1}.sen\,\omega)(1 + m\sqrt{-1}.sen\,\omega) \right\} d\omega = 0$$

qualunque sia r.

Supposto $f(\theta) = A.\theta^n$ si dovrà determinare n a rendere soddisfatta la seguente

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left\{ (m+\sqrt{-1}.sen\,\omega)^n (1-m\sqrt{-1}.sen\,\omega) + (m-\sqrt{-1}.sen\,\omega)^n (1+m\sqrt{-1}.sen\,\omega) \right\} d\omega = 0$$

mediante lo sviluppo in serie, e le corrispondenti integrazioni, si otterrà facilmente

$$\left\{1+\frac{n}{2}\right\} m^n + \left\{1+\frac{n-2}{4}\right\} \frac{n(n-1)}{2^2} \cdot m^{n-2} + \left\{1+\frac{n-4}{6}\right\} \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2^2.\,4^2} \cdot m^{n-4} - \text{ec.} = 0$$

ossia

$$\frac{1}{2}\left\{n+2\right\} \left\{ m^n - \frac{n(n-1)}{2^2} \cdot \frac{m^{n-2}}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2^2.\,4^2} \cdot \frac{m^{n-4}}{3} - \text{ec.} \right\} = 0$$

la quale evidentemente è soddisfatta per m qualunque, facendo $n = -2$. Avremo dunque

$$f(\theta) = \frac{A}{\theta}$$

Dietro a ciò si otterrà

$$\varphi = 2A.z \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{d\omega}{z^2 + r^2.\,sen^2\omega}$$

ossia

$$\varphi = 2Az \int_0^{\pi} \frac{d\omega}{2z^2 + r^2 - r^2.\,cos\,\omega}$$

e finalmente

$$\varphi = 2Az.\frac{\pi}{\sqrt{(2z^2+r^2)^2 - r^4}} = \frac{A\pi}{\sqrt{z^2+r^2}}$$

come superiormente.

23). L'assegnata è la medesima forma di φ data dal Venturoli, ch'io aveva generalmente dimostrata in altra mia Memoria inserita negli Annali delle Scienze del Regno Lombardo-Veneto per l'anno 1840, e che ora riproduco attesa la semplicità con cui viene presentata dalle formole generali che abbiamo superiormente trovate.

2. *Vaso generato dalla rotazione dell' iperbola cubica.*

24). Il chiarissimo professor Giulio di Torino considerò il caso del vaso di rivoluzione generato dalla rotazione dell' iperbola cubica intorno all'assintoto; ma a quella soluzione essendo applicabili le medesime considerazioni che infermano la soluzione data dal Venturoli dei vasi conici, credo opportuno di ricavare pur questo caso dalle formole superiori.

25). Per esso l' equazione delle pareti è

$$z = \frac{p}{r^2}$$

Si prenda l'integrale (F), e dovendo le molecole estreme tenersi alle pareti, avremo che dovrà essere

$$\frac{d\varphi}{dz} + \frac{2p}{r^3} \cdot \frac{d\varphi}{dr} = 0 \quad \text{per} \quad z = \frac{p}{r^2}$$

ossia

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^{\frac{1}{2}\pi} f\left\{\frac{p}{r^2} + \sqrt{-1} . r \, sen\,\omega\right\}\left\{1 + \frac{2p\sqrt{-1} . sen\,\omega}{r^3}\right\} d\omega \\ + &\int_0^{\frac{1}{2}\pi} f\left\{\frac{p}{r^2} - \sqrt{-1} . r \, sen\,\omega\right\}\left\{1 - \frac{2p\sqrt{-1} . sen\,\omega}{r^3}\right\} d\omega \end{aligned}\right\} = 0$$

la quale dovrà essere soddisfatta qualunque sia r.

26). Per ciò suppongasi $f(\theta)$ sviluppata in serie secondo le potenze ascendenti di θ, e sia

$$f(\theta) = A_0 + A_1 . \theta + A_2 . \theta^2 + A_3 . \theta^3 + \text{— —} A_n . \theta^n$$

e sostituita questa forma nell' equazione di condizione superiore si avrà mediante facili riduzioni

$$A_0\int_0^{\frac{1}{2}\pi} d\omega + A_1 . \frac{p}{r^2}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}(1-2.sen^2\omega).d\omega + A_2 . \int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left\{\frac{p^2}{r^4}(1-4.sen^2\omega)-r^2.sen^2\omega\right\}d\omega$$

$$+A_3\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left\{\frac{p^3}{r^6}(1-6.sen^2\omega)+\frac{2p}{r}.sen^4\omega-3p.sen^2\omega\right\}d\omega + \text{ec.} = 0$$

ossia effettuando le integrazioni, e ricordando essere

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}(1-2.sen^2\omega).d\omega = \int_0^{\frac{1}{2}\pi}cos.2\omega.d\omega = 0$$

avremo

$$A_0.\tfrac{1}{2}\pi - A_2\left\{\frac{2p}{r^4}+\frac{r^2}{2}\right\}\tfrac{1}{2}\pi - A_3\left\{\frac{2p^3}{r^6}-\frac{3p}{4r}+\frac{3p}{2}\right\}\tfrac{1}{2}\pi - \text{ec.} = 0$$

la quale per essere zero indipendentemente da r esige che sia

$$A_0 = 0\,;\quad A_2 = 0\,;\quad A_3 = 0 --- A_n = 0$$

sarà quindi

$$f'(\theta) = A_1.\theta$$

la forma la più generale possibile che soddisfa a quella condizione.

27). Da questa ricaveremo

$$f(\theta) = A + B.\theta^2$$

essendo A e B due costanti arbitrarie.

Sostituita questa espressione nel valore generale di φ si avrà pel caso in questione

$$\varphi = 2A\int_0^{\frac{1}{2}\pi} d\omega + B\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left\{(z+\sqrt{-1}.r\,sen\,\omega)^2 + (z-\sqrt{-1}.r\,sen\,\omega)^2\right\} d\omega$$

ossia sviluppando

$$\varphi = A\pi + 2Bz^2\int_0^{\frac{1}{2}\pi} d\omega - 2Br^2\int_0^{\frac{1}{2}\pi} sen^2\omega.d\omega$$

$$\varphi = \pi A + \tfrac{1}{2}\pi B\left\{2z^2 - r^2\right\}$$

ossia finalmente inchiudendo π e $\frac{1}{2}\pi$ nelle costanti

$$\varphi = A + B\left\{2z^2 - r^2\right\}$$

che non differisce dalla forma data dal Giulio che per la costante A, la quale si può anche far nulla senza sminuire punto la generalità della ricerca.

3. *Vaso generato dalla rotazione della curva dell' equazione*

$$z = \frac{\sqrt{r^4 + 4B}}{2r}$$

28). Cominciamo prima dall' analizzare la forma della curva superiore. Risolta rapporto ad r dà

$$r = \pm\sqrt{2}.\sqrt{z^2 \pm \sqrt{z^4 - B}}$$

dalla quale si scorge ch' essa è simmetrica da una parte e dall' altra dell' origine, e da una parte e dall' altra dell' asse, e che presenta otto rami infiniti dei quali quattro si stringono all' asse delle z come ad assintoto, e che r è immaginario per tutti i valori di z compresi fra $-\sqrt[4]{B}$; e $+\sqrt[4]{B}$. Il vaso si formerà col ramo inferiore che si stringe all' asse discendendo, si

prenderà l'origine superiormente, le z positive nel senso della gravità, e il vaso si supporrà troncato ad una conveniente distanza dall'origine.

29). Veniamo ora alla determinazione del valore di φ.

Essendo l'equazione della parete

$$z=\frac{\sqrt{r^4+4B}}{2r}$$

per questo valore di z dovrà essere soddisfatta l'equazione

$$\frac{d\varphi}{dz}-\frac{1}{2}\cdot\frac{r^4-4B}{r^2.\sqrt{r^4+4B}}\cdot\frac{d\varphi}{dr}=0$$

ossia, prendendo l'integrale (F), dovrà essere identicamente nulla l'equazione seguente

$$\left.\begin{array}{l}\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}\pi} f\left\{\frac{\sqrt{r^4+4B}}{2r}+\sqrt{-1}.r.sen\omega\right\}\left\{1-\frac{1}{2}\cdot\frac{r^4-4B}{r^2.\sqrt{r^4+4B}}\cdot\sqrt{-1}.sen\,\omega\right\}d\omega \\ \displaystyle+\int_0^{\frac{1}{2}\pi} f\left\{\frac{\sqrt{r^4+4B}}{2r}-\sqrt{-1}.r.sen\omega\right\}\left\{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{r^4-4B}{r^2.\sqrt{r^4+4B}}\cdot\sqrt{-1}.sen\omega\right\}d\omega\end{array}\right\}=0$$

Ora collo sviluppo in serie facilmente si dimostra che l'unica forma di f che vi soddisfa è

$$f(\theta)=3.A.\theta^2.$$

Senza sviluppare per intiero il calcolo, che sarebbe in tutto simile a quello del §. 26, mi accontenterò di far vedere come questa forma soddisfaccia realmente alla superiore. Fatta la sostituzione essa diventa

$$2.3.A\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left\{\frac{1}{4}\cdot\frac{r^4+4B}{r^2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{r^4-4B}{r^2}\cdot sen^2\omega-r^2.sen^2\omega\right\}d\omega=0$$

ossia

$$2.3.A\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left\{\frac{1}{4}r^2(1-2.sen^2\omega)+B(1-2\,sen^2\omega)\right\}d\omega=0$$

ossia finalmente

$$2.\,3.A\left\{\frac{1}{4}r^2+B\right\}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}cos.\,2\omega.\,d\omega=0$$

la quale è identica per sè stessa.

Avremo quindi

$$\varphi(\theta)=A.\theta^3$$

e

$$\varphi=\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left\{(z+\sqrt{-1}.\,r.\,sen\,\omega)^3+(z-\sqrt{-1}.\,r.\,sen\,\omega)^3\right\}d\omega$$

ossia sviluppando, effettuando le integrazioni, e inchiudendo π nella costante A sarà finalmente

$$\text{(I)}\qquad \varphi=A\left\{2z^3-3.zr^2\right\}$$

dove A sarà una funzione arbitraria del tempo.

30). Dalla (I) ricaviamo, indicando con V la velocità assoluta,

$$\text{(II)}\quad\left\{\begin{array}{l}\mu=-6A.z.r\qquad;\qquad w=3A\,(2z^2-r^2)\\ V=3A.\sqrt{4z^4+r^4}\end{array}\right.$$

$$\text{(III)}\quad p=C+g.z-(2z^3-3zr^2)\cdot\frac{dA}{dt}-\frac{9}{2}\cdot(4z^4+r^4)\,A^2$$

dove non resta che a determinare le due funzioni del tempo A, e C.

31). Supponiamo prima il vaso mantenuto costantemente pieno, e che alla superiore e inferior superficie non siavi altra pressione che l' atmosferica, la quale esprimeremo con ϖ.

Sieno m ed n i valori di z corrispondenti ai punti in cui le due superficie suddette incontrano l' asse, dovrà essere contemporaneamente

$$p=\varpi \quad ; \quad z=m \quad ; \quad r=0$$

$$p=\varpi \quad ; \quad z=n \quad ; \quad r=0$$

e quindi avremo dalla (III)

$$\varpi = C+g.m-2m^3\cdot\frac{dA}{dt}-18.m^4.A^2$$

$$\varpi = C+g.n-2n^3\cdot\frac{dA}{dt}-18.n^4 A^2$$

dalle quali, ponendo per brevità,

$$2(n^2+nm+m^2)=h \quad ; \quad 18(m^3+m^2n+mn^2+n^3)=k$$

ricaveremo

$$g-k.A^2=h.\frac{dA}{dt}$$

da cui integrando in modo che per $t=0$ sia $A=0$, cioè nullo il moto all' origine del tempo, avremo

$$A=\sqrt{\frac{g}{k}}\;\frac{e^{\frac{2\sqrt{gk}}{h}t}-1}{e^{\frac{2\sqrt{gk}}{h}.t}+1}$$

e quindi

$$C = \varpi - g.m + \frac{8.g.m^3}{h} \cdot \frac{e^{\frac{2\sqrt{gk}}{h}t}}{\left\{ e^{\frac{2\sqrt{gk}}{h}t} + 1 \right\}^2} + \frac{18.g.m^4}{k} \frac{\left\{ e^{\frac{2\sqrt{gk}}{h}t} - 1 \right\}^2}{\left\{ e^{\frac{2\sqrt{gk}}{h}t} + 1 \right\}^2}$$

32). Dopo scorso un piccolo tempo il moto si fa permanente, ed in tal caso si avrà

$$A = \sqrt{\frac{g}{k}} \quad ; \quad C = \varpi - g.m + \frac{18.g.m^4}{k}$$

e quindi

$$\text{(a)} \quad \begin{cases} \mu = -6.\sqrt{\frac{g}{k}}.z.r \quad ; \quad w = 3.\sqrt{\frac{g}{k}} \left\{ 2z^2 - r^2 \right\} \\ V = 3.\sqrt{\frac{g}{k}} \sqrt{4z^4 + r^4} \end{cases}$$

$$\text{(b)} \quad p = \varpi + g\{z - m\} - \frac{9}{2} \cdot \frac{g}{k} \{4(z^4 - m^4) + r^4\}$$

e nelle formole (a) e (b) avremo la completa risoluzion del problema quando il moto si consideri dopo i primi istanti, e ridotto quindi allo stato di permanenza.

33). Dalle equazioni (a) avremo per determinare l'equazione delle trajettorie descritte dalle molecole, la

$$(1) \quad 2zr.dz + (2z^2 - r^2)\,dr = 0$$

nella quale ponendo $z = u.r$, essa si converte in

$$(2) \quad \frac{dr}{r} - \frac{2udu}{1 - 4u^2} = 0$$

Integrando quest' ultima, e detta $-c$ la costante arbitraria, si ha

$$u = \frac{\sqrt{r^4 + 4c}}{2r^2}$$

donde ricaveremo per l' equazione generale delle trajettorie la

$$(3); \quad z = \frac{\sqrt{r^4 + 4c}}{2r}$$

La (3) ci dice che le trajettorie non differiscono dalla curva della parete che pel vario valor del parametro, confondendosi colla stessa per $c = B$; esse si vanno stringendo all' asse al diminuire di c, e si confondono collo stesso per $c = 0$, come si scorge dalla considerazione del primo ramo che dà

$$r = \sqrt{2}. \sqrt{z^2 - \sqrt{z^4 - c}}$$

che diventa $r = 0$ per $c = 0$.

34). Chiamando i l'angolo che la tangente alla trajettoria nel punto di ordinata z fa coll' asse di rivoluzione avremo

$$tang. i = 2\sqrt{2} \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{c}{z^4}}}}{\sqrt{1 - \frac{c}{z^4}}}$$

Ne consegue che quando z sia abbastanza grande in confronto di c, $\frac{c}{z^4}$ sarà trascurabile in faccia ad uno e quindi

$$tang\ i = 0$$

Ossia se il foro è abbastanza lungi dall' origine si può ritenere senza sensibil divario che le fluide stille discendano in fili verticali, e sia quindi sensibilmente nulla la contrazione.

35). Dalla terza delle equazioni (a) avremo facilmente la superficie di eguale velocità.

Lungo l' asse avremo le velocità espresse da

$$V = 6 \sqrt{\frac{g}{k}} . z^2$$

quindi all' ordinata $z=p$ corrisponde la velocità

$$V=6.\sqrt{\frac{g}{k}}\cdot p^2$$

e la superficie sulla quale le molecole sono dotate di questa velocità sarà quella generata dalla rotazione della curva dell' equazione

$$(4)\qquad z=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt[4]{4p^4-r^4}\ .$$

Da quest' ultima equazione ricaviamo che per p abbastanza grande, per esempio al punto corrispondente al foro, r essendo piccolo, r^4 sarà trascurabile in confronto di $4p^4$, e quindi la superficie di eguale velocità sarà espressa da

$$z=p.$$

cioè sarà piana e perpendicolare all' asse.

36). Dai §§ 34, 35, ricaviamo, che se il foro è situato lontano dall' origine in modo da essere abbastanza piccolo, l'acqua fluisce dal medesimo con velocità costante in tutti i punti, e in direzioni verticali, per cui si avrà la portata Q moltiplicando l' area della luce per la velocità di ciascuna molecola.

Sarà quindi

$$(5).\qquad Q=12\pi.p^2\left\{p^2-\sqrt{p^4-B}\right\}\sqrt{\frac{g}{k}}$$

essendo p la distanza del foro dall' origine delle coordinate situata nel centro dalla curva generatrice del vaso.

37). Rintracciamo ora la forma della superficie libera del liquido contenuto nel vaso.

Su questa superficie la pressione sarà costante in ogni punto ed eguale alla pressione atmosferica ϖ; dalla (b) avremo dunque l' equazione

cercata ponendo $p = \varpi$; con ciò si ha che questa superficie sarà quella generata dalla rotazione della curva

$$2k(z-m) - 9\{4(z^4 - m^4) + r^4\} = 0$$

In cui sostituendo per k il suo valore, e ricavando il valore di r si ottiene

$$(c) \quad r = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{(z-m)(n-z)(z^2 + z(m+n) + m^2 + mn + n^2)}$$

curva del quart' ordine dalla quale ricaviamo che, pel tratto compreso dal vaso, la superficie ha il suo punto più alto sull' asse per $z = m$ per cui è $r = 0$, e il punto più basso di nuovo sull' asse per $z = n$, e di più che le superficie libere superiore e inferiore non sono che porzioni di una medesima superficie curva.

La superficie libera dunque nel nostro caso in luogo di presentare un imbuto sopra il foro, si presenta anzi rilevata su quel punto e depressa verso le pareti.

38). L' equazione (c) dà luogo ad una semplicissima costruzione della curva generatrice della superficie libera mediante la riga e il compasso, che è la seguente.

Descritto un semicerchio su quella porzione dell' asse compresa fra i due punti in cui esso è tagliato dalla superficie libera, e fissato un punto dello stesso, quel punto per cui passa l' ordinata della curva cercata: si conduca per questo l' ordinata al cerchio, che detta y_1, sarà

$$y_1 = \sqrt{(z-m)(n-z)}$$

Poi si prenda al di sopra dell' origine sull' asse un punto distante dall' origine stessa della quantità

$$\frac{1}{2}(m+n)$$

e condotta per questo una perpendicolare all' asse, si prenda sulla medesima, a partire dall' asse, una lunghezza eguale a

$$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{(m+n)^2+2(m^2+n^2)}$$

e si consideri questa come cateto costante di altrettanti triangoli equilateri, dei quali l' altro cateto è compreso fra questo punto dell' asse e quello per cui passa l' ordinata della curva cercata. L' ipotenusa y_2 di ciascuno di questi triangoli sarà

$$y_2=\sqrt{\left\{z^2+z(m+n)+m^2+mn+n^2\right\}}$$

Si prendano poi sulla perpendicolare all' asse condotta per z da una parte una lunghezza eguale a $2y_1$ e dall' altra una eguale ad y_2, poi divisa per metà la retta totale si descriva un semicerchio, il quale taglierà l' asse ad una distanza da z eguale ad y, e sarà

$$y=\sqrt{2y_1.y_2}=\sqrt{2}.\sqrt{y_1.y_2}$$

cioè

$$y=\sqrt{2}.\sqrt{}.\sqrt{\left\{(z-m)(n-z)(z^2+z(m+n)+m^2+mn+n^2\right\}}$$

cioè

$$y=r.$$

39). Quando il moto non è ancora ridotto allo stato di permanenza, posto per brevità

$$B=\frac{e^{\frac{2\sqrt{gk}}{h}t}}{\left\{e^{\frac{2\sqrt{gk}}{h}t}+1\right\}^2}\quad;\quad D=\frac{\left\{e^{\frac{2\sqrt{gk}}{h}t}-1\right\}^2}{\left\{e^{\frac{2\sqrt{gk}}{h}t}+1\right\}^2}$$

si avrà la pressione p in un punto qualunque espressa da

$$p = \varpi + g(z-m) - \frac{g.4.B}{h}\left\{2(z^3-m^3) - 3zr^2\right\} - \frac{g.9D}{2k}\left\{4(z^4-m^4)+r^4\right\}$$

Ne consegue che l'equazione della superficie libera nei primissimi istanti in cui è $B = \frac{1}{4}$; $D = 0$ sarà generata dalla curva dell'equazione

$$(z-m) - \frac{1}{h}\left\{2(z^3-m^3) - 3zr^2\right\} = 0$$

dalla quale ricaviamo

$$r = \sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{(z-m)(z-n)(z+m+n)}{z}}$$

Da quest'ultima equazione si scorge che la curva taglia l'asse alla distanza dall'origine eguale ad m, ed un'altra volta alla distanza eguale ad n, ma che all'origine del moto la curva invece rivolge la convessità al fluido, giacchè il massimo valore di z corrisponde ad $r=0$ e $z=m$.

Comincia quindi la superficie superiore dall'essere concava, e non è che dopo i primi istanti in cui, accelerandosi la velocità delle molecole che sono alle pareti, essa diventa convessa.

40). Fino ad ora si è supposto il vaso mantenuto costantemente pieno; se ciò non fosse, allora m sarà variabile col tempo, e avremo bisogno di una nuova relazione per determinare le funzioni arbitrarie del tempo A e C.

Riprendiamo per ciò l'equazione del §. 31.

$$g - k.A^2 - h \cdot \frac{dA}{dt} = 0$$

La velocità del punto dell'asse corrispondente a $z=m$ è

$$V = 6A.m^2$$

quindi nell'istante dt esso si abbasserà della quantità

$$6Am^2.dt$$

e quindi avremo

$$dm = 6A.m^2.dt$$

Da questa ricavato dt e sostituitolo superiormente, avremo

$$g.dm - kA^2.dm - 6hm^2AdA = 0$$

Integrata questa darà A in funzione di m, che sostituita nella

$$dt = \frac{dm}{6A.m^2}$$

ed integrata, darà m in funzione di t, donde si avrà A e quindi C in funzione di t, e il problema sarà pienamente risolto.

41). Nell'equazione generale generatrice della superficie del vaso abbiamo supposta la costante B positiva, ma è facile vedere che questa condizione non è necessaria per la determinazione della funzione arbitraria dell'integrale della (A), e che quindi essa potea pur essere negativa. In questa supposizione l'equazione della curva generatrice sarà

$$z = \frac{\sqrt{r^4 - 4B}}{2r}$$

la quale dà

$$r = \pm\sqrt{2}.\sqrt{z^2 + \sqrt{z^4 + B}}$$

42). Dalle superiori ricaviamo che la curva è simmetrica da una parte e dall'altra dell'origine, e dall'una parte e dall'altra dell'asse di rivoluzione, e che ad ogni valore di z corrispondendo un valore sempre reale di r la curva non presenterà alcuna interruzione.

Il minimo valore di r corrisponde al caso di $z=0$ ed è $r=\sqrt[4]{4B}$, al di là di questo punto r va sempre crescendo con z, e diventa infinito con essa.

Se all'origine conduciamo una linea retta dell'equazione

$$r_1 = 2.z_1$$

per un istesso valore di z sarà

$$r - r_1 = \sqrt{2}.\sqrt{z^2 + \sqrt{z^4 + B}} - 2z$$

ossia sviluppando in serie secondo le potenze discendenti di z, sarà

$$r - r_1 = \tfrac{1}{2}\frac{B}{2.z^6} - \frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{B^2}{3.z^{10}} + \text{ec.}$$

donde si scorge che la retta dell' equazione

$$r = 2.z$$

è assintoto della curva.

43). Noteremo che per l' equazione delle pareti

$$r = 2.z$$

sussiste la determinazione precedente delle funzioni arbitrarie. Infatti si avrà che per questo valore di r dovrà sussistere l' equazione

$$\mu - 2w = 0$$

cioè

$$6.A.z.r + 6A(2z^2 - r^2) = 0$$

la quale è identicamente nulla per $r = 2z$.

44). Premesse queste considerazioni noi potremo supporre il vaso generato dalla rotazione della curva e del suo assintoto intorno all' asse, ponendo al di sopra l' origine, e le equazioni date superiormente varranno pure per questo caso novello, giacchè è pienamente soddisfatta la condizione che le molecole si tengano su tutte e due le pareti.

45). Il chiarissimo don Gabrio Piola in una nota, inserita nel Giornale dell' I. R. Istituto Lombardo, riportando alcune conseguenze di una sua memoria intorno al movimento dei liquidi, ebbe l' idea di supporre invece che l' acqua scorra liberamente sopra un solido di rivoluzione generato da una curva determinata, facendo a quest' uopo servire le soluzioni date pei vasi

propriamente detti; mi sembra però che il caso presentatoci spontaneamente dal vaso considerato da noi renda tali conseguenze molto sospette, ed è perciò che credo opportuno di entrare in qualche maggiore particolarità.

46). L'assintoto del problema precedente genera colla sua rivoluzione un cono retto sul quale scorrono le molecole liquide nel mentre si tengono pure aderenti alla parete curva generata dalla linea dell'equazione premessa, la quale superficie curva si va sempre stringendo al cono che serve di superficie assintotica della medesima, e la falda fluida si va sempre assottigliando a mano a mano che si va allontanando dal vertice del cono, ossia dall'origine.

Un caso analogo ci sarà presentato ogni qual volta si consideri vaso del genere precedente, cioè generato dalla rotazione di una curva e del suo assintoto che può essere comunque inclinato all'asse di rotazione, e dare origine quindi ad un cono retto qualunque.

Alcuni casi si possono anche direttamente ricavare dando una forma particolare alla funzione arbitraria che entra nell'integrale (F), e che qui credo opportuno di esporre per rendere più evidente l'osservazione precedente.

47. Suppongasi

$$f(\theta) = A.\theta^n$$

e mediante questo valore avremo

$$\tfrac{1}{2}\varphi = A\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left\{z^n - \frac{n(n-1)}{2}.z^{n-2}.r^2.sen^2\omega + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.3.4}.z^{n-4}.r^4.sen^4\omega - \text{ec.}\right\}$$

ossia effettuando le integrazioni

$$(1)\qquad \varphi = A\left\{\begin{aligned} &z^n - \frac{n(n-1)}{2^2}.z^{n-2}.r^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2^2.4^2}.z^{n-4}.r^4 \\ &- \frac{n(n-1)\ldots\ldots(n-5)}{2^2.4^2.6^2}.z^{n-6}.r^6 + \text{ec.}\end{aligned}\right\}$$

Da questo valore di φ potremo ricavare la forma della curva generatrice integrando la

$$(2). \quad \frac{d\varphi}{dr} - \frac{dz}{dr} \cdot \frac{d\varphi}{dz} = 0$$

ma pel nostro caso basterà vedere che vi ha sempre un valore di m tale che per

$$(3) \quad z = m.r$$

riesce soddisfatta l' equazione

$$(4). \quad \frac{d\varphi}{dr} - m \cdot \frac{d\varphi}{dz} = 0$$

e che quindi le molecole liquide oltre tenersi sulla superficie curva generata dall' equazione (2) si tengono pure sul cono retto generato dalla (3).

48). Prendendo le derivate della (1) rapporto ad r e a z, sostituitele nella (4), e posto per z il suo valore dato dalla (2), sarà facile ridurre l' equazione risultante alla seguente

$$(5). \quad 1 - \frac{(n-1)(n-2)}{4} \cdot \frac{m^2}{2} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{4 \cdot 6} \cdot \frac{m^4}{2 \cdot 4} - \text{ec.} = 0$$

dalla quale si avrà il valore di m corrispondente a dati valori della n. Così troveremo per

$n = 3$	$m = 2$	
$n = 4$	$m = 1,49$	
$n = 5$	$m = 3,36$;	$m = 0,842$
$n = 6$	$m = 1,884$;	$m = 0,6715$
ec.	ec.	

49). Noi non abbiamo analizzato che una sola forma della $f(\theta)$, ma sembra che casi analoghi si debbano presentare per altre forme, e che quindi si possa giungere a questa conseguenza.

Allorchè l' acqua deve scorrere sulla superficie esterna di un cono retto verticale, le molecole che sono sulla superficie conica si mantengono sempre aderenti alla stessa descrivendo linee concorrenti al vertice, tutte le altre

però descrivono linee curve di una stessa famiglia dipendente dall' angolo al vertice del cono, le quali curve tutte sono comprese in piani verticali passanti per l' asse, e concorrono ad assintoto colla corrispondente generatrice del cono.

Sembra evidente infatti che la falda fluida debba andarsi assottigliando a mano a mano che l' acqua si va discostando dall' origine, e distendendo quindi in superficie maggiore; e pare molto improbabile la conseguenza del sig. Piola, il quale, facendo descrivere a tutte le molecole linee rette concorrenti al vertice, vorrebbe che la falda fluida andasse invece ingrossandosi a mano a mano che progredisce nel suo cammino.

50). L' esperienza avendo dimostrato che, quando il foro da cui il liquido fluisce è molto piccolo in paragone della sezione superiore del vaso, la velocità dell' efflusso è sensibilmente dovuta all' altezza del liquido sopra il foro, si rende necessario di vedere se le nostre formole conducano pure a questo risultamento.

In quanto ai vasi conici e a quelli generati dalla rotazione dell' iperbola cubica intorno all' assintoto, questa coincidenza della teoria coll' esperienza venne già fatta osservare dai chiarissimi Autori che si occuparono di quei vasi in particolare, e basterà per noi il dimostrare come ciò pure si avveri nel nostro. Al qual uopo supponendo il moto permanente e il vaso inesausto, ed m ed n le distanze dall' origine, superiormente situata, dei punti dell' asse in cui è incontrato dalla superficie libera, dal §. 35 avremo la velocità lungo l' asse corrispondente al foro di uscita

$$V = 6.\sqrt{\frac{g}{k}} \cdot n^2$$

Ma si ha

$$k = 18 \cdot \frac{n^4 - m^4}{n - m} = \frac{36}{2} \cdot n^4 \cdot \frac{1 - \frac{m^4}{n^4}}{n - m}$$

e quindi sostituendo sarà

$$V = \sqrt{\frac{2g(n - m)}{1 - \frac{m^4}{n^4}}}$$

Ora volendo il foro molto piccolo, e la sezione superiore molto ampia, sarà m piccolissimo in confronto di n per cui trascurando $\frac{m^4}{n^4}$ in paragone dell' unità, avremo appunto

$$V = \sqrt{2g(n-m)}$$

51. Prima di chiudere non sarà intieramente inutile l'esaminare in qual maniera si dovrebbe condurre il problema nella supposizione che le trajettorie descritte dalle molecole sieno curve tali che non differiscano da quella della parete che pel vario valor del parametro.

Sia

$$(1) \quad z = F(r, a)$$

l' equazione delle linee descritte, allora per questo valore di z dovrà ridursi identica la

$$(2). \quad \frac{d\varphi}{dz} - \frac{dF}{dr} \cdot \frac{d\varphi}{dr} = 0$$

e se si vuole che le trajettorie sieno esprimibili tutte dalla (1) col variar del parametro a, converrà dalla stessa dedurre a in funzione di r e z, e sostituito questo valore di a in $\frac{dF}{dr}$, con che supporremo esso divenir P, converrà che φ soddisfaccia generalmente alla

$$(3). \quad \frac{d\varphi}{dz} - P \cdot \frac{d\varphi}{dr} = 0$$

oltre alla equazione di continuità.

Se sia $Q = b$ l' integrale della

$$(4). \quad P.dz + dr = 0$$

la (3) ha per integrale completo

$$(5). \quad \varphi = f(Q)$$

dove f è una funzione arbitraria che bisognerà determinare in modo che riesca soddisfatta la

$$(6). \quad \frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\varphi}{dr} = 0$$

52. Applichiamo questo processo agli esempj precedentemente discussi.

Sia $z = ar$ avremo $a = \frac{z}{r}$; $\frac{dF}{dr} = a$; $P = \frac{z}{r}$

con ciò la (4) diventa

$$z.dz + rdr = 0$$

quindi

$$Q = z^2 + r^2 ; \quad \text{e} \quad \varphi = f(z^2 + r^2)$$

la (6) dà poi

$$(z^2 + r^2).f'' + \frac{3}{2} f' = 0$$

dove le derivate son prese rapporto a $z^2 + r^2$, e quindi si avrà

$$\varphi = A + \frac{B}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$

Sia $z = \frac{a}{r^2}$ avremo $a = z.r^2$; $\frac{dF}{dr} = -\frac{2a}{r^3}$; $P = -2 \cdot \frac{z}{r}$

quindi la (4) diventa

$$2zdz - rdr = 0$$

e

$$Q = z^2 - \frac{1}{2} r^2 \quad ; \quad \varphi = f(2z^2 - r^2)$$

la (6) dà poi

$$f'' = 0 \quad \text{e quindi} \quad \varphi = A + B(2z^2 - r^2)$$

Sia $z = \frac{\sqrt{r^4 + 4B}}{2r}$ sarà $B = \frac{4r^2z^2 - r^4}{4}$; $\frac{dF}{dr} = \frac{1}{2} \cdot \frac{r^4 - 4B}{r^2\sqrt{r^4 + 4B}}$ e $P = \frac{r^2 - 2z^2}{2rz}$

la (4) si riduce a

$$(r^2 - 2z^2)\, dz + 2rz.dr = 0$$

donde

$$Q = z^3 \left\{ \frac{r^2}{z^2} - \frac{2}{3} \right) \quad \text{e} \quad \varphi = f(2z^3 - 3zr^2\}$$

la (6) dà poi

$$f'' = 0 \quad \text{e quindi} \quad \varphi = A + B(2z^3 - 3zr^2).$$

53). Ma se noi invece assumessimo $z = ar^2$ verrebbe con simile calcolo

$$\varphi = f(2z^2 + r^2)$$

e la (6) darebbe per determinare f la

$$(4z^2 + r^2).f'' + 2f' = 0$$

dove le derivate son prese rapporto a $2z^2 + r^2$. Quest' ultima non potendo essere soddisfatta da una funzione di $2z^2 + r^2$ se non assumendo f costante, cioè che il liquido non si muova, ne dedurremo non essere sempre possibile il moto nell' ipotesi che le trajettorie sieno espresse dalla stessa equazione delle pareti, varia soltanto nel valor del parametro.

(*Letta il 20 Febbrajo 1843.*)

UN FACILE CRITERIO

E QUALCHE SEMPLICE REGOLA

PER PROCEDERE CON ESATTEZZA NELLA LIVELLAZIONE TOPOGRAFICA

MEMORIA

DEL PROFESSORE CARLO CONTI

Fra le moltiplici ricerche della Geodesia elementare, la livellazione topografica, sì per l'importanza grandissima ch'ella ha ne' movimenti di terreno occorrenti alla costruzione di strade, allo scavamento di canali o scoli, a disporre il suolo per l'irrigazione, come per la curiosità che desta a chi ne considera lo scopo, occupa certamente il primo luogo.

In un terreno ineguale sia tracciata una linea, e fingiamo che lungo il corso della medesima sia fatto un taglio verticale e che acqua stagnante bagni questa sponda a picco, egli è manifesto che, confrontando il ciglio colla linea giustissima di livello segnata dall'acqua, si vedrebbe dove il suolo s'innalza, ove si avvalla, e se ne potrebbe determinare esattamente la quantità. Per il che, se sopra quell'andamento si volesse condurre una linea di livello, o di data pendenza, si conoscerebbe tosto in quali siti sarebbe necessario colmare, in quali abbassare il terreno. Ora, egli è ufficio della livellazione di rilevare quell'andamento, o come si dice in linguaggio dell'arte il profilo, senza quell'ideato taglio, senza il soccorso di quell'acqua stagnante che somministra la linea di livello, alla quale si riportano i punti del terreno.

Mettiamo adesso che sul suolo, a seconda di quella linea, sia steso un filo rigido, i cui estremi siano a dato livello; poi che altri fili rigidi, a certe distanze, si ripieghino sul medesimo suolo in piani verticali e perpendicolari a quell' andamento, egli è manifesto che, anche togliendo il sottoposto terreno, da quel sistema di fili rimasti al loro luogo avrebbesi una rappresentazione della precedente giacitura del terreno, e tanto più esatta quanto più quei fili trasversali fossero frequenti.

Ora il rilevare sul terreno la linea longitudinale e quelle trasversali che abbiamo raffigurate in quei fili, e l'esprimerle con opportuni disegni, valevoli a rappresentare la configurazione del suolo per ricavarne i movimenti necessarii al proposto fine, è l' oggetto della livellazione.

In questa operazione delicatissima, e necessaria sì di frequente, s' addomanda tutta la cura dell' ingegnere, perchè un errore condurrebbe a gravissime conseguenze sia nel calcolo dei movimenti di terra, che nella condotta delle acque.

Per la qual cosa più maniere furono proposte e messe in opera dai pratici per assicurarsi dell' esattezza dei profili longitudinali e trasversali di livellazione.

Se mai la linea è rientrante, l'operazione presenta da sè stessa un criterio certissimo, dovendo l' ultimo punto coincidere con quello da cui si è cominciata l'operazione, perchè identico. Ma questo criterio non si manifesta che alla fine, e se non vi si ha soddisfatto, fa d' uopo rifare quell' operazione.

Che se gli estremi della linea livellata, per essere dessa quasi rientrante, sono vicini, legansi con un tronco di livellazione ausiliaria, a fine di riconoscere se siasi soddisfatto al precedente criterio, locchè non verificandosi, è pur necessario di tornare da capo.

Ma quando la linea si dilunga, e lontani ne sono gli estremi, a sicurezza del rilievo si pratica di ribattere la livellazione per vedere se trovansi le medesime differenze di livello. Mancando questa conferma, rendesi necessario il farla di nuovo per vedere quale delle due discordanti sia la giusta, e ciò con dispendio di tempo e di fatica.

Quindi conobbero i pratici quanto importi il procedere con esattezza per

ogni stazione di livello, quanto importi l'avere un criterio che rassicuri di volta in volta sulla esattezza delle altezze che si prendono, per non dover alla fine o rimanere dubbiosi sul fatto rilievo, od essere costretti a cercare, con nuova operazione, quella conferma.

Per questo si suggerisce da taluno di smuovere e rimettere il livello dopo le eseguite collimazioni sull'antecedente e conseguente, e di ribattere le aste per vedere se si ottengono differenze uguali. Il qual metodo, oltre che non può dar a conoscere un errore di rettifica, che fosse nel cannocchiale, è laborioso, impiegandosi il maggior tempo in ogni stazione al collocamento del livello, che, secondo tal metodo, si ripete.

Con maggiore avvedutezza usano altri di prender le due altezze, collocando prima il livello presso l'antecedente, poi vicino al conseguente, onde può aversi un dato sulla posizione dell'asse ottico oltre al riscontro delle letture spettanti alle altezze. Ma qui siamo da capo sull'allungamento considerevole dell'operazione, motivo pel quale tutti questi metodi si lasciano, confidando, non so con quanta prudenza, nel buon esito del rilievo senza verun riscontro.

Sentendo di quanta importanza sia un criterio facile e sicuro, che costando poco tempo, poca fatica, abitualmente si possa adottare dai pratici, sino dai primi tempi ch'ebbi l'incarico d'insegnare la Geodesia lo cercai con ogni cura. Ora parmi d'averlo trovato e tale da soddisfare alle condizioni necessarie per essere ridotto a pratica applicazione, come ne feci prova in qualche esercizio di campagna.

Vidi che, dai nostri pratici, ad ogni stazione suolsi prendere l'altezza del livello dal suolo, la quale altezza, presa che fosse esattamente, permetterebbe che fra l'antecedente ed il conseguente s'inserisse altro punto del terreno con maggiore precisione del profilo. Supponiamo ora che invece di prendere quell'altezza all'ingrosso, si misuri dal centro dell'obbiettivo alla testa di un cavicchio confitto nel terreno, sopra cui si posa l'asta.

Dalla novella stazione, prima di battere l'antecedente, si batta quell'asta, così al livello avremo una differenza di altezza tra questa collimazione e l'altezza presa innanzi di trasportare lo strumento. Siccome sull'asta che dà il nuovo antecedente, fu pure preso il conseguente nell'anteriore battuta, com'è

consueto, così su di quell' asta medesima avremo una differenza di altezza. Dimostrasi facilmente che quelle due differenze di altezza debbono essere uguali, quando il cannocchiale sia in rettifica, quando non siasi commesso errore veruno.

Questo criterio non addomanda che una battuta di più, quindi un tempo assai più breve di quello che occorrerebbe a smuovere e a rimettere il livello. Aggiungasi che, prendendosi esattamente un altro punto del suolo, sarebbe permesso di allontanare di qualche tratto le aste e diminuire il numero delle stazioni, cosicchè in fine avrebbesi il medesimo impiego di tempo col vantaggio di procedere sicuramente.

Essendo il cannocchiale in rettifica, ed operandosi con esattezza, il riscontrare la coincidenza di quelle differenze di altezza non costa che una sottrazione, e può farsi coll' occhio senz' altro.

Che se si trovi differenza, assegno facile regola per verificare se dipenda dall' errore del cannocchiale o da altra sorgente.

Questo è lo scopo principale del presente scritto che io considero di qualche importanza, non per la teorica o pel calcolo assai breve e schietto, ma pel vantaggio che può apportare alla pratica, vantaggio che si ripeterà quotidianamente in questa frequentissima operazione di Geodesia.

Presento come nuovo il mio metodo, non avendone trovato cenno ne' libri che versano su questa materia, e non sapendo che da ingegneri operatori sia stato messo in uso. Forse potrebbe essere conosciuto e familiare a qualche valente pratico che abbia meditato sui fondamenti di questa operazione, e se ciò fosse, a me resterà il solo merito di averlo recato a pubblica notizia.

Può accadere, per qualche circostanza di andamento tortuoso nella linea di livellazione, che il metodo ora descritto non sia applicabile; perciò ne propongo un secondo, il quale si appoggia alla determinazione di un antecedente e conseguente ausiliario, col mettere l' asta per qualche tratto lontana dalla consueta. Non involge certamente più operazioni dell' altro, dovendosi battere due altezze, anzichè una, ma sempre col livello al medesimo posto. Come il calcolo lo dimostra, riesce meno spiccato l' errore di rettifica del cannocchiale, quando vi sia.

Nello stendere quel tanto che riportavasi al nominato criterio, parvemi opportuno di riunire alcune altre avvertenze non sapute o trascurate dai pratici, e non avvertite da'libri, perchè gli Autori non si degnano spesso di registrare le minute, ma pur necessarie, particolarità degli usuali metodi, ridondando invece di astratte ricerche e d' inviluppati calcoli relativi a casi che non si presentano mai, od assai di rado, a chi esercita anche con qualche larghezza la professione.

A me sembra che nel trattare le questioni di matematica che riguardano la pratica, salvo l' astronomia che ne porge tanti esempi, non siasi ben considerata l' influenza degli errori che pure con eletti apparati e malgrado l' attenzione dell' osservatore, sempre si commettono. Si abbada alla dipendenza assoluta delle quantità, come se i dati, da cui cavansi col calcolo le incognite, fossero giusti. Se ciò fosse, con la base di qualche metro noi potremmo misurare la distanza del sole, e ancora più.

Ma il fatto sta che nel misurare angoli e lunghezze, la precisione non è assoluta, il grado di esattezza ha un limite, e chi vuol cavare frutto da quelle misurazioni deve badare all' influenza che possono avere gli errori commessi sulla quantità che si vuol dedurre.

Per la qual cosa intrapresi accurato esame dell' influenza che può avere sulla livellazione od un errore nella distanza, o la deviazione dalla verticalità delle aste, o la deviazione della bolla dal mezzo. Essendo lievissime cagioni di errori le prime, non è lo stesso dell' ultima, specialmente se la bolla sia lenta. Mostrasi agevolmente che l' errore di una particella può portare la differenza di un centimetro, e se questo può accadere, se anzi spesso accade, non so poi quanto valga tutta quella cura ed attenzione che si mette nel resto per arrivare alla determinazione del millimetro. Sarebbe una mal consigliata economia di arrivare al millimetro da una parte, e perderne sette, otto ed anche dieci dall' altra.

Propongo quindi un facile metodo per la graduazione della bolla, per sapere quanti secondi corrispondono ad una particella. Non so intendere come si possa adoperare un livello a cannocchiale senza conoscere questo elemento.

Conosciuto il numero di secondi corrispondenti ad ogni particella della bolla, si ha nel livello un mezzo grossolano bensì, ma pur comodo e molte volte utile a conoscere una distanza, collimando ad un' asta prima colla bolla tutta dal lato dell' oculare, poi portandola col moto del cannocchiale verso l' obbiettivo.

Un altro vantaggio di quella fondamentale cognizione si trae per la rettifica del cannocchiale, quando se ne sia determinato l'errore, perchè, senza bisogno di tentativi, si può ricondurre la bolla in giusto sito, e correggere lo strumento.

Ma quello che io raccomanderei caldamente ai pratici si è un metodo con cui può raggiungersi somma precisione nelle collimazioni. Accade sovente che si collimi all'asta e si prenda l'altezza quando la bolla, benchè nel mezzo, non è del tutto ferma ed immobile, donde poi si sposta alcun poco. Quando ciò sia, dovrebbesi rimettere la bolla nel mezzo e ripetere la collimazione, cosa che certamente non si fa per una particella o due di deviazione. Intanto quella deviazione può essere cagione di errore per alcuni millimetri, se sia lontano lo scopo. Ora a me sembra che si possa, fatta la collimazione e ridotta a perfetta quiete la bolla, notare la posizione de' suoi estremi; sul qual dato, mercè della distanza allo scopo, che sempre si conosce, si calcola, e facilmente, la correzione da farsi all' altezza rilevata. Allora non v' è bisogno che la bolla batta giustamente nel mezzo, non è necessario che lo scopo scorrevole si alzi e si abbassi tante volte per segnare il giusto; essendovi dappresso può muoversi d' alcun poco il cannocchiale. La posizione della bolla quando è tranquilla, anche fuori dal mezzo di alcune particelle, porge il mezzo sicuro di ottenere la giusta altezza.

Dicendo della livellazione ho creduto di mettere questa norma, che sempre si usa nelle astronomiche osservazioni, quantunque io preveda che, siccome troppo minuziosa, verrà rigettata da molti.

Il poter determinare una distanza con esattezza senza mettere catene sul suolo è certamente metodo pregevolissimo nell'esercizio dell'ingegnere. Credo che l' ordinario livello, con lievissima aggiunta, potrebbe a questo servire. Mettiamo che la bolla impernata stabilmente dal lato dell' obbiettivo col

mezzo di una vite a passo minuto possa muoversi all' altro estremo. Collimando dapprima col cannocchiale presso a che orizzontale ad un' asta verticale, di cui vuolsi conoscere la distanza, supponiamo che la bolla sia avanzata verso l' oculare; quindi alzando il cannocchiale la si trasporti verso l' obbiettivo numerando le particelle trascorse, e così successivamente per più volte; alla fine collimando di nuovo si leggerà una nuova altezza sull' asta. Dal moto della bolla avendosi l' angolo di elevazione ne verrà la determinazione della distanza con facile e sicuro calcolo. Notisi che il movimento lineare della bolla, anche ristretto a pochi millimetri, può corrispondere ad angolo di molti minuti, ad angolo opportunissimo per la determinazione di una distanza di trecento e più metri.

Anche di questo novello ufficio del livello a cannocchiale, utilissimo all' ingegnere per molti riguardi, ho voluto far cenno in queste pagine, colla mira di agevolare l' esercizio di una professione che sempre più rendesi importante col progresso dell' odierna civiltà.

Esposti i fondamenti teorici de' proposti metodi, prima senza ommettere veruna quantità, poi lasciando que' termini ch' entro i limiti della pratica non hanno influenza, posi in fine un sunto di regole ed esempi che possono servire di guida a quegli operatori, i quali non avessero tempo o voglia d' impacciarsi nella discussione astratta e nel calcolo. Così per chi volesse soltanto mettere in atto quei suggerimenti è tolto il grave ostacolo di riandare i particolari della dimostrazione, di cavarne il pratico andamento e basta che legga le ultime righe.

So bene che facili e semplici sono le questioni trattate in questo scritto, nè degne per l' astratta loro importanza di occupare le menti abituate a versare sopra argomenti di assai maggiore potenza e difficoltà. Ma io spero che sarà accolto con indulgenza questo mio qualsiasi lavoro, guardando al fine che mi sono proposto nel presentarlo, ch' è quello di rendere pregevoli questi metodi al pratico operatore, di metterli in corrente, la qual cosa avrà certo riuscimento se arriveranno ad ottenere la sanzione dell' Istituto.

§. 1.° *Considerazioni generali sul livello a cannocchiale.*

1. Considerando l' uffizio di un livello a cannocchiale tosto si scorge la condizione essenziale ridursi a questa: che l' asse del cannocchiale sia orizzontale quando la bolla, che vi è congiunta, segna col suo mezzo il mezzo dell' apertura della custodia. Dire che l' asse del cannocchiale sia parallelo all' asse della bolla non basta, perchè allora si deve definire l' asse della bolla, nel che fare si ricade nella condizione sopra accennata e con molte parole che ne oscurerebbero il significato. Benchè basti che la nominata posizione della bolla e dell' asse ottico si verifichi per quel piano in cui sono da paragonarsi i punti che si livellano, suolsi mettere lo strumento così che la bolla aggirandosi intorno ad un asse mantengasi ferma, nel qual caso l' asse del cannocchiale descriverà un piano orizzontale se è rettificato, un cono ad asse verticale se è fuori di rettifica. E questa pratica è necessaria per quegli strumenti ne' quali il centro di moto è molto distante dalla bolla, perchè altrimenti nel mettere giusta la bolla dall' uno e dall' altro verso può innalzarsi od abbassarsi e non essere più la medesima quella linea di livello che passa pel centro del cannocchiale, alla quale in ogni stazione riportansi i punti diversi che si livellano.

2. Colla espressione *orizzontare la bolla* potrebbesi intendere il collocarla così che aggirandosi tutto all' intorno mantengasi immobile nella custodia, la qual immobilità include la condizione che l' asse di rotazione sia verticale.

3. Orizzontata la bolla, se la si alza da una banda d' altrettanto si solleva l' asse del cannocchiale che vi è congiunto; ed è certamente cognizione utilissima e talvolta necessaria il sapere per ogni particella di movimento della bolla quanto il cannocchiale si elevi. Infatti se la bolla è lenta, cioè se ad ogni particella di movimento corrispondessero molti secondi, lo strumento sarebbe imperfetto, poichè l' errore facile a commettersi di una mezza particella potrebbe apportarne uno non trascurabile sulla lettura dell' altezza. Perciò diremo qui subito della maniera facile di graduare una bolla. Messo

uno scopo ad una distanza di 60 od 80 metri od in generale ad una distanza d, e tenuta la bolla tutta dalla parte dell' oculare si collimi un' altezza a. Poi movendo la bolla dalla banda dell' obbiettivo per quanto si può si collimi un' altezza a' maggiore. Egli è chiaro che il movimento angolare corrisponderà ad un arco di lunghezza $a'-a$ del raggio d, che perciò l' angolo sarà dato da $\frac{a'-a}{d} R''$, essendo R'' il numero de' secondi contenuti nel raggio, cioè 206264,8. Mettiamo che n sia il numero delle particelle trascorse dal mezzo della bolla, ed i il numero dei secondi corrispondenti a ciascheduna ed avremo $i=\frac{a'-a}{d} \cdot \frac{R''}{n}$. Determinato una volta questo numero, o, per maggiore esattezza, di più determinazioni preso il medio, avremo un dato sullo strumento che, come vedremo, ci sarà giovevole per più riguardi.

4. Intanto egli è manifesto che se ad una distanza l, sullo scopo si legga una differenza h nelle due collimazioni fatte colla bolla prima dalla banda dell' oculare poi da quella dell' obbiettivo, e se il movimento della bolla corrisponda ad n particelle avremo $l=\frac{h}{n} r$ essendo $r=\frac{R''}{i}$ che per un dato livello è costante. Così mediante la bolla a cannocchiale possiamo ricavare la distanza dello scopo, distanza che non sarà certamente determinata con precisione, ma che in molti casi può essere utile di conoscere per sè stessa o per fare qualche confronto con quella che si sarà ottenuta con altri metodi o per avere un criterio che non siensi commessi grossi errori. (A)

5. Che se siasi ritrovato co' metodi consueti o con quello che accenneremo in progresso, un errore del cannocchiale e determinato di quanti secondi, senza bisogno di tentativi che addomandano tempo, con quella conoscenza della graduazione della bolla si arriverà a rettificarlo. Infatti se il cannocchiale alza dalla banda dell' obbiettivo di un numero s di secondi, $\frac{s}{i}$ esprimerà di quante particelle, mediante il congegno di rettifica, si dovrà trasportare la bolla per quel verso, poichè quando poi si rimetterà il mezzo della bolla nel mezzo dell' apertura della custodia l' asse ottico batterà giustamente l' orizzontale.

§. 2.° *Sulla riduzione di sfericità e sulla correzione di rifrazione.*

6. Essendo l'asse ottico orizzontale e collimandosi ad una verticale in certa distanza, il punto battuto non è a livello col centro dello strumento, perchè il punto di livello è quello che verrebbe incontrato da arco di cerchio passante pel centro dello strumento, concentrico alla terra e compreso nel piano delle due verticali. Ma conoscendosi la curvatura della terra si può passare dal punto collimato a quello di livello mercè di facile riduzione. Detto R il raggio terrestre, cioè il raggio pertinente ad un cerchio della circonferenza di quaranta milioni di metri, detta s la riduzione di sfericità, e d la distanza delle due verticali presa sull'orizzontale dell'asse ottico abbiamo esattamente $(R+s)\,s=d^2$. Ricavando da questa equazione il valore di s e tenendo conto dei termini di quarto ordine rispetto a $\frac{d}{R}$ avremo

$$s=R\left\{\frac{d^2}{2R^2}-\frac{1}{8}\frac{d^4}{R^4}\right\},\quad \text{cioè}\quad s=\frac{d^2}{2R}-\frac{1}{8}\frac{d^4}{R^3}.$$

7. Ma $2R=\frac{40M}{\pi}$, esprimendo con M il milione, quindi sarà

$$s=\frac{\pi}{40M}d^2-\left(\frac{\pi}{40M}\right)^3 d^4.$$

E se con k esprimiamo il numero di chilometri contenuti nella distanza d, avremo $s=0{,}07854\,k^2-0{,}000000775\,k^4$.
Di qui può vedersi come nella livellazione topografica si possa ommettere il secondo termine e ritenere la formula assai semplice $s=0{,}07854\,k^2$.

8. Benchè la distanza k si abbia a misurare sulla orizzontale vi si potrà sostituire quella che corrisponde al suolo, perchè una differenza nel valore di k influisce pochissimo sul valore di s. Infatti supponiamo che ε sia l'errore sulla distanza e quello derivante in s sarà $0{,}07854.2k\varepsilon$ ommesso il termine di secondo ordine riguardo ad ε. Ora quella espres-

sione dell' errore può mettersi sotto la forma $0,07854 . 2 k^2 \frac{\varepsilon}{k}$ ovvero sotto l' altra $2 s \frac{\varepsilon}{k}$. Per questo se supponiamo che sia $\frac{\varepsilon}{k} = \frac{1}{20}$ cioè che nella distanza si erri di un ventesimo, nientemeno che di cinque metri su cento, l' errore nel risultato sarebbe di un decimo di s. Facendosi una battuta di livello alla notevole distanza di 500 metri, tal errore riuscirebbe appena di due millimetri. Concludiamo adunque che per la riduzione di sfericità le distanze possono prendersi sul suolo, e che non occorre una soverchia esattezza.

9. Abbiamo assunto per R il raggio di un cerchio di quaranta milioni di metri, perchè la terra si considera sferica, inutile essendo per tale ricerca di aver riguardo al suo schiacciamento. Trovasi in fatto che è assolutamente trascurabile la differenza tra il risultato che corrisponde al raggio equatoriale ed al polare.

10. Se l' asse del cannocchiale è orizzontale, non per questo si collima al punto che sullo scopo è in quella direzione. Quella direzione della mira s' alza sulla linea di livello, penetra in istrati d' aria men densi, e quindi il raggio luminoso che colpisce l' occhio dovendo avere percorso una linea concava al terrestre centro e terminare tangenzialmente all' asse ottico, procede da punto più basso. Si è calcolato che questa riduzione vale 0,16 di quella di sfericità, cosicchè il complesso delle due riduzioni operanti in senso contrario sia 0,84 del precedente valore. Del resto la correzione di rifrazione sensibile e da valutarsi con cura nella livellazione geodetica, io credo potersi ommettere nella topografica; primieramente perchè nelle ordinarie battute di 200 od anche di 300 metri è insensibile, poi perchè l' irregolare andamento della temperatura dello strato aereo prossimo al suolo rende incertissima la valutazione di quella quantità, sempre picciola per mediocri distanze.

§. 3.° *Della deviazione degli scopi dalla verticalità.*

11. La formula di riduzione di sfericità ed il metodo ordinario di livellazione, suppongono che gli scopi sieno verticali. Ognuno però s'accorge che in pratica tal condizione non è certamente soddisfatta, per il che andremo calcolando l'errore che può venirne nel risultato finale. Sia ω l'angolo al centro della terra corrispondente alle due verticali, la prima passante pel centro dello strumento, la seconda pel punto che si confronta nella livellazione; sia θ l'angolo che fa con questa lo scopo a cui si collima, supponendo che la verticale rimanga al di là. Essendo b la distanza che si avrebbe sulla vera verticale, b' sulla obbliqua troveremo subito $\frac{b'}{b} = \frac{\cos.\omega}{\cos.(\theta+\omega)}$. Ma ω è angolo picciolissimo, importando un secondo per ogni 31 metro di distanza, onde potremo scrivere $b' = \frac{b}{\cos\theta}$ ossia $b' = b\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{\theta}{R^o}\right)^2\right\}$; sviluppando, tenendo conto delle quantità di secondo ordine, ed esprimendo con R^o il numero 57, 3 che è quello dei gradi contenuti nel raggio.

12. Di qui può vedersi quanta sia l'influenza di quella deviazione e come d'ordinario sia insensibile. Per meglio conoscerlo diciamo δ la deviazione del sommo dell'asta dal punto in cui dovrebbe starsene se fosse giustamente verticale e sarà $\delta = b\frac{\theta}{R^o}$. Quindi avremo $b' = b + \frac{1}{2}\frac{\delta^2}{b}$. Se adunque ammettiamo che un pratico non possa errare nel collocare un'asta di 5 metri in maniera che un filo a piombo pendente dal sommo si scosti dal piede di un decimetro avremo $b' = s + \frac{1}{1000}$. Così si fa manifesto che anche per quella forte deviazione l'errore risultante è insensibile, non superando il millimetro.

13. Se l'asse ottico non batte la giusta orizzontale, perchè quantunque rettificato sia la bolla alcun poco fuori di sito, l'errore può essere non trascurabile. Infatti dicendo ε questo errore e supponendo che si alzi il cannocchiale dalla banda dell'obbiettivo, che lo scopo sia ad una distanza l avre-

mo nella lettura dell' altezza l' eccesso rappresentato da $\frac{\varepsilon}{R''} l$. Ora se l'errore ε arriva a 10 secondi e sia la distanza l di 200 metri quell' eccesso arriverà quasi al centimetro, quantità troppo grande quando si pretenda di colpire il millimetro. Un tale risultato ne porge utili ammaestramenti. Vedesi dapprima come sia vano il pretendere all' esattezza entro il millimetro se la bolla è lenta, se l' angolo corrispondente ad ogni particella superi i dieci secondi; mentre, per quanta cautela si adoperi nel metter giusta la bolla, è assai difficile di non isbagliare di qualche frazione di particella. Poi si manifesta ancor più la necessità di graduare il livello ossia di conoscere il numero di secondi corrispondente ad ogni particella, senza di che non si può giudicare rettamente del grado di precisione, al quale è concesso di pervenire.

§. 4.° *Della maniera di avere un distanziometro col livello a cannocchiale.*

14. Avendo detto come col soccorso della bolla si possa misurare la distanza del cannocchiale da uno scopo, si fa tosto manifesto aversi nel livello a cannocchiale un distanziometro. Ma abbiamo pur osservato che quel metodo è grossolano, infatti se il livello è molto sensibile da segnare due o tre secondi per particella, anche col movimento di trenta particelle risulterebbe angolo troppo piccolo a fondarvi sopra la determinazione di una distanza, e se il livello è lento da segnare quindici o venti secondi per particella l' errore di una mezza particella nello stabilire l' arco di trascorrimento porta effetto considerevole. Ecco il semplice mezzo di ridurre un livello a cannocchiale opportuno alla determinazione delle distanze. Alla banda dell' obbiettivo sia la bolla impernata stabilmente col cannocchiale, dall' altra abbia un movimento di certa estensione da ottenersi con vite a passo minuto, ed una vite di pressione possa fissarla ove aggrada. In breve il congegno per la rettifica del cannocchiale abbia maggior estensione che nella costruzione ordinaria. Il livello poi sia sensibile da non indicare più di due o tre secondi per particella e la

forza del cannocchiale vi corrisponda, come si richiede in un buono strumento da livellare con esattezza.

15. Essendo il cannocchiale in rettifica o molto vicino, facciasi trascorrere la bolla colla vite propria dalla parte dell' oculare e si collimi allo scopo di cui vuolsi determinare la distanza. Ciò fatto s' innalzi il cannocchiale da portare la bolla all' obbiettivo e si tenga conto del numero delle particelle trascorse. Tenuto fermo il cannocchiale si riporti la bolla colla sua vite verso l' oculare, indi con il movimento del cannocchiale facciasi trascorrere di nuovo verso l' obbiettivo e si numerino le particelle trascorse. Così si operi per cinque o sei volte, ed alla fine si collimi allo scopo col cannocchiale innalzato. Dal numero delle particelle trascorse nei successivi movimenti della bolla, avremo l' angolo di che l' asse del cannocchiale sarà elevato sulla primitiva direzione pressocchè orizzontale e quindi dalla distanza compresa sullo scopo nelle due collimazioni, e da quell'angolo si calcolerà con tutta facilità ed esattezza la distanza ricercata.

16. Si può mostrare brevemente come quel movimento della bolla possa essere ristretto fra limiti tali da non turbare l' ordinaria costruzione. Ammettendo che la bolla sia lunga quindici centimetri e che la parte del movimento si limiti a dieci, comprendenti trenta particelle, ognuna delle quali, per la sensibilità che qui si esige, segni due secondi soltanto, è chiaro che nel rimettere la bolla a posto dovremo operare una rotazione di un minuto. Se si vuole misurare un angolo di dieci minuti farannosi dieci di quei movimenti e perciò l' estremo della custodia descriverà quell' arco che vi corrisponde. La lunghezza lineare di tal arco sarà $0,15 \ \frac{10}{3437} = 0,0005$ circa, quantità esigua, e che ancora resterebbe abbastanza picciola se lo spostamento si volesse spignere alla misura di due gradi.

17. Quando il livello s' abbia ad usar propriamente nel suo uffizio è chiaro che non torna utile di smuovere la bolla, con che il cannocchiale va fuori di rettifica ; ma in tali casi colla vite di pressione si rimette dapprima a posto nè più si tocca sino alla fine. Allora il livello serve al diretto suo scopo, ma resterà sempre che nel medesimo strumento si avrà un mezzo

sicuro ed opportuno alla misurazione delle distanze, che non sempre possono aversi per via diretta.

18. La stessa maniera che noi abbiamo ora esposto per determinare le distanze deesi applicare alla primitiva graduazione della bolla. Basta infatti misurare con molta esattezza la distanza del cannocchiale dallo scopo, e la distanza sullo scopo dei punti collimati, e l'angolo che ne deriva diviso pel numero totale delle particelle trascorse ne' varj spostamenti porgerà con grande esattezza il valore d'una particella.

19. Potrebbesi anche discutere l'andamento della bolla in alcune sue parti per riconoscere se abbia uniforme curvatura. In fatti, per quello che ora abbiamo detto, se l'escursione da una banda all'altra si limiti a dieci particelle, e poi alle dieci seguenti, in fine alle ultime, ricaveremo il valore di una particella pertinente ad ogni terzo, e dal confronto risulterà la diversità od uniformità di curvatura. Forse che tal metodo è il più opportuno all'esame della curvatura delle bolle che negli usi astronomici debbono essere dotate di esquisita sensibilità, e di regolarità nell'andamento.

§. 5.° *Considerazioni sull'ordinario metodo di livellazione.*

20. Messo il livello a sito fra due scopi l'antecedente ed il conseguente, sia A l'altezza del primo, e la distanza a; sia C l'altezza del secondo, e la distanza c. Il punto sullo scopo antecedente, che è a livello col centro del cannocchiale, sarà sollevato dal suolo, ove posa l'asta, di $A-ka^2$ essendo $k=0{,}000000007854$, ed il punto sullo scopo conseguente ch'è a livello pure col centro del cannocchiale, sarà sollevato dal suolo, ove posa lo scopo, di $C-kc^2$. Quindi il punto conseguente sarà sollevato sul punto antecedente di $A-C-k(a^2-c^2)$.

21. Quando il cannocchiale è fuori di rettifica ed alza dalla parte dell'obbiettivo di un angolo i dovremo applicare la correzione $\frac{i}{R''}a$ all'altezza antecedente, e la correzione $\frac{i}{R''}c$ all'altezza conseguente. Facendo

per semplicità $\frac{i}{R''}=f$, sarà $A-C-k(a^2-c^2)-f(a-c)$ la differenza di livello fra il conseguente e l'antecedente.

Questa espressione può anche mettersi sotto la forma

$$A-C-\{k(a+c)+f\}(a-c).$$

Il termine $k(a+c)$, benchè cresca colla distanza dei due scopi a' quali si collima, è sempre di picciola influenza, attesa la picciolezza di k. Ad una distanza di 500 metri diventa 0,0000003927, onde farebbe d'uopo che $a-c$ arrivasse a duecento metri per influire sopra $A-C$ di un millimetro scarso. Quanto ad f, per un solo secondo, si ha 0,000004848 cioè cresce del millimetro la correzione che vi corrisponde per una differenza fra a e c di trecento metri. Ma poichè questo termine dipende dalla fallace posizione del cannocchiale può crescere assai sopra quell'assunto valore. Per venti secondi e per una differenza fra a e c di soli trenta metri già arriva quasi a tre millimetri. Questo esame dimostra chiaramente che a distanze ineguali fra il livello e gli scopi poco è da valutarsi l'influenza della riduzione di sfericità, in confronto dell'errore d'inclinazione dell'asse ottico.

22. Importa dunque moltissimo di conoscere la graduazione della bolla, mentre quand'anche il cannocchiale fosse rettificato, una particella soltanto potrebbe dare quei dieci o più secondi di deviazione dell'asse dall'orizzontalità, che in fine corrispondono ad un errore di rettifica e che spesso possono avere un'influenza di alcuni millimetri. Ciò essendo è ben inutile quella cura ed esattezza nelle collimazioni che si usasse per cogliere il millimetro.

23. Guardando all'influenza che può esservi nella livellazione dal non giusto collocamento del mezzo della bolla, si presenta un metodo certamente preferibile al comune, ma che addomanda un più esteso registro e qualche riduzione. Suolsi collimare quando la bolla è tranquilla e col suo mezzo segna il mezzo dell'apertura della custodia. Quando ciò si verificasse noi non avremmo a temere alcun errore per la deviazione dalla orizzontalità. Ma il più delle volte avviene che al momento della collimazione la bolla non sia affatto a suo posto, che continui il movimento, onde poi acquisti nel fer-

marsi altra posizione. Ne deriva perciò la conseguenza che l'asse del cannocchiale non batteva giustamente l'orizzontale nella collimazione, e la deviazione viene data dalla posizione del mezzo della bolla quando è ferma. Anche l'Ingegnere più scrupoloso non si fa carico di rimettere la bolla, quando lo spostamento non superi una particella. Pure abbiamo veduto che questo divario dal giusto può menare a qualche millimetro nell'altezza, nel qual caso dovrebbesi dire che la livellazione va esatta entro il centimetro soltanto e non entro il millimetro come si pretende.

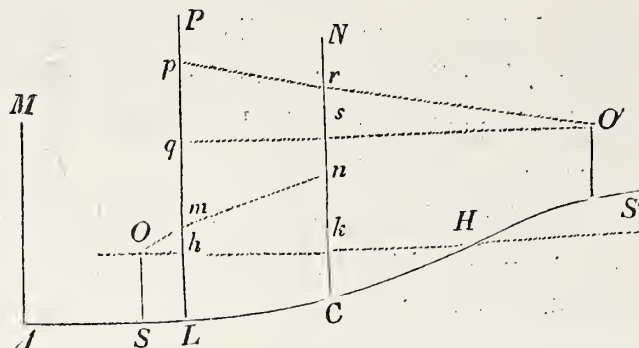
24. Io crederei più opportuno mettere la bolla molto dappresso al vero sito, e fatta la collimazione, ed acquetata la bolla, leggere la posizione del suo mezzo, ed a lato dell'altezza dello scopo che si mette in registro, inserirvi tal posizione. Con questi dati è facile cosa d'applicare la dovuta correzione. Infatti dicendo r il rapporto fra il numero dei secondi corrispondenti ad una particella ed R''; n il numero delle particelle di cui il mezzo pende verso lo scopo, ed a la distanza, avremo da togliere da A la quantità rna. Quindi se siasi apparecchiata una tabella contenente il valore di ar di dieci in dieci metri quella correzione può tosto applicarsi senza bisogno di verun calcolo. È inutile poi l'osservare che se il mezzo della bolla pende dalla banda dell'oculare, la correzione dovrà essere additiva. Per il che potrebbesi a dirittura fissare questa norma, di prendere positive le particelle della bolla dalla banda dell'oculare, e negative quelle che sono verso l'obbiettivo.

25. Quando un operatore si fosse abituato a questo processo, che certamente non è difficile, potrebbesi facilitare di molto la collimazione. La persona che muove lo scopo deve innalzarlo od abbassarlo a seconda del cenno convenuto, ma non così presto arriva a collocarlo nel giusto sito. Mettiamo che lo scopo sia dappresso, alla distanza di qualche millimetro, e che l'operatore muova di quel tanto il cannocchiale da imbroccare giustamente nella linea fondamentale dello scopo; dopo aver fatto che la persona fermi lo scopo scorrevole all'asta, eseguita la collimazione si noterà il limite della bolla all'oculare ed all'obbiettivo, e con questi dati, come fu detto, si rileverà l'altezza, certamente con maggiore precisione del metodo usuale. Così si fa sempre più

chiara l'importanza di ben conoscere la graduazione della bolla, senza di che nè può aversi criterio del limite degli errori che si possono commettere, nè si possono usare questi metodi a mio credere utilissimi.

§. 6.° *Primo metodo per assicurarsi dell' esattezza della livellazione.*

26. Sia collocato il livello fra i due scopi, e sul suolo, al piede della verticale passante pel centro dell' obbiettivo rivolto al conseguente, si metta un cavicchio; poi posandovi sopra l'asta si prenda esattamente l'altezza del centro dell' obbiettivo. Trasportato il livello nella nuova stazione si batta l'asta che ha misurato l'altezza del centro dell' obbiettivo, poi l'antecedente come lo si fa nel consueto andamento. Dicasi L la distanza del punto ora collimato da quello che corrispondeva al centro dell' obbiettivo, sia D la differenza delle altezze lette sull' asta del conseguente della precedente stazione; dal confronto di L con D potremo ricavare un certo criterio dell' esattezza della lettura e della rettifica del cannocchiale.

27. Sia l' asse ottico del cannocchiale elevato dalla parte dell'obbiettivo di un angolo λ; sia e l'elevazione del centro O' dello strumento nella seconda stazione sul centro O della prima, riguardo all' orizzontale OH condotta per questo punto.

Sia AM l'asta antecedente riguardo alla stazione S; sia LP l'asta al livello, CN l'asta conseguente. Diciamo l la lunghezza Om del cannocchiale dal centro all' obbiettivo. La distanza fra LP ed NC sia d; quella fra $O'S'$ e CN sia d'; la distanza fra $O'S'$ ed LP sia d''. Diciamo $\delta, \delta', \delta''$ gli angoli compresi fra le analoghe ver-

ticali. Sarà $mp = L$, $nr = D$ distanze che si ricavano direttamente dalle collimazioni.

Ora è $mh = l\, sen\, \lambda$; $nk = (d + l \cos \lambda)\, tg\, \lambda$; $pq = d''\, tg\, (\lambda + \delta'')$; $rs = d'\, tg\, (\lambda + \delta')$.

Quindi $mp = L = ph - mh = pq + qh - mh = d''\, tg (\lambda + \delta'') + e - l\, sen\, \lambda$, $nr = D = rk - nk = rs + sk - nk = d'\, tg\, (\lambda + \delta') + e - (d + l \cos \lambda)\, tg\, \lambda$.

28. Considerando che l è molto picciolo in confronto delle distanze degli scopi, e che ordinariamente, con lieve differenza, può prendersi $d'' = d + d'$, $\delta'' = \delta + \delta'$ ricaveremo le due seguenti equazioni assai semplici,

$$L = (d + d')\, tg\, (\lambda + \delta + \delta') + e$$

$$D = d'\, tg\, (\lambda + \delta') - d\, tg\, \lambda + e.$$

Ma per la picciolezza di λ, δ, δ' potremo anche scrivere

$$L = (d + d') \frac{\lambda + \delta + \delta'}{R''} + e,$$

$$D = (d' - d) \frac{\lambda}{R''} + d' \frac{\delta'}{R''} + e.$$

Ricavando da queste equazioni i valori di λ e di e avremo

$$\lambda = \frac{L - D}{2\, d} R'' + \frac{\delta}{2} \quad , \quad (1)$$

$$e = \frac{d\, (L + D) - d'\, (L - D)}{2\, d} + \frac{d'\, (\delta' - \delta) + d\, \delta}{2\, R''} \quad , \quad (2).$$

29. Dalla prima equazione si ricava che sull' errore del cannocchiale influisce per metà l' angolo formato dalle verticali LP, NC; e che sull' elevazione del centro O' dalla orizzontale OH influisce nel calcolo l' angolo delle verticali LP, NC e quello pure delle verticali $O'S'$, NC. Del resto siccome ad ogni 31 metro vi corrisponde un secondo, si scorge che anche alla distanza di 200 metri il termine $\frac{\delta}{2}$ è trascurabile. Così può ommettersi la seconda parte nel valore di e. Con questo avremo le due equazioni

$$\lambda = \frac{L - D}{2d} R'', \quad e = \frac{d(L + D) - d'(L - D)}{2d}.$$

30. Perchè sia $\lambda = 0$ è necessario che sia $L = D$; nel qual caso si ha $e = L$ come si scorge tosto dover essere. Il criterio somministrato dall' eguaglianza di L e D oltre a che assicura la rettifica del cannocchiale, assicura ancora dell' esattezza delle misure prese, difficilissimo essendo che gli errori commessi nelle letture abbiano a correggersi esattamente colla deviazione del cannocchiale.

31. Scrivendo pertanto o nel foglio del registro ordinario o separatamente le due coppie di numeri da cui cavansi L e D, colla sottrazione si avranno que' resultati che debbono eguagliarsi. Una volta che queste differenze sieno uguali può l' Ingegnere procedere innanzi con tutta la sicurezza, e giunto alla fine del lavoro potrà ommettere la rinnovazione della fatica. Quando si considera che questo criterio sicurissimo non costa che una sola battuta di scopo, io credo che da ogni pratico vorrà adottarsi e che in breve si confermerà la sua utilità.

32. Poniamo adesso che essendo L differente da D si calcolino λ, ed e. Non per questo potremo tosto conchiudere che λ misuri la deviazione del cannocchiale, essendo possibile che la disuguaglianza fra L e D dipenda da qualche errore commesso nelle collimazioni o nel rilevare le altezze. Per accertarsi che λ sia errore di rettifica si tornerà a battere dalla stazione S' l'asta AM rimettendola sul cavicchio che corrispose all' antecedente nella stazione S. Sia A' l' altezza letta, ed a la distanza da AM ad O, α poi l' angolo compreso fra le verticali AM ed OS. Ciò posto è chiaro che $A' - A = e + (a + d')\, tg\, (\lambda + \alpha + \delta')$

$$\text{ovvero} \quad A' - A = e + (a + d') \frac{\lambda}{R''} + (a + d') \frac{\alpha + \delta'}{R''}.$$

Di qua ricaveremo $\lambda = \frac{A' - A - e}{a + d'} R'' - (\alpha + \delta')$. Se questo valore combinerà coll' altro saremo sicuri che tale sarà l' errore del cannocchiale, e che del resto non vi saranno altre fallacie. Che se questo valore sia sensibilmente

diverso dall'altro, sarà indizio sicuro che furono commessi altri errori. In tal caso conviene ribattere quell'altezza tornando col cannocchiale in S.

33. Potrebbe anche supporsi che il cannocchiale sia andato fuor di rettifica nel passaggio dalla stazione S all'altra S', nel qual caso l'ultima equazione deve dare per λ un valore diverso da quello che prima si ottenne. Questa diversità obbligandoci a rimettere il livello in S ne mostrerà la vera sorgente dell'errore, mentre troveremo, ben operando, il valore reale della deviazione del cannocchiale.

34. Una volta che siasi riscontrato l'errore di rettifica, correggendolo tosto col metodo già indicato, senza inutili tentativi stando in S', avremo un riscontro dell'applicata correzione. Infatti la linea di collimazione dovrà abbassarsi della quantità $pq = \frac{(d + d')\ (\lambda + \delta + \delta')}{R''}$. Così calcolato il vero punto a cui deve ridursi la collimazione vedremo se lo strumento è ridotto a battervi giustamente. A determinare questo abbassamento potrebbesi anche confrontare la nuova collimazione colla precedente sullo scopo in C, che dovrà quivi essere uguale ad $rs = d'.\frac{\lambda + \delta'}{R''}$, ma sarà sempre meglio di riscontrarlo sull'asta più remota LP. Se alcuno osservasse che calcolato il punto a cui deve collimare il cannocchiale dopo la rettifica o sopra LP ovvero sopra CN, obbligando lo strumento a farlo si ottiene la correzione, come pel consueto si opera, senza bisogno di calcolare il numero delle particelle di cui conviene spostare la bolla, io lo richiamerei a fare il confronto dei due metodi per poi decidere quanto quello che ho proposto sia più comodo ed esatto dell'ordinario.

35. Le formule stabilite come si è detto, chiaramente suppongono che si riporti il centro O' dello strumento sull'orizzontale passante per O, quindi vi sarà differenza tra l'elevazione di O' così calcolata, e la differenza di livello dei due centri, differenza che dipende dalla riduzione di sfericità. Appunto per aver riportato il centro O' e la linea di collimazione a CN, ed LP all'orizzontale OH, abbiamo dovuto applicare alla quantità λ l'inclinazione dell'orizzontale passante per O' all'altra

OH, inclinazione che uguaglia quella delle verticali che si confrontano. Ora la differenza di livello fra O ed O' sarà espressa da $e + k(d + d')^2$ essendo k come fu detto uguale a 0,00000007854. Tale sarà l'elevazione di livello del punto O' sopra O. Se mai avvenisse che e rappresentasse una depressione di O' sotto l'orizzontale OH la depressione di livello di O' sotto O sarebbe $e - k(d + d')^2$.

36. Misurata che siasi l'altezza del livello in O' avremo la posizione del punto del suolo su cui insiste lo scopo riguardo ad S. La posizione del punto ora nominato può anche aversi riguardo a C, e siccome quella di C si riporta ad S avremo quella determinazione per due maniere. Il confronto de' due risultati può essere nuovo mezzo di riscontro. Siccome per altro tutto si appoggia alla riduzione di sfericità che opera lentamente sulle distanze, non sarà da farvi gran conto sopra, ed il criterio della esattezza delle operazioni si desumerà dall'accordo fra le due quantità L e D.

§. 7. *Secondo metodo di riscontro della livellazione.*

37. Volendo noi che dalla nuova stazione si batta lo scopo corrispondente al livello nell'anteriore stazione, può occorrere per la tortuosità della via che si livella, d'essere impediti in quella collimazione. In questo caso è opportuno il seguente metodo. A qualche distanza dal conseguente dispongasi un cavicchio nel terreno sopra cui messa un'asta si collimi dal livello nelle due stazioni. Egli è chiaro che quella differenza di altezza che si rileva sull'asta nell'ordinario andamento di livellazione, deve essere uguale all'altra che si osserva su quest'asta ausiliaria. Se lo scopo nell'andamento di livellazione è ad uguali distanze dal livello nelle due stazioni, si procurerà che l'ausiliario sia ad ineguali distanze per far sì che nelle collimazioni si rilevi l'errore di rettifica del cannocchiale quando vi fosse.

38. A meglio discutere questo metodo diciamo C l'altezza del conseguente ed A quella dell'antecedente nella novella stazione. Siano le distanze c ed a, gli angoli delle verticali γ, α. Sia C', l'altezza letta sull'asta ausiliaria dalla prima stazione; A' quella che corrisponde alla seconda,

e c', a' le distanze; γ', α' gli angoli delle verticali. Riportiamo tutto alla orizzontale passante pel centro dello strumento nella prima stazione, rispetto alla quale orizzontale diremo e l'elevazione del centro dello strumento nella seconda. Diciamo D la differenza delle altezze che si rilevano sull'asta ordinaria, D' la differenza delle altezze corrispondenti all'asta ausiliaria. Per ultimo indichiamo con λ l'errore di rettifica nel cannocchiale, supponendo che alzi dalla banda dell'obbiettivo.

Avremo $D = e + a\, tg(\lambda + \alpha) - c\, tg\,\lambda$, $D' = a'\, tg(\lambda + \alpha') - c'\, tg\,\lambda + e$

ovvero $D = e + (a - c)\frac{\lambda}{R''} + a\frac{\alpha}{R''}$, $D' = e + (a' - c')\frac{\lambda}{R''} + \frac{\alpha' a}{R''}$.

Lasciando anche i termini contenenti α, α', che qui sono sempre piccolissimi, avremo più semplicemente;

$$D = e + (a - c)\frac{\lambda}{R''}, \quad D' = e + (a' - c')\frac{\lambda}{R''}.$$

Di qua troveremo i seguenti valori per le incognite e, λ.

$$\lambda = R''\frac{D' - D}{a' - a - (c' - c)}, \quad e = \frac{(a' - c')D - (a - c)D'}{a' - a - (c' - c)}.$$

39. Dicendo d la distanza fra il livello nelle due stazioni, avremo sensibilmente $a + c = d$, $a' + c' = d$ cioè $a' - a + c' - c = o$, ed alle formule precedenti potremo dare l'aspetto che segue,

$$\lambda = R''\frac{D - D'}{2(c' - c)}, \quad e = \frac{d(D' - D) + 2(c'D - cD')}{2(c' - c)}.$$

Vedesi pertanto come a rilevare la quantità λ occorra una certa differenza di distanza delle due aste, senza di che quella quantità riescirà malamente determinata.

40. Ottenuto il valore di λ non convien tosto conchiudere che quella sia la sorgente unica della differenza fra D e D', mentre potremmo aver errato nella misura delle altezze. A confermare l'errore di rettifica qui non vi è altro mezzo se non di smuovere e poi rimettere il livello, poichè

stante la circostanza della linea ammessa da principio nella spiegazione di questo metodo, non si può battere l' antecedente della stazione anteriore.

41. Dalle stesse formule che danno i valori di λ ed e si manifesta la poca opportunità di questo metodo in confronto dell' altro, per cui non sarà da usarsi se non nei casi ne' quali non sia concesso di applicare il primo descritto. Aggiungasi che in questo secondo abbisognano due battute di livello anzichè una, laonde addomanderà più tempo.

§. 8. *Regole pratiche di livellazione.*

42. Volendo che questo scritto sia di qualche utilità nella pratica, credesi conveniente di mettere qui in fine le regole pratiche, ricavate dalle precedenti discussioni, per facile norma di chi fosse disposto a far uso di quanto fu detto. Così quei pratici che non avessero voglia di riandare l' esposte cose, possono senz' altro consultare quello che segue, ed aver una sicura e facile guida nelle operazioni di campagna. Dopo ogni regola scritta in linguaggio ordinario è posto un esempio, e poi la regola medesima esposta con algebrico algoritmo ed il suo esempio. Potrà sembrare a taluno questo andamento una inutile ripetizione ed una fastidiosa lungaggine; ma se si considera che tanto e tanto si stampa per pure disquisizioni teoriche, le quali, sebben degnissime di lode, rimangono poi sterili nei libri, e che poco si fa per utilizzare le verità, per metterle in corrente, si approverà almeno la buona intenzione.

43. *Determinare la posizione del centro della bolla.*

Si suppone, come dovrebbe esser sempre, che dal mezzo della custodia le divisioni scolpite sul vetro medesimo, o sopra apposita scala, procedano verso l' oculare e l' obbiettivo, e che non vi sia uno spazio senza divisioni.

Allora, a bolla tranquilla, leggasi la divisione alla quale corrisponde il suo estremo verso l'oculare, e quella che risponde all'altro estremo verso l'obbiettivo. La somma di quelle particelle dà la lunghezza della bolla. Levata la metà di questa lunghezza dalla divisione maggiore si avrà la posizione del centro, e sarà da quella parte cui corrisponde la parte più grande della bolla.

Se mai la bolla è tutta da una parte il confronto delle divisioni corrispondenti agli estremi porge la lunghezza, e la metà di questa lunghezza aggiunta alla minore divisione porge la posizione del centro.

44. Esempio. La bolla coll' estremo oculare arriva alla divisione 7,4; coll' estremo obbiettivo segna 12,3.
La lunghezza della bolla sarà di 19,7 particelle. Essendo la metà 9,8, perchè si lasciano i centesimi, tolto tal numero da 12,3 avremo 2,5 per la posizione del centro della bolla verso l' obbiettivo.

45. Esempio. L'estremo verso l'oculare segna sulla divisione che è dalla banda dell' obbiettivo 5,6; l' estremo verso l' obbiettivo segna 17,8; la lunghezza della bolla è 12,2. Essendone la metà 6,1, aggiunto tal numero a 5,6 avremo 11,7 per la posizione del centro verso l' obbiettivo.

46. Per usare del linguaggio algebrico prenderemo positive le parti verso l' oculare, negative quelle che si dirigono all' obbiettivo.
Diremo p la divisione cui corrisponde l' estremo oculare della bolla.
r quella che corrisponde all' estremo obbiettivo,
c la divisione corrispondente al centro,
l la lunghezza della bolla.

Sarà
$$l = p - r$$
$$c = \frac{r + p}{2}$$

47. Nel primo esempio si ha $p = +7,4$; $r = -12,3$
quindi $l = 19,7$; $c = -2,5$, ed il segno meno indica la posizione verso l' oculare.
Nel secondo esempio si ha $p = -5,6$; $r = -17,8$;
quindi $l = 12,2$; $c = -11,7$.

E se fosse l'estremo oculare sulla divisione da quella banda in 19,7, e l' estremo obbiettivo dalla medesima banda dell'oculare in 3,5, avrebbesi
$$p = +19,7 \quad ; \quad r = +3,5$$
e quindi $l = 16,2$; $c = +11,6$ ed il segno *più* esprimerebbe che il centro è nella divisione dalla parte dell' oculare.

48. *Determinare il movimento del centro della bolla fra due sue posizioni.*

Confrontando le due divisioni alle quali corrisponde il centro, o colla somma se sta in banda opposta, o colla differenza se trovasi sempre dalla medesima banda, si avranno le particelle del movimento. Ad ogni posizione della bolla torna vantaggioso di calcolare la lunghezza della bolla, perchè nella coincidenza dei due numeri si ha un criterio delle letture ben fatte.

49. Esempio. In una prima lettura l'estremo oculare era in 27,4 dalla sua banda, l' estremo obbiettivo in 3,6 pure dalla stessa banda. Nella seconda posizione della bolla l' estremo oculare segnava 1,2 dalla parte dell' obbiettivo, e l' altro estremo 25,2 .
La lunghezza della bolla era nel primo caso 23,8 , nella seconda posizione 24,0 , numeri che possono aversi per coincidenti.
Nel primo caso il centro della bolla stava in 15,5 sulla divisione verso l'oculare, nel secondo caso il centro della bolla stava in 13,2 dalla parte dell'obbiettivo. Quindi il movimento del centro fu di 28,7 verso l'obbiettivo.

50. Usando del calcolo algebrico metteremo p', r', c', l', le quantità analoghe a quelle del numero 46 per la seconda posizione della bolla, e di più m il movimento del centro.
Avremo, $l = p - r \quad l' = p' - r' \quad m = c' - c$ e dovrà essere $l' = l$.

$$c = \frac{r + p}{2}, \quad c' = \frac{r' + p'}{2}$$

Nell' addotto esempio abbiamo,

$$p = +27,4 \qquad p' = -\ 1,2$$
$$r = +\ 3,6 \qquad r' = -25,2$$

quindi $l = 23,8 \quad l' = 24,0$ onde è sensibilmente $l = l'$.
$c = +15,5 \quad c' = -13,2 \quad m = 2,7$.

51. *Graduazione della bolla ossia determinazione del movimento angolare del suo asse corrispondente allo spostamento di una particella.*

Messo il livello a qualche distanza dalla biffa si collimi a questa prima colla bolla disposta verso l' oculare, poi, alzando leggermente il cannocchiale, si collimi colla bolla avanzata verso l' obbiettivo.

Si misuri la distanza orizzontale della biffa dal centro del cannocchiale, leggansi esattamente le due altezze sulla biffa nelle due collimazioni, leggansi le posizioni degli estremi della bolla, che daranno il movimento del suo centro.

Il numero ricercato di secondi corrispondenti ad una particella, si ha moltiplicando il rapporto della differenza delle due altezze lette alla distanza della biffa dal livello, pel rapporto del costante 206265 al numero delle particelle percorse dal centro della bolla.

52. Esempio. La distanza della biffa dal livello sia di 80 metri; le due altezze lette $1^m,423$; $1^m,567$; il movimento del centro 27,5 particelle. La differenza delle due altezze è $0^m,144$ che divisa per 80 dà 0,0036. il rapporto di 206265 a 27,5 è 7500,7. Il prodotto di questi due numeri è circa 27; che vuol dire ad ogni particella corrispondono $27''$. Vedremo in seguito come una tal bolla sia poco sensibile.

53. Venendo alle formole algebriche sia

h l'altezza letta sulla biffa nella prima collimazione, in metri;

h' l'altezza letta nella seconda collimazione;

d la distanza orizzontale della biffa dal centro del cannocchiale, espressa per metri;

n il numero delle parti trascorse del centro;

i il numero di secondi corrispondenti ad una particella;

$R''=206265$

Sarà $$i=\frac{h'-h}{d}\cdot\frac{R''}{n}.$$

54. Esempio. $h=1^m,328$; $d=180$;
$h'=1,537$; $n=29$.

Si trova $i=8'',3$ che indica una bolla molto sensibile.

55. È chiaro che non dovremo stare ad una semplice determinazione, ma fatta più volte questa operazione, e trovati risultati abbastanza prossimi, ne prenderemo il medio. Tal medio poi che caratterizza la sensibilità della bolla, sarà bene di farlo incidere o sul vetro od in qualche parte dello strumento.

56. Quello che ora si è fatto per una grande escursione della bolla si potrà eseguire per piccole escursioni di tre a quattro particelle dalla banda dell' oculare verso l' obbiettivo. Allora vedremo se la bolla sia di uniforme curvatura, che se mancasse questa condizione la bolla sarebbe imperfetta. Siccome poi la bolla forma la parte essenziale di un livello, così lo strumento, per quanto fosse lodevole nelle altre sue parti, sarebbe sempre cattivissimo. Così p. e. se verso l' oculare le tre prime particelle dessero per misura 15″ per una, le tre seguenti 26″, le altre tre 22″ per una, lo strumento sarebbe imperfetto.

Avvertasi per altro che nelle collimazioni relative a questo esame siccome il movimento del centro si fa piccolo, la biffa non deve essere molto lontana dal livello; potrà bastare una distanza di 30 a 40 metri: badando bene che l' oculare del cannocchiale sia a posto per la chiara visione, e che non vi sia parallasse dei fili.

57. Per questo esame della graduazione della bolla, e della sua uniformità non è necessario che il cannocchiale sia in rettifica; basta che la bolla vi sia fermamente congiunta.

58. *Influenza dello spostamento di una particella della bolla sull' altezza che si legge alla biffa.*

Dividasi il numero di secondi corrispondenti ad una particella pel costante 206, si moltiplichi il quoto per la distanza in metri, e si avrà l' errore della biffa in millimetri.

59. Esempio. Sia una bolla della sensibilità di 23″ per particella, e supposto uno spostamento di tanto, cerchisi alla distanza di 120 metri l'errore in altezza. Il 23 diviso per 206 dà 0,1116. Moltiplicando questo numero per 120 ricaveremo millimetri 13,4 circa, cioè un centimetro ed un terzo.

60. Per usare del linguaggio algebrico sia

i il numero di secondi corrispondenti ad una particella,

d la distanza della biffa in metri,

h l' errore di altezza sulla biffa in millimetri,

$R'' = 206265$.

Si ha esattamente $h = 1000\, d \frac{i}{R''}$,

cioè $h = d \frac{i}{206{,}265}$ e con bastante approssimazione $h = d \frac{i}{206}$.

61. Esempio. Sia $i = 36''$; $d = 130$ avremo $h = 22{,}7$ millimetri, cioè due centimetri ed un quarto circa.

62. Per questa stima dell' errore si può anche mettere il 200 in luogo del 206 donde ricavasi la seguente regola semplicissima: a duecento metri l' errore di altezza sulla biffa corrispondente allo spostamento di una particella è di tanti millimetri, quanti secondi misurano le sensibilità della bolla. Per distanze maggiori o minori è chiaro che si prenderà una quantità proporzionata alla distanza.

63. Da cio può argomentarsi quanto importi aver una bolla di qualche sensibilità e di curvatura abbastanza uniforme, stantechè nella rettifica del cannocchiale o nella collimazione è difficile che non isfugga una mezza particella ed anche una intera, per cui se la bolla è lenta di $24''$ a $30''$ o più, ben presto si erra del centimetro nelle altezze alla biffa.

64. *Misura delle distanze col soccorso della bolla.*

Per avere la distanza, eseguite le medesime operazioni che si fanno nella graduazione della bolla (51) si moltiplicherà il rapporto del numero 206265 a quello dei secondi per particella, pel rapporto della differenza delle altezze lette sulla biffa nelle due collimazioni, al numero delle particelle percorse dal centro.

65. Esempio. Con una bolla che segna per particella $19''$, e cón una escursione di 25 particelle, si rilevò sulla biffa nelle due collimazioni le differenze di altezza di $0^{m},172$; si cerca la distanza della biffa dal livello. Il 206265 diviso per 19 dà 10856; il numero $0^{m},172$ diviso per 25 dà 0,00689. Il prodotto di questi due quozienti porge $74^{m},5$ circa di distanza.

66. Avvertasi che questa determinazione della distanza non può essere che grossolana, ma in molti casi può bastare.

67. Stando al linguaggio algebrico, ritenute le medesime posizioni del numero 83 avremo:

$$d = \frac{h' - h}{n} \cdot \frac{R''}{i},$$

formula che corrisponde alla regola sovraesposta in linguaggio ordinario. Sia $h=1^m,625$; $h'=1^m,778$; $n=32$; $i=13''$; ricaveremo $d=76^m,9$. L' errore di mezza particella nella lettura della bolla cagionerebbe più di un metro d' errore nella distanza. L' errore di un millimetro solo nella lettura dell' altezze o movimento dello scopo, porterebbe mezzo metro sulla distanza. Con questo può vedersi che tale determinazione della distanza è sempre grossolana. Pure, siccome semplice, potrebbe usarsi per riconoscere se nella misura delle distanze colla catena siasi commesso qualche grosso errore.

68. Il numero $\frac{R''}{i}$ è costante per un medesimo livello, sicchè determinato una volta esattamente, valerà fino a che si cangi la bolla. Anche questo numero potrebbesi tener scritto per adoperarlo quando occorre senza rifar ogni volta quella divisione.

69. Potrebbesi anche apparecchiare una tabella che dasse le distanze corrispondenti alle escursioni della bolla dalle 18 alle 30 particelle di mezza in mezza ed alle differenze di millimetro in milimetro. Qui a modo di esempio mettiamo una breve tabella per le escursioni del centro dal 23 al 25 e pei movimenti dello scopo dai 130 millimetri ai 140 supponendo che il livello dia per particelle 22''.

Tavola per le distanze della biffa dal livello.

Escursione della bolla	Movimento dello scopo espresso in millimetri										
	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
Parti											
23,0	53	53	54	54	55	55	55	56	56	57	57
23,5	52	52	53	53	53	54	54	55	55	56	56
24,0	51	51	52	52	52	53	53	53	54	54	55
24,5	50	50	51	51	51	52	52	52	53	53	54
25,0	49	49	50	50	50	51	51	51	52	52	53

70. Esempio. Per una escursione di 24 parti, e per un movimento nello scopo di $0^m,136$; ossia di 136 millimetri, determinare la distanza.

Procedendo nella linea orizzontale cui corrisponde nella prima colonna il 24,0 sino a quella sopra la quale è scritto il 136, si troverà registrato il numero 53, e tanta sarà la ricercata distanza in metri.

71. *Misura delle distanze col movimento ripetuto della bolla.*

Per adoperare questo modo è necessario che la bolla abbia una vite con cui si possa smuovere senza turbare dalla sua posizione il cannocchiale. Questa vite a passo minuto potrebbe collocarsi dove d'ordinario è il congegno di rettifica. Allora dopo aver collimato colla bolla dalla banda dell'obbiettivo e col movimento del cannocchiale averla portata verso l'obbiettivo e tenuto conto delle particelle di escursione del centro, colla vite propria della bolla, senza toccare il cannocchiale, la si trasporterà verso l'oculare. Ciò fatto si muoverà il cannocchiale alzandolo verso l'obbiettivo, con che la bolla procederà di nuovo da quella parte e si terrà conto delle particelle trascorse dal centro. Quando siasi fatto questo per più volte, e perciò alzato sensibilmente il cannocchiale, si collimerà di nuovo. Si sommerà il numero delle particelle trascorse dal centro, nelle varie volte che si è prodotto il movimento della bolla coll'alzamento del cannocchiale, e si farà il medesimo calcolo indicato al numero 64; o si userà della formula del 67, adoperando per n la somma ora indicata.

72. Esempio. Nei quattro successivi alzamenti del cannocchiale la bolla ha percorso 20; 26,5; 24,3; 22 particelle. La differenza delle altezze lette nelle due collimazioni fu di $0^m,574$. La bolla segna per particella $17''$. Quant'è la distanza della biffa dal livello?

Usando della regola esposta in linguaggio ordinario al numero 64, ovvero mettendo nella formula del 67, $h'-h=0^m,574$; $i=17$; $n=92,8$ troveremo la distanza di $75^m,05$.

73. Quando un livello abbia quella maniera di congegno, che è in fine l'ordinario di rettifica con maggior movimento, si potrà esaminare con molta precisione la curvatura della bolla nella estensione della scala. Ognuno poi vedrà che in un laboratorio è cosa facile di aver un cannocchiale con tale custodia che si presti a ritenere una bolla da esaminarsi col progresso indicato.

Si fa poi manifesto che per livellare converrà colla vite rimettere la bolla a posto, acciocchè il cannocchiale torni in rettifica.

74. *Metodo di livellazione senza mettere la bolla nel mezzo.*

Quando il filo è presso allo scopo, così che per piccolo movimento, il quale non porti la bolla fuori della scala di divisione, si possa portare il filo in coincidenza, facciasi fermare lo scopo sulla biffa. Fatta la collimazione, intanto che viene letta e riveduta l'altezza, la bolla si riposerà. Riposata la bolla, leggasi la posizione de' suoi estremi, e si trovi la posizione del centro.

La correzione espressa in millimetri, da applicarsi all' altezza letta, si avrà colla seguente regola.

Si moltiplichi il numero delle particelle di cui è spostato il centro per la distanza, e pel rapporto dei secondi corrispondenti ad una particella al numero costante 206. Se il centro pende verso l' oculare la correzione sarà addittiva, se il centro è verso l' obbiettivo la correzione sarà sottrattiva.

75. Esempio. La bolla segna per particella 13″; la distanza della biffa dal livello è di 140 metri; il centro pende verso l' obbiettivo di 3,2 particelle. Si troverà la correzione di millimetri 28 e si leverà dalla distanza letta sulla biffa.

76. Volendo ricorrere a formula algebrica, diremo p la divisione cui corrisponde l'estremo oculare, r quella cui corrisponde l' estremo obbiettivo; d la distanza in metri della biffa dal livello; i il numero dei secondi per particella; e la correzione che applicasi all' altezza in millimetri. Avremo

$$e = \frac{di(p+r)}{512}.$$

Questa formula darà anche il segno con cui va applicata la correzione, purchè la divisione verso l' obbiettivo si prenda negativa, e positiva l' altra che procede dalla banda dell' oculare.

77. Potrebbesi anche usare della formula più semplice

$$e = \frac{2di(p+r)}{1000},$$

perchè l' errore proveniente dal mutato denominatore è trascurabile.

78. Esempio. La distanza della biffa è di 120 metri; il livello segna per particella 21 secondi; l' estremo oculare stava in 4,2 dalla banda dell' obbiettivo, l'estremo obbiettivo stava in 17,4 dalla medesima banda come è manifesto dover essere: cercasi la correzione.

Avremo $d = 120$; $i = 21$; $p = -4{,}2$; $r = -17{,}4$ e perciò $p + r = -21{,}6$. Quindi $2di(p+r) = -87696$ e la correzione $e = 87{,}696$ millimetri.

79. Del resto, per un determinato livello, si può benissimo approntare una tabellina che a colpo d' occhio somministri la ricercata correzione. Ne metteremo qui un esempio per bolla che segni ad ogni particella 18″.

Tavola per la correzione dell' altezza dello scopo, espressa in millimetri.

Spostamento del centro della bolla	DISTANZA DELLA BIFFA IN METRI						Osservazioni
	50	60	70	80	90	100	
Parti							
0,5	2,2	2,6	3,1	3,5	3,9	4,4	Se il centro pende verso l' obbiettivo la correzione è negativa, se verso l'oculare, positiva.
1,0	4,4	5,3	6,2	7,0	7,8	8,8	
1,5	6,5	7,9	9,2	10,6	11,7	13,2	
2,0	8,7	10,5	12,3	14,1	15,6	17,6	
2,5	10,9	13,1	15,4	17,6	19,6	22,0	
3,0	13,1	15,8	18,5	21,1	23,5	26,3	

80. Esempio. Alla distanza di 80 metri fatta la collimazione e rilevata l' altezza $1^m{,}348$ sulla biffa, il centro della bolla pendeva verso l' obbiettivo di una particella e mezzo, quale è la correzione dell' altezza?

Ricorrendo alla tabella e procedendo nella linea orizzontale segnata da 1,5 nella prima colonna, fino alla colonna sopra cui sta scritto il numero 80 troveremo 10,5. Ciò vuol dire che la correzione è di 10 millimetri, od 11 come si vuole; e siccome il centro pendeva verso l'obbiettivo, si leveranno i 10 millimetri dalla misura avuta nella collimazione, onde la vera altezza sarà $1^m{,}338$.

81. *Principale criterio per l' esattezza della livellazione.*

Fatta una stazione di livello e tolto il conseguente, si misuri l'altezza del centro dell' obbiettivo dal sommo di un cavicchio infisso nel suolo, con biffa che vi posi sopra. Dalla nuova stazione si collimi a questa biffa rimasta sul cavicchio, poi, al modo consueto, si rilevi l' antecedente.

Se il cannocchiale è in rettifica, e se siensi fatte giuste le collimazioni e lette le altezze con esattezza, la differenza delle altezze lette sulla biffa al luogo del livello deve essere uguale alla differenza fra l' antecedente e conseguente: ovvero le differenze di altezza, lette sulla medesima biffa e prese nel medesimo ordine, debbono essere uguali.

82. Esempio. Il conseguente fu di $1^m,943$; l' altezza del centro dell' obbiettivo dal cavicchio sottoposto $1^m,272$. L' altezza battuta sulla medesima biffa dalla novella stazione fu di $1^m,638$. L' antecedente della novella stazione fu di $2^m,311$.

La differenza fra le due altezze 1,638; 1,272, è di $0^m,366$; la differenza fra l' antecedente e conseguente è di 0,368; numeri che possono aversi per uguali. Quindi potrà ritenersi che il cannocchiale sia in rettifica e che le altezze sieno state prese esattamente.

83. Se le due differenze di altezza prese nell' ordine che fu detto non combinano, e ribattute risultano le medesime, sarà segno che il cannocchiale è fuori di rettifica. Per avere l' errore di rettifica in secondi si sottrerà la differenza fra l' antecedente ed il conseguente dalla differenza delle analoghe altezze prese sulla biffa al livello, si dividerà questa pel doppio della distanza del livello dal conseguente nella prima stazione, ed il quoto si moltiplicherà pel costante 206265. Se la differenza delle altezze lette sulla biffa al livello è maggiore della differenza fra l' antecedente e conseguente, il cannocchiale alzerà dalla banda dell' obbiettivo, viceversa alzerà il cannocchiale dalla banda dell'oculare. Finalmente, per avere l' errore in parti della bolla, si dividerà il trovato numero di secondi per quei tanti secondi corrispondenti ad ogni particella che misurano il grado di sensibilità del livello.

84. Esempio. Il conseguente sia di $1^m,827$ alla distanza di 120 metri, l' altezza del centro dell' obbiettivo dal cavicchio sia di $1^m,321$. L' al-

tezza battuta sulla medesima biffa dalla novella stazione sia di $1^m,752$. L' antecedente della novella stazione sia $2^m,282$. Riscontrare la livellazione.

La differenza delle altezze lette sulla biffa è $0^m,431$; la differenza fra l'antecedente e conseguente è $0,^m455$. Essendovi differenza sensibile si ribattono, e poniamo che nella nuova operazione risulti sensibilmente uguale. Ciò vuol dire esservi un errore di rettifica nel cannocchiale. E poichè il numero $0^m,455$ è maggiore di $0,431$ e la seconda altezza sulla biffa supera la prima, il cannocchiale alzerà dalla banda dell' oculare. Ora la differenza fra le due quantità $0^m,455$ e $0^m,431$ è $0^m,024$. Dividendo questo numero per 240 doppio della distanza, e moltiplicando il quoto per 206265 trovasi $20'',6$; circa $21''$ e tale sarà l' errore di rettifica.

Perciò se la bolla segna per particella $14''$, il centro della bolla penderà dalla banda dell' oculare di una particella e mezza. Con questa conoscenza si rettificherà il cannocchiale, muovendo il congegno di rettifica, di maniera che la bolla cammini per una particella e mezza verso l' obbiettivo.

85. Usando del linguaggio algebrico metteremo:

- h l' altezza del centro dell' obbiettivo sulla testa del cavicchio che porta la biffa,
- C il conseguente battuto nella prima stazione,
- h' l' altezza letta sulla biffa al livello, dalla nuova stazione,
- A il conseguente nella seconda stazione,
- d la distanza del livello dalla biffa nella prima stazione,
- i il numero de' secondi corrispondenti ad una particella della bolla.
- λ l' errore di rettifica del cannocchiale, positiva se alza dalla banda dell' obbiettivo, negativa se alza dalla banda dell' oculare,
- n l' errore di rettifica espresso in parti della bolla.

Perchè l' operazione sia ben fatta e perchè il cannocchiale sia in rettifica deve essere

$$h' - h = A - C .$$

Se questa equazione non è soddisfatta, e ribattute la altezze si trovino giuste, avremo

$$\lambda = \frac{h' - h - (A - C)}{2d} R'' ;$$

$$n = \frac{\lambda}{i} .$$

86. La formula prima può anche mettersi sotto il seguente aspetto

$$\lambda = \frac{h' + C - (h + A)}{2d} R'' ,$$

che suggerisce questa regola. Dalla seconda altezza letta sulla biffa al livello aumentata del conseguente, si tolga la prima altezza aumentata dell'antecedente. Questa differenza divisa pel doppio della distanza e moltiplicata pel numero 206265, darà l'errore di rettifica in secondi. Se la prima somma è maggiore dell'altra, il cannocchiale alzerà dalla banda dell'obbiettivo, se la prima somma è minore dalla seconda il cannocchiale alzerà dalla parte dell'oculare.

87. Esempio. Sia $h = 1^m,327$; $h' = 1^m,827$; $d = 150.$; $i = 18''$.
$C = 1,572$; $A = 2,145$

Abbiamo $h' - h = 0^m,500$; $A - C = 0^m,573$. Essendo questi numeri assai diversi, si ribatteranno le altezze. Supponendo che si trovino le medesime calcoleremo λ e si troverà $\lambda = -50'',2$ circa, locchè vuol dire che il cannocchiale è fuori di rettifica ed alza dalla banda dell'oculare. Dividendo $50'',2$ per $18''$ avremo $2,8$ circa; laonde il cannocchiale alzerà dalla parte dell'oculare di 2 parti ed otto decimi.

88. Questo metodo, allorchè l'andamento di livellazione lo comporta, è pregevolissimo tanto per l'agevolezza dell'esecuzione, come per la bontà del criterio che si riporta alla collimazione, alla altezza letta, alla rettifica del cannocchiale. Tengo per fermo che chi vorrà un poco abituarvisi ne farà poi uso continuo.

89. *Altro criterio per la livellazione.*

Battuto il conseguente, si porti la biffa sopra altro cavicchio un poco

discosto dal primo, e si prenda una novella altezza che diremo conseguente ausiliario. Dalla nuova stazione, preso l'ordinario antecedente, si posi la biffa sul cavicchio, che ha servito per il conseguente ausiliario, e si batta l'altezza che pur diremo antecedente ausiliario.

Se le collimazioni furono esatte, e giuste le letture, la differenza fra il conseguente e l'antecedente ordinario, deve combinare colla differenza fra il conseguente e l'antecedente ausiliario.

90. Esempio. Il conseguente ordinario fu di $1^{m},927$; l'ausiliario di $1^{m},567$. L'antecedente ordinario fu di $2^{m},142$; l'ausiliario di $1^{m},779$. La differenza fra le altezze ordinarie è di $0^{m},215$; quella fra le altezze ausiliarie di $0^{m},212$; che potendosi avere per coincidenti, fanno prova di esattezza nelle altezze prese.

91. Le altezze ausiliarie non debbono entrare nella livellazione, a meno che quei punti sui quali riposa la biffa non fossero di quelli che si hanno a collegare coll' andamento di livellazione.

92. Quando la biffa non sia molto discosta dalla posizione ordinaria, non si può aver criterio di rettifica di cannocchiale. E quando fosse anche di qualche decina di metri discosta, la determinazione dell' errore di rettifica, calcolato colla formula data a suo luogo, sarebbe sempre incerta. Quindi è che abbandonando la ricerca dell' esattezza di rettifica con questo metodo, metteremo l' asta poco discosta, e dal confronto che fu esposto, ci accontenteremo di avere una facile prova della giustezza nelle altezze battute.

Nota.

Riporto qui una regola per determinare l' errore di una quantità dipendente da altre, supponendo che nella loro misurazione siensi commessi errori picciolissimi. Servirà questa breve discussione a confermare quello che fu annunziato nel principio.

La quantità x dipenda da $y, z, u \dots$ per mezzo della equazione $x = \varphi\{y, z, u \dots\}$. Sostituendo ad $y, z, u \dots$ valori esatti, da quella formula

trarremo il giusto valore di x. Ma se ad y, z, u... si sostituiscano valori prossimi y', z', u'.... ne verrà fuori un valore x', che sarà giusto per y', z', u'... erroneo per y, z, u...; e siccome riputeremo che $y' z' u'$... sieno i veri, commetterassi un errore $x' - x$. Tale errore sarà espresso dall' equazione

$$x' - x = \varphi(y', z', u' ....) - \varphi(y, z, u ...) .$$

Mettiamo $x' - x = \delta x$, $y' - y = \delta y$, $z' - z = \delta z$, $u' - u = \delta u$ ... e supponiamo che tali differenze sieno picciolissime, onde nello sviluppo si possano ommettere i termini d' ordine superiore al primo, e si avrà

$$\delta x = \left(\frac{d\varphi}{dy}\right)\delta y + \left(\frac{d\varphi}{dz}\right)\delta z + \left(\frac{d\varphi}{du}\right)\delta u + \text{etc.};$$

I coefficienti di δy, δz, δu ... esprimeranno l' influenze degli errori commessi in y, z, u ... sulla determinazione di x.

Benchè non si conoscano $\delta y, \delta z, \delta u$..., altrimenti avrebbonsi i valori esatti dei quali sarebbe da usare, potremo conoscere il limite di loro grandezza, e così per la precedente equazione si avrà un dato sull' errore di x, cioè sui limiti entro i quali può essere ristretto.

Veramente nel calcolo di quei coefficienti, si dovrebbono mettere i valori giusti y, z, u... ma ciò non fa diversità sensibile, mentre nell'ipotesi assunta sulle picciolezze di $\delta y, \delta z, \delta u$... la differenza è di ordine trascurabile.

Gli errori $\delta y, \delta z, \delta u$ ... possono essere positivi e negativi, potendosi in una misurazione peccare in eccesso ed in difetto, per la qual cosa a stimare giustamente i limiti di δx, dovremo considerar la perniciosa influenza che dipende dalla grandezza e segno degli errori possibili.

Il δx rappresenta l' errore assoluto; potrebbesi invece domandare il rapporto dell' errore alla quantità stessa, per sapere se sia da temere un errore del mezzo per cento, dell' un per cento e via dicendo. Questo rapporto verrà dato dalla formula

$$\frac{\delta x}{x} = \frac{1}{x}\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)\delta y + \frac{1}{x}\left(\frac{d\varphi}{d2}\right)\delta z + \frac{1}{x}\left(\frac{d\varphi}{du}\right)\delta u + \text{etc.};$$

ovvero da $$\frac{dx}{x} = \frac{1}{\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)\delta y + \frac{1}{\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)\delta z + \frac{1}{\varphi}\left(\frac{d\varphi}{du}\right)\delta u + \text{ec.}$$

Sia p. e. l la distanza orizzontale di un dato punto del suolo da una torre, h l' altezza della torre, α l' angolo di elevazione della visuale condotta dal detto punto alla sommità; avremo

$$h = l\, tang.\, \alpha$$

Se l, α fossero determinate esattamente, col calcolo della precedente equazione ricaverebbesi l' altezza h. Ma siccome si commettono sempre errori vediamone l' influenza. Per la regola esposta avremo

$$\delta h = tang\, \alpha \,.\, \delta l + l\,\frac{\delta\alpha}{cos^2\alpha}\ .$$

Quindi se α è molto maggiore di 45° l' errore commesso sulla misurazione di l cresce riportato ad h. Così anche il termine secondo dipendente dall' angolo α può diventare forte coll' aumentarsi di tale quantità, ossia coll' assumersi piccola base.

Avremo ancora $\frac{\delta h}{h} = \frac{\delta l}{l} + \frac{2\delta\alpha}{sen\, 2\alpha}$, la quale equazione dà il rapporto dell'errore di h. Se $\delta\alpha$ è espresso in minuti dovremo porre

$$\frac{\delta h}{h} = \frac{dl}{l} + \frac{2\delta\alpha}{R'\, sen\, 2\alpha}$$

essendo $R' = 3438$, per cui sarà in fine

$$\frac{py}{h} = \frac{\delta l}{l} + \frac{\delta\,\alpha}{1719\, sen\, 2\alpha}\,.$$

Sia $\alpha = 60^\circ$, $\delta\alpha$ nel massimo limite possa ammettersi di $2'$, e $\frac{dl}{l} = \frac{1}{100}$ avremo $\frac{\delta h}{h} = \frac{1}{100} + \frac{1}{429}$, cioè l' errore derivante dell'angolo non arriverebbe alla quarta parte dell' errore commesso nella misurazione della base.

(*Letta l' 8 Agosto 1842.*)

DESCRIZIONE

DI UNA MACCHINA A DISCO PER LA DOPPIA ELETTRICITÀ, E DELLE ESPERIENZE ESEGUITE CON ESSA COMPARATIVAMENTE A QUELLE DELL'ELETTROMOTORE VOLTIANO

DEL

PROF. AB. FRANCESCO ZANTEDESCHI

Il signor Dujardin di Lilla, il 15 maggio 1843, sottoponeva al giudicio dell' Istituto di Francia una *macchina elettrica a disco* che mette simultaneamente in evidenza i due stati elettrici positivo e negativo; e quella insigne Accademia destinava a Commissarii i signori Babinet e Desprets (*Comptes rendus de l' Académie des sciences*, t. XVI, pag. 1083) perchè avessero a farne rapporto. Questo fatto mi ha incoraggito a presentare la macchina a disco a doppia elettricità, che io, mercè la munificenza sovrana che fornì i mezzi necessarii, feci costruire dal nostro macchinista sig. Francesco Cobres pel Gabinetto di Fisica dell' I. R. Liceo di Venezia. L' attenzione che fu cortesemente accordata in Francia alla macchina del Dujardin spero che non sarà negata alle esperienze istituite con quella costruita in Venezia, della quale ora presento il disegno (Tavola XI), e che sta esposta nell' I. R. Liceo alle vostre disamine ed investigazioni, mentre di quella di Francia non se ne conosce peranco la costruzione, nè il rapporto dei Commissarj (1).

I Fisici, sino dal secolo scorso, hanno rivolte le loro cure ed investigazioni alla costruzione di una macchina elettrica che avesse a comprovare la simultanea esistenza dei due stati opposti elettrici de' corpi; e nella storia della elettricità si ricorda quella di Nairne a cilindro *(Trans. philos.* 1773, *Description de la machine électrique)*; quella a disco, descritta da Van Marum; quella di Biot; quella rappresentata dal Belli; quella a più pezzi di cristallo immaginata dal nostro Maggiotto e perfezionata dal professore Dal Negro *(Description d' une très-grande machine électrique, placée dans le Muséum de Teyler à Haarlem, et des expériments faits par le moyen de cette machine par* Martinus Van Marum; Biot, *Traité de physique expérimentale et mathématique, T.* II, *chapitre* VII, *pag.* 327. *Paris* 1816; Belli, *Corso di Fisica sperimentale, Vol.* III, *Sez.* IV *della Elettricità, pag.* 41; *Lettera di* Francesco Maggiotto *al sig. Ab.* Giuseppe Toaldo, *P. P. di Astronomia in Padova* 1781; Dal Negro, *Nuovo metodo di costruire macchine elettriche di grandezza illimitata, e nuovi esperimenti diretti a rettificare l' apparato elettrico,* Venezia 1799; ma se si eccettua quella di Nairne, le macchine elettriche a doppia elettricità sono tutte piuttosto idonee a sperimentare separatamente sui due stati elettrici opposti, anzichè ad istituire ricerche sulla simultanea dinamica potenza della materia elettrica. Io non nego che alcune con qualche aggiunta, come quella rappresentata dal Belli, quella descritta dal Van-Marum, e quella immaginata dal Maggiotto, non potessero prestarsi alle investigazioni dei simultanei effetti della elettricità positiva e negativa, ma queste macchine sarebbero sempre di troppo complicate, come è quella indicata dal Belli, in cui vi sono nove isolanti; o di troppo dispendiose, come la stragrande di Van Marum con undici isolanti; la grandiosa del Maggiotto con otto; io non parlo di quella di Biot, che per sua naturale costruzione è destinata alle successive ricerche della elettricità vitrea e resinosa; nè la macchina elettrica di Nairne pare possa sostenere corrente abbastanza copiosa da ottenerne quegli effetti che addimanda la scienza; essa non ha che un solo cuscinetto, e tuttavia abbisogna di sette isolanti. Lo stesso Volta, che già possedeva questa macchina a cilindro del fisico inglese, per verificare la sua sentenza che colla semplice corrente prodotta dal giuoco

d'una buona macchina comune si sarebbe fatta l'analisi dell'acqua, fece ricorso al D.r Van Marum, perchè ne facesse la prova colla sua grande macchina del gabinetto di Teyler, e gli elettricisti ricordano nei loro Trattati che la cosa si è verificata in Inghilterra, e che è riuscito a taluni di quei fisici di svolgere dall' acqua delle bolle d'idrogeno e di ossigeno promosso dalla semplice corrente elettrica di una macchina ordinaria; la quale resa continua, col giuoco sostenuto di essa macchina veniva obbligata ad attraversare un piccolo strato di acqua sortendo od entrando per una sottilissima punta metallica, al fine di concentrarvi tutta la forza. *(Collezione delle Opere di Volta, T.* II, *P.* II, pag. 226.) Prima di quest' epoca l' analisi dell' acqua colla elettricità non si era ottenuta che dai chimici olandesi con lunghe e faticose sperienze a mezzo di replicate scariche della bottiglia di Leyda, e ripetuta da Sylvestre e dall' Ab. Chappe per convincerne gl' increduli. *(Journal de phys. Novemb.* 1789, pag. 369; *de Nicholson, n.* VI, VII e VIII, 1797; *Lettre de M. Sylvestre et M. l' Ab. Chappe, à M. de Fourcroy ; Annales de Chimie, T.* VI, *pag.* 121, *an.* 1790; Dal Negro, *Nuovo metodo di costruire macchine elettriche* ec. *p.* XIV e XV.) Ma colla macchina di Nairne a doppia elettricità, io non so, ad eccezione delle attrazioni e delle ripulsioni, che siensi fatte applicazioni alla chimica. È in questa parte un vuoto che io ritrovo nei Trattati di fisica, come in quelli di Pouillet, di Despretz, di Lamé, di Pianciani, di Scinà, di Barlocci, e di Gerbi; e che non venne riempiuto neppure colla ristampa che di alcuni di questi Trattati si fece nel 1843.

Sono molti anni che io vivamente desiderava che i fisici avessero a supplire a questo difetto, a vie maggiormente collegare gli effetti della elettricità di attrito colla Voltiana; collegamento che è della più grande importanza, sia che si risguardi dal lato della teoria, sia che si consideri dal lato del pratico insegnamento; ma in mezzo alle grandi scoperte che richiamarono l' attenzione dei dotti d' Europa, questo scientifico perfezionamento venne trasandato.

Il P. Alessandro Beshinktash, profess. di fisica in questa Congregazione Armena di San Lazzaro, nel suo soggiorno in Londra, fece costruire una ricca collezione di bellissime macchine per un corso di fisica moderna; e se il

Gabinetto di questo I. R. Liceo e di altri del Regno sono forniti di alcuni de' più recenti apparati, ciò devesi alla cortesia di questo Padre e del R. Preposto al Collegio Armeno in Venezia Rafaele Trenz, che mi aprirono i loro Musei, e misero a mia disposizione l' intiera loro suppellettile di fisica. In questa ricca collezione avvi pure una macchina a disco per la doppia elettricità, dalla quale ho tratto partito per quella che feci costruire dal nostro macchinista sig. Francesco Cobres in dimensioni maggiori, modificandone gl' isolamenti e con aggiunta di alcuni apparati che si prestano a varie ricerche chimiche. Le modificazioni degl' isolamenti consistono nella natura del vetro e nella vernice. La macchina importata dal Padre Armeno ha gl' isolanti a vetro bianco e nudo, quella costruita in Venezia ha gl' isolanti a vetro verde e spalmato di buona vernice, per cui la dispersione riesce minore. Del resto, questa macchina, dalle comuni a quattro cuscinetti, differisce unicamente in questo, che gli stanti sono di due parti formati, le inferiori in legno comunicanti colla base o sostegno, e le superiori di coibenti o di vetro spalmato di vernice, per cui i due cuscinetti inferiori comunicano sempre col suolo, ed i superiori sono isolati. Questi portano un solo conduttore, che convenientemente incurvato può chiudere il circolo col bevitore, il quale sostenuto da un isolante orizzontale raccoglie l' elettricità sviluppata dal disco di vetro. Il bevitore adunque è elettrizzato in più, o vitreamente, e il filo comunicante coi cuscinetti superiori è elettrizzato in meno, o resinosamente. Ora fra le due estremità di questi due conduttori noi abbiamo come i due poli, o i due elettrodi di un apparato Voltiano. È sopra di questi che io ho istituito le seguenti esperienze, che vengo ora a descrivere. Queste possono essere in tre classi comprese, ed agguardano gli effetti *fisici*, *fisiologici* e *chimici*. Non conosco che alcuna ricerca sia stata fatta colla macchina che il P. Alessandro recò da Londra, e non la trovo neppure in alcuna opera descritta. Per ciò che spetta agli effetti, io non m' intratterrò sulle attrazioni e ripulsioni descritte da' fisici, le quali si rannodano con quelle del pendolo oscillante dell' elettromotore Zamboniano; io piuttosto noterò come nel moto de' liquidi ch' escono da un forellino si abbia un acceleramento e sparpagliamento tanto se il secchiello comunica col polo positivo, quanto se il secchiello comunica

col polo negativo. Io non ho potuto però determinare se, in tempi eguali, la quantità del liquido ch' esce sia sempre la stessa, ed unicamente dipenda dall' altezza del liquido premente, come crede Lamè. (Lamé, *Cours de physique*, T. II, *p.* II, pag. 65, *Paris* 1837 ; Cavallo, *Trattato completo di elettricità*, pag. 65. *Firenze* 1779 ; Ellicot, *Sur l' accélération du mouvement des fluides par l' électricité. Trans. phil.* 1700.)

Tra i fenomeni fisiologici che formarono obbietto di moltiplicate esperienze io ho cercato di mettere in chiaro i seguenti :

I. Il *sapore*. Parlando della elettricità Voltiana, s' insegna che si sente un leggiero sapor acido, se l'elettrico entra nella lingua, colla elettricità positiva o vitrea; e un sapor alcalino, se esso esce colla elettricità negativa o resinosa. Fu il Volta che ebbe questa sensazione di sapore acido dal conduttore positivo, ossia elettrizzato in *più* d'una buona macchina elettrica, e di sapore avente dell'alcalino dal conduttore negativo, ossia elettrizzato in *meno*, la prima abbastanza distinta, la seconda non tanto, col tener applicata la punta della lingua a quel conduttore e a questo, mentre faceasi giuocar continuamente essa macchina acciò si mantenesse la corrente elettrica... « Un'altra maniera « migliore, dice il Volta, per sentire il sapore cagionato dalla corrente elet« trica mossa e mantenuta dal giuoco continuato della macchina, quella si è « di ricevere sull' apice della lingua il fiocco spiccante da qualche punta del « conduttore elettrizzato positivamente ossia in *più*, non accostandovi però « troppo essa lingua, acciò non venga colpita da scintilla» (al qual fine è bene che detta punta del conduttore non sia metallica, ma di legno o d'altro imperfetto deferente) ; provasi con ciò, oltre al vellicamento cagionato dal così detto venticello, un gentil saporetto acido provocante un poco la salivazione. Se, al contrario, il conduttore a cui si presenta in tal modo la lingua, sia elettrizzato negativamente, ossia in *meno*, la sensazione di sapore sarà o nulla, o di quell' altro sapore tirante all' alcalino, come appunto è nulla o di tal sapore la sensazione che nell' esperienze galvaniche prova l' apice della lingua dalla parte di quello dei due metalli che pel contatto coll' altro viene elettrizzato in *meno*, qualora il sapore acido, che fa sentire quell' altro metallo elettrizzato in più, sia pur debole, o per essere tra metalli poco diversi, o

o per non esser questi il più convenientemente applicati. (*Identità del fluido elettrico col così detto fluido galvanico*, pag. 117 e 127. *Pavia* 1814.) Invece di sperimentare separatamente sull' una delle due elettricità, io uso in questa macchina elettrica che la persona isolata faccia parte colla lingua del circuito e degli elettrodi positivo e negativo, non altramente di quello che suolsi fare nell' elettromotore Voltiano. Qui pure l' elettrodo positivo, che risponde al polo positivo della pila di Volta, da' sapore acidetto; e l' elettrodo negativo, che risponde al polo negativo, dà sapore alcalino, ma inoltre meno intenso del primo. Per tal modo sperimentando parmi più compiuto il parallelo fra l' elettricità ordinaria di attrito e quella dell' elettromotore Voltiano, perchè in ambi i casi si ha un circuito chiuso, una elettricità circolante.

Il Schoenbein colla elettricità Voltiana rinvenne al polo positivo un odore simile a quello che scappa per emissione dalle punte dell' elettricità ordinaria (*Bibl. Univers. août* 1840, pag. 342); fenomeno che a nostri dì venne riportato in tutti i giornali di fisica; ma noi ricorderemo che sino dal 1804 ebbe il Vassalli Eandi ad osservare che il galvanismo positivo tratto da una pila formata di zinco e rame con soluzione di muriato di ammoniaca e condotto per fili d' oro purissimo sopra del cotone bagnato e galleggiante sull' acqua distillata, diede un odore distinto di gas nitroso, e che un odore analogo, ma molto più debole e da riuscire incerto, ebbe a sentire sul cotone galvanizzato negativamente (Aldini, *Essai théorique et expérimental sur le galvanisme*, pag. 207. Paris 1804.). Pfaff assicura che l' odore di fosforo, di aglio, di zolfo dell' elettrico di attrito è sensibile specialmente pel diffondersi della elettricità positiva (Gehler's, *Physik. Wör. art. Elek.*). Mettendo la persona isolata come si è detto di sopra e facendo in modo ch' entrassero a far parte del circuito la lingua e le narici, comprovai pienamente in quanto ad intensità l' esattezza dell' esperimento di Pfaff. Coll' elettricità negativa io pure provai un odore meno intenso di quello ch' ebbi a sperimentare colla elettricità positiva; ma se egli fosse in qualità lo stesso, non ardirei affermarlo.

Presentando il rovescio della mano al conduttore positivo e negativo io ebbi una vellicazione che rassomigliava al solletico prodotto dall' incontrare

una rara e sottil tela di ragno, cagionata dal rizzarsi de' peli, com' è noto ai fisici, ma colla elettricità positiva fu più sentita che colla elettricità negativa: e col diritto della mano mi ebbi un senso di freddo che fu maggiore al conduttore positivo che al conduttore negativo; circostanza che non trovo registrata ne' Trattati di elettricità.

Varii furono per ultimo i fenomeni chimici che io ottenni colla simultanea azione della opposta elettricità di questa macchina elettrica, che si possono riferire ai *cangiamenti di colore*, alla *combustione* ed alle *chimiche analisi*. Il sig. Singer, ne' suoi *Elementi di fisica e chimica elettrica*, pag. 154, Milano, 1819, riferisce che il D.r Wollaston, trasmessa col mezzo di due punte d' oro sottilissime, lungo una carta inumidita dalla tintura di tornasole una corrente di elettricità, che fu sostenuta da un piccolo numero di giri della macchina, ebbe a vedere verso la punta positiva una tinta rossiccia, la quale riprese il primitivo colore azzurro, posta che fu al contatto della punta negativa.

Avendo io applicato in quella vece la base d' una punta di carta, imbevuta della stessa tintura, al conduttore negativo, vidi manifestarsi, dopo alcuni giri della macchina, una tinta di bleu carico sulla punta suddetta; rinnovato l' esperimento col polo positivo, la tinta che prese la punta fu meno intensa della precedente; nel primo caso la punta era rivolta al conduttore positivo o succhiava l' elettricità positiva, nel secondo caso era rivolta al conduttor negativo, o succhiava l' elettricità negativa. Cavallo afferma, che l' accendersi delle sostanze combustibili, come dell' alcoole e dell' etere, accade nella medesima maniera, se il conduttore sia elettrizzato positivamente o negativamente, cioè se la scintilla si faccia venire dal conduttore o dal cucchiajo che racchiude lo spirito di vino. (*Trattato completo di elettricità teorica e pratica con sperimenti originali*, pag. 271, Firenze, 1779.) Sperimentando io colla elettricità ora positiva, ed ora negativa, ho ritrovato che colla prima l' accensione avveniva più pronta e ad una distanza maggiore che colla seconda. Per questo esperimento feci traforare nel mezzo un vetro da orologio, e v' innestai un grosso filo di ottone, che nella parte concava del vetro terminava in un bottone. Versava in esso tanto etere da coprirne di qualche millimetro

il conduttore. Avvicinato l' apparato *elettro-pirico* al bevitore positivo della macchina, al salto della scintilla era pronta l' accensione; ma non egualmente ed alla stessa distanza se l' apparato elettro-pirico si avvicinava al bevitore negativo, od era impiantato sul bevitore positivo, e al liquido si avvicinava l' elettrodo negativo; anzi in qualche caso colla elettricità negativa non ho potuto ottenere la combustione. Anche la forma ed il colorito della scintilla furono argomento delle mie ricerche. Pfaff crede di aver osservato che le lunghe scintille abbiano le due metà di diverso colore, cioè la metà positiva più violetta, e la negativa più azzurra (*Gehler's Physik. Wörterbuch.* III, pag. 387.) Io dirò quello che comunemente apparve nei limiti delle mie esperienze. Il diametro della palla d' ottone dello scaricatore negativo era di $0^{m}.055$; e quella del positivo era $0^{m}.053$; e la loro distanza era di 5 centimetri. La scintilla non interrotta sensibilmente nella sua lunghezza, era di una tinta eterogenea; le due estremità positiva e negativa di una luce bianchissima; nel mezzo di una luce violetta, avente però l' asse di una tinta bianco-fosforica; ma la luce bianchissima del positivo si estendeva molto di più di quella del negativo; a presso a poco nel rapporto di 3 : 1, per quanto mi parve. La luce bianca del positivo era della forma d' un cono avente la sua base sul conduttore positivo, e l' apice nell' aria; e la luce bianca del negativo era d' un' area circolare sul conduttore negativo, e allorchè la scintilla positiva batteva sopra una lamina *(plaqué)* iodurata, al modo di Daguerre, si levava dalla stessa un vapore, che prontamente svaniva, senza che la scintilla elettrica vi lasciasse sopra alcun segno, e questo non appariva allorchè su detta lamina batteva la scintilla negativa.

Io non conosco che le analisi chimiche sieno state ottenute coll' azione simultanea delle due opposte elettricità di una macchina elettrica. Van-Marum e Wollaston sperimentarono facendo comunicare uno dei fili del voltametro col suolo, e l' altro colla palla metallica, posta in vicinanza del conduttore o positivo o negativo, di una macchina elettrica. Io in quella vece ho ottenuto delle analisi a circolo chiuso ed isolato perfettamente col suolo, come si pratica coll' elettromotore voltiano, approfittando di quelle circostanze che concorrono coll' elettrico ad agevolare la decomposizione dei

corpi; circostanze che furono suggerite dalla perspicacia di Faraday, di Martens, di Grove, di Henry e di E. Becquerel. Le mie esperienze furono fatte sull' acqua acidulata, sull' acido solforico, sull' acqua clorata, sulle soluzioni di protocloruro di stagno, di protosolfato di ferro, di solfato di rame, ec.; coll' apparato che ora descriverò.

Ho preso un bicchierino di cristallo, cilindrico, dell'altezza di 3 centimetri e del diametro di 2 1/2. Vi ho fatto praticare verso il fondo due fori circolari opposti, ne' quali ho inserito due cannelli di vetro, portanti ciascuno un filo sottilissimo di metallo, che nella estremità interna sporgeva di una minima parte, e in tutto il restante era perfettamente difeso dal vetro; al quale scopo, secondo il metodo di Wollaston, aveva fatto fondere al dardo della fiamma il vetro stesso, e messavi l'estremità metallica a nudo col mezzo della molla, che ne levava gradatamente il vetro. Uno di questi fili nella sua parte esterna era unito ad un grosso filo di ottone piegato ad angolo retto, e terminato all' altra estremità in una vite per fermarlo sul bevitore positivo della macchina elettrica; l'altro filo, nella sua parte esterna, era congiunto con un grosso filo di ottone terminato in palla, colla quale si poteva compiere il circolo col bevitore negativo.

Le scoperte estreme punte dei fili sottili potevano esser portate assai vicine. I fili erano di ferro e di platino, in modo che io poteva far agire l' apparato con elettrodi tutti di platino, ovvero con uno di platino ed altro di ferro a mio piacimento. Tale apparato l' ho chiamato *analisimetro elettro-chimico* in luogo di *voltametro* che si usa anche per le analisi prodotte coll' elettricità comune.

Portate impertanto le punte assai vicine, ma non a contatto, e chiuso il circolo, ed introdotto il liquido decomponibile nell'analisimetro, ho veduto che colle due punte di platino, e con acqua acidulata con acido solforico si sviluppavano galozzole da ambe le punte; e sostituita al polo positivo una di ferro, questa si ossidò, e al polo negativo continuò lo sviluppo gazoso come prima. Usando acqua clorata e punte di platino io non ebbi sviluppo gazoso che al polo positivo: colla soluzione di protocloruro di stagno e gli elettrodi di platino apparve in forma gazosa l' idrogeno al polo negativo, e nessuno

sviluppo gazoso al polo positivo; anzi continuando l' azione elettrica, il polo negativo si coperse di stagno ridotto ; analogo risultamento io mi ebbi col protosolfato di ferro. Colla soluzione del solfato di rame e gli elettrodi di platino vidi il rame metallico depositato in forma di globetti sull' elettrodo negativo ; ed inversa la comunicazione, scomparvero perfettamente i globetti di rame, com' è noto aver ottenuto Wollastòn con una corrente di scintille elettriche. (*Phil. Trans.* Vol. XCI, pag. 427) Colla corrente scintillante ho veduto rendersi discontinuo lo sviluppo di gaz ; ma le galozzole in questo caso apparivano più grosse che a circolo chiuso; perchè allora si presentavano sotto l' aspetto di una nube ascendente.

Questi risultamenti stabiliscono la più perfetta analogia tra la corrente dell' elettromotore voltiano ed una sostenuta da una macchina di attrito; ma havvi una grande differenza nella quantità degli effetti; il che comprova, secondo Volta, la ricca copia di elettrico che per ogni tempo brevissimo fornisce l' elettromotore, in confronto di una buona macchina elettrica; è da questa minor copia di fluido elettrico, che mettono in corso e fan passare le macchine elettriche anche le più potenti a ciascun momento, in paragone di quella che promuovono le pile, che ripete lo stesso Volta la piccolezza degli effetti ; ma, secondo altri, potrebbe forse ciò derivare da più intrinseca cagione, che a prima vista non paja, cioè da una diversità del fluido voltaico da quello di attrito.

I descritti fenomeni adunque fisiologici e chimici rannodano fra di loro, per alcuni rapporti, queste due branche di elettricità di *attrito* e del *Volta* ; e quelli del liquido che sgorga da un foro capillare e della scintilla elettrica possono per avventura tornar utili per istabilire qualche veduta teorica intorno all' elettrico, sulla quale io tornerò dopo aver esaminato i fenomeni d' induzione dinamica. — Sarebbe mio desiderio che questa macchina si avesse a diffondere in tutti i Gabinetti di fisica ad istruzione della studiosa gioventù, al quale scopo precipuamente ne ho descritte le parti essenziali e gli effetti ottenuti ; non essendo d' altronde immeritevole dell' attenzione del fisico o il rinnovamento di una esperienza non ripetuta da altri, o la determinazione più circostanziata di un fenomeno, o il metodo stesso più pronto e facile in

confronto di altri. Se io posso ottenere con questo scritto lo scopo bramato, questa mia qualunque siasi tenue ricerca avrà il maggior compenso possibile, che è quello della diffusione di buoni studii tra noi.

(*Letta il* 16 *Luglio* 1843.)

NOTA

(1) Posteriormente, negli *Annales de Chimie et de Physique* di Parigi fu pubblicata la descrizione della macchina del Dujardin. *Tomo IX, pag.* 110, 1843.

OSSERVAZIONI

SULL' ORDINE DELLE SERTULARIEE DELLA CLASSE DE' POLIPI

DEL

PROF. GIUSEPPE MENEGHINI

Dappoichè Edwards, Audouin ed Ehrenberg scoprirono nelle Flustre, nelle Cellarie ed in altri polipi somiglianti la doppia apertura del canale intestinale ed una organizzazione sotto molti rapporti corrispondente a quella degli animali ascidiani, più non rimase dubbio alcuno sulla necessità di formare delle Sertulariee quali le aveva circoscritte il Lamouroux un ordine o famiglia distinta. Sono polipaj di sostanza cornea, affissi con un fulcro radiciforme agli oggetti marini, forniti di un tronco distinto, semplice o ramoso, frequentemente articolato, sempre cavo, contenente un tubo membranoso riempito di sostanza granulare e comunicante coll' estremità inferiore dei singoli polipi, che hanno una cavità digestiva semplice, la quale si apre all' esterno con bocca conica contornata alla sua base da dieci a venti tentacoli, e che sono contenuti in calici di sostanza cornea, di diversa forma, collocazione e grandezza secondo i generi e le specie.

Quella condizione di unità multipla che sembra render inapplicabile alla massima parte de' polipi il concetto della individualità, riesce nelle Sertulariee ancor più evidente che nelle altre famiglie, e combinandosi alla singolarità delle forme esteriori, che tanto vivamente ricordano le vegetali, se non giustifica rende almeno ragione del nome di zoofiti, col quale per lo addietro s' indica-

vano. Pienamente dimostrò il Lamark, che tutto è nelle Sertulariee al pari che negli altri ordini di polipi perfettamente animale, nè esse presentano accoppiamento di vita vegetale ed animale che sia maggiore o più deciso di quello che si riscontra negli animali delle classi superiori. È però innegabile che que' pretesi zoofiti meglio che qualunque altro ordine di animali si prestano al confronto co' vegetali, e quantunque abusando d' un tal paragone ne possano derivare dannosissimi errori, esso non cessa però di essere opportuno ed utile fino a tanto che rimanga circoscritto ne' limiti d' un semplice confronto. Imperocchè animali e piante costituiscono due regni ben distinti, i quali si possono bensì avvicinare l' un l'altro fino a rendere arcana e dubbia la distinzione, ma confondersi non mai. Riducesi quindi la questione a sapere a qual gruppo di vegetali sieno meglio paragonabili i zoofiti a differenza degli altri animali; e questo mi sembra che dalla maniera attuale di considerare sì gli esseri vegetali che gli animali sia con precisione indicato. Oggidì la pianta al pari dell' animale si considera come un aggregato di elementi organici similari: questi elementi sono tutti fra loro organicamente collegati, ma ciascuno ha in sè quanto è necessario al compimento degli atti vitali: negli animali superiori e nelle piante vascolari essi si uniscono così strettamente e si fondono per così dire nella formazione degli organi complessi che perdono pressochè intieramente la originaria loro individualità. Negli animali inferiori invece e principalmente nella classe de' polipi, al pari che nelle piante cellulari, ciascuno degli elementi consegue intero il suo individuale sviluppo, e benchè connesso alla somma degli altri ne rimane in certo modo isolato ed indipendente.

Basti aver toccato di tale argomento per mostrare quanto interesse possa derivare alla scienza generale della vita dallo studio delle Sertulariee, le quali conservando costantemente i suaccennati caratteri presentano ciò non pertanto varietà maravigliosa di forme e di combinazioni. L' organizzazione dei singoli polipi, quantunque generalmente riguardata come semplicissima ed in tutto conforme a quella dell' idra verde delle acque dolci, che tanto rese famoso il talento d' osservazione del Trembley, pure si riscontra sempre più complicata di mano in mano che si assoggetta a più attento esame, scoprendovisi ognora nuovi organi, de' quali per lo addietro neppur si sospettava l' esistenza.

Il modo col quale sono simmetricamente distribuiti i polipi e i calici che li ricettano sull' intero polipajo, è correlativo alle vicende del loro successivo sviluppo, e perchè varia nei differenti generi, ed in ogni specie pure presenta una qualche differenza, bisogna in tutte investigarlo per poterne trarre una qualche generale deduzione. Le vie molteplici di propagazione dimostrano vero quel principio, che quanto più inferiore è un essere nella serie dell' organizzazione, tanto più liberalmente provvede natura alla sua moltiplicazione. Il polipajo può indefinitamente pullulare; rotto, infranto, divelto dalle tempeste, al sopravvenir della calma e di più mite stagione, come pianta dalle radici, mette nuovi germogli, e come quella di fiori, così esso si copre di nuovi polipi. E perchè l' immagine sia ancor più viva e somigliante, porta, a guisa di frutti, de' calici maggiori e variamente conformati, ne' quali si accolgono gl' individui femminei gravidi di uova, che a maturità si disseminano e vanno più lontano a riprodurre la specie medesima. La maniera di formazione e di accrescimento successivo della parte solida del polipajo offre pure campo a minuziose e non meno importanti ricerche. L' opinione di coloro, che questa parte riguardano come inorganica e formata meccanicamente mediante il consolidamento della secrezione avvenuta alla superficie dell' animale, non può soddisfare oggidì, dacchè conosciamo l' intima struttura e i mutamenti organici successivi cui è soggetta l' epidermide, e le varie sue produzioni negli animali superiori. Tanti e così importanti soggetti di esame non potevano a meno di dirigere allo studio delle Sertulariee le gloriose fatiche d' instancabili osservatori. I preziosi materiali raccolti da Ellis in Inghilterra e da Cavolini in Italia aveano aperto un nuovo campo, che offrì larga messe di scoperte ai recenti, fra' quali basti rammentare Dalle-Chiaje, Costa, Milne Edwards, Grant, Lister, Wagner e Lowen. Ma il nostro Adriatico che tanto abbonda anche in questo genere di naturali ricchezze, non ebbe alcuno che le prendesse a mira speciale de' propri studj, e le facesse servire al progresso della scienza. Egli è perciò che con amore io mi diedi a raccogliere e studiare queste eleganti produzioni del mare, che spontanee mi si presentavano nelle mie algologiche ricerche; e son già dieci anni che, ad istigazione del benemerito prof. Catullo, ne offrivo una collezioncella all' I. R.

Gabinetto di Storia Naturale da lui diretto. Ampliatane poi la raccolta e continuatone lo studio, potei in quest' anno presentare all' I. R. Accademia di Padova la serie di tutte le specie che finora mi riuscì di procacciarmi, convenientemente classificate e disposte. Più per altro che la copia degli oggetti e la novità di alcune specie, io credo che abbiano a destar interesse accurate osservazioni sull' anatomia e fisiologia di questi esseri, scopo primario di ogni zoologica ricerca; e perciò mi pregio di offrire, qual saggio delle mie indagini su quest' ordine di animali, alcune osservazioni relative ad uno dei molti generi nei quali esso viene attualmente distinto.

Fino dal 1812 avea il ch. Lamouroux diviso in molti il genere *Sertularia* di Linneo, desumendone i caratteri dalla collocazione reciproca de' calici polipiferi. E siccome questa collocazione dipende, come superiormente fu avvertito, dal modo di successivo accrescimento del polipajo, che necessariamente è legato colle altre differenze tutte di organizzazione, ne provenne che gli autori più recenti non trovarono a fare che ben poche modificazioni ai generi del Lamouroux.

Quattro anni più tardi pubblicava il Lamark il secondo volume della sua grande opera sugli animali invertebrati, nel quale trattando de' polipi adotta generi perfettamente corrispondenti a quelli del Lamouroux, ma con nomi diversi. E perchè una tanta autorità era confortata dalla testimonianza del Valenciennes, il quale asseriva preesistente ai lavori del Lamouroux la classificazione Lamarchiana de' polipaj nel Museo francese, prevalse l' uso di adottare, benchè posteriori in pubblicazione, i nomi del Lamark. Lascio ad altri tale questione dei nomi per occuparmi delle cose.

Fra i generi del Lamouroux uno de' più ragguardevoli per numero di specie, de' più importanti per la singolarità dell' organizzazione, e de' più eleganti per la regolarità delle forme e per la vaghezza delle tinte, è quello ch' egli denominò *Aglaophenia*, e dal Lamark fu poscia chiamato *Plumularia*.

Sono polipaj di sostanza cornea che si elevano con surculi diritti o flessuosi, semplici o ramosi, pinnati o dicotomi, varii in lunghezza, a seconda delle specie, da una o due linee ad oltre due piedi, forniti lateralmente di

rami distici, alterni, equidistanti, a guisa delle barbe d'una penna. Que' rami vanno scemando in lunghezza verso l'apice, il quale molte volte è curvo ed acquista così vaghezza di aspetto ancora maggiore. Sul lato interno o superiore de' rami sono collocati i calici, ne' quali annidano i singoli polipi, l'uno appresso all'altro e contigui, o più o meno disgiunti e lontani. Aggiungono gli autori che soventi volte ciascuno de' calici polipiferi è collocato fra due appendici, come sarebbe un fiore nel suo calice; talvolta invece, mancando la superiore, l'inferiore puossi paragonare ad una brattea nella cui ascella sia sessile il fiore, ed è perciò che nella definizione del genere essi calici polipiferi son detti *ascellari*.

Prendendo ad esaminare uno di que' rami, si rileva ch'esso è tubulato, diviso in articoli, ad ognuno dei quali corrisponde un calice, che comunica colla sua interna cavità, mediante un foro collocato nella parte inferiore dell'articolo. Il calice si eleva, più o meno campaniforme, col lembo intagliato in denti più o meno profondi e numerosi nelle differenti specie, sempre aderente col suo lato interno, rispetto al ramo, all'articolo corrispondente. E dall'articolo stesso, immediatamente sotto al calice, sorge un'appendice cava, più o meno sporgente a guisa di sperone secondo le specie, comunicante col calice stesso, la quale termina superiormente con apertura il più delle volte obbliqua, prolungata in forma di fessura verso il calice. È questa appendice che dagli autori viene impropriamente paragonata ad una brattea. Superiormente poi, d'ambo i lati del calice, sorgono pure dall'articolo stesso altre due appendici in forma di calicetti profondamente smarginati al lato interno che guarda al ramo e di forma varia, secondo le specie. In alcune tanto l'appendice inferiore che i calicetti superiori sono di gran lunga minori del calice polipifero; in altre invece, come a modo d'esempio nell'*A. falcata*, sì quella che questi eguagliano in grandezza i calici, e rassomigliandovi pure nella forma, furono con quelli erroneamente confusi, per cui questa specie fu descritta e figurata come fornita di calici densamente embriciati ed addossati gli uni sugli altri. In ogni articolo si ripete la medesima disposizione di parti e gli articoli l'uno a capo dell'altro costituiscono l'intiero ramo. È da avvertirsi per altro che le articolazioni non sono complete, ch'esse non in-

terrompono cioè per intero la continuità dell' interna cavità, la quale è in corrispondenza ad esse ridotta soltanto a minore ampiezza.

Tutti questi particolari possonsi esattamente rilevare nei polipaj diseccati, ne' quali è svanita l' interna sostanza animale, e sono, per così dire, ridotti a semplice scheletro. Esaminandoli invece in istato vivente, o conservati nell' alcoole, vedesi l' interna cavità dell' articolo occupata da un tubo membranoso ripieno di sostanza granulare oscura, la quale mercè il foro che dicemmo rimanere nell' articolazione, liberamente passa da uno in altro articolo. Il tubo interno, dal Cavolini denominato cuore, e dai recenti forse con pari improprietà riguardato come analogo ad un intestino, mostrasi in generale libero in ogni articolo da qualsiasi aderenza coll' esterno invoglio, mentre poi vi aderisce soltanto in corrispondenza alle articolazioni. Alcune volte per altro l' articolo stesso sembra quasi diviso in tre scompartimenti, e ciò proviene dalla presenza di alcuni irregolari legamenti, che in que' punti connettono alla parete interna dell' articolo stesso il tubo membranoso interno, che offre colà due leggieri strozzamenti. Entro al calice sta il polipo, il quale colla sua estremità inferiore rotondata sembra aderire al foro circolare che dall' articolo mette nel calice. Il corpo del polipo termina superiormente in otto a dieci tentacoli cilindrici annulati. Essi presentano cioè numerose strie trasversali, che sembrano prodotte da grosse papille disposte ad anelli intorno ad essi. Ma quelle papille che sono intensamente colorate, sia colla macerazione, sia collo sfregamento, possonsi far cadere, e rimangono allora i tentacoli diafani e pressochè incolori, i quali vedonsi costituiti da una semplice membranella ch' è continuazione della membrana esteriore del corpo del polipo, e risultano di cellule dischiformi poste a capo l' una dell' altra, percorse nell' asse da un sottile filamento che aderisce ai doppii tramezzi cui corrispondono gli anelli di papille esteriori. Nel mezzo di que' tentacoli si eleva leggermente il collo del polipo a guisa di breve cono troncato, che quando il polipo si allunga e protende fuori del suo calice, si appiana e svanisce. Dal corpo poi del polipo, nella parte inferiore del lato che guarda al ramo, sorge un lobo più o meno sporgente, or gonfio e voluminoso, ora invece flacido ed impicciolito; e tali diversità riscontransi frequentemente

nella specie medesima, anzi nello stesso polipajo. In esso tubercolo al pari che nel rimanente del corpo, sotto alla membranella esteriore, che è diretta continuazione del tubo membranoso dell' articolo, sta una membrana più grossa e di aspetto granulare, che limita la cavità ventricolare, e cessa alla base di quella ove per il foro sopra accennato sussiste aperta comunicazione fra il tubo dell' articolo ed essa cavità. La cavità del tubercolo comunica evidentemente con quella del ventricolo, ma a quali funzioni esso serva, e qual organo rappresenti, io non potei determinarlo, mancando anche sufficienti analogie per arguirlo. L' appendice speroniforme, che dicemmo sottostare al calice polipifero, comunica col calice stesso ed in pari tempo coll' articolo. Ora dal tubo membranoso di esso articolo sorge un prolungamento, che salendo fino a metà o due terzi dell' altezza dello sperone, ivi si bipartisce ad angolo acutissimo. Il suo ramo interno, quello cioè che guarda al polipo, termina con estremità cieca ed ingrossata, che contiene alcuni grossi globuli aggruppati in due o tre lobi distinti; l'altro invece procede fin verso la sommità troncata dello sperone, ed ivi rigonfiandosi termina in una corona di circa una ventina di tentacoli cilindrici leggermente appuntati, che vidi sempre addossati e ristretti in un fascio; i quali poi si prolungano in esilissimi e lunghissimi cigli che irraggiano dalla estremità aperta dello sperone, e facilmente si staccano e cadono. Il prolungamento del tubo intestinale, che termina da un lato in quella estremità clavata contenente gl' indicati globuli, e dall' altro nell'ora descritto organo polipiforme, è ripieno, come il rimanente dell' intestino stesso, di quella sostanza granulare, che da alcuni viene riguardata come sostanza alimentare, da altri denominasi *sarcode*. Nei due calicetti superiori, che stanno lateralmente al calice maggiore, son contenuti due organi polipiformi in tutto somiglianti a quello dello sperone, essi pure terminati in circa venti tentacoli che si prolungano in esilissimi cigli caduchi. Anche questi comunicano col tubo intestinale, del quale anzi sono diretta continuazione.

Le sommità dei rami offrono contemporaneamente sott' occhio l' intera storia dello sviluppo successivo dei segmenti o articoli polipiferi uno a capo dell' altro. Da principio l' estremità dell' articolo, immediatamente sopra ai calicetti laterali, presenta un rigonfiamento emisferico, al quale prende parte

così l' esterno tubo corneo, che l' interno membranoso e contenente la sostanza granulare ivi copiosamente ammassata. Ma l' esterno comparisce tuttora molto sottile e l' interno vi aderisce, mentre inferiormente esso è inticramente libero. Quel rigonfiamento si aumenta, acquistando successivamente forma di cono rovescio, e comincia allora con una strozzatura nell'esterno invoglio a formarsi l'articolazione, alla quale con irregolare legamento va aderendo l' interno tubo. Di mano in mano che il ringonfiamento s' innalza e s' ingrossa, manifestasi in in esso dall' alto al basso una divisione, indicata prima da una semplice linea diafana, ma poi evidentemente formata da una ripiegatura della membrana intestinale. La formazione cornea non tarda a comparire, e già si disegna il calice, distinto dall' articolo corrispondente. Ma e quello e questo sono pressochè inticramente occupati dalla relativa produzione intestinale, che aderisce alla sommità del nuovo articolo da un lato, e del calice ancor chiuso dall' altro. Nuova area diafana, che successivamente va ampliandosi, segna pure la separazione fra il corpo del polipo e la massa che occupar deve lo sperone, la quale, nella parte superiore, rimane lungamente connessa alla sommità di quel corpo. Più tardi, quest'ultimo si stacca dalla sommità del calice, il quale si apre fendendosi dal centro verso la periferia nel senso de' raggi, in segmenti ch' erigendosi costituiscono i denti di cui vedesi ornato il lembo del calice stesso. Il corpo del polipo si contrae ; il tubercolo laterale interno sporge tosto manifestamente e i tentacoli cominciano a svilupparsi. Ben presto l' intero sviluppo è compito, e l' animaletto ha conseguito le forme che in appresso sempre conserverà. E nello stesso tempo la massa molle inferiore interamente staccata dal corpo del polipo si divide ne' suoi due rami ; l' inferiore de' quali termina nell' organo polipiforme, che già protende i lunghi suoi cigli anche prima che sia compito lo sviluppo del corpo. Più lenti a comparire ed a svilupparsi sono i calicetti superiori, che dapprima si presentano come due leggiere eminenze, e si aprono soltanto quando sono già formati gli organi polipiformi ch'essi pure contengono. Così indefinitamente si allungano i rami e si moltiplica la serie lineare degli articoli polipiferi.

Vediamo ora come quella serie dapprima semplice si ramifichi, dando origine a quegli eleganti surculi pennati, ognuno de' quali fu in origine un

semplice ramo. Giunta una certa epoca, il corpo del polipo staccandosi dal cercine, che alla base nel fondo del calice lo congiunge all' articolo, cade e svanisce, restando tutte le altre parti quali fin qui le descrivemmo. Sembra che contemporaneamente il foro di comunicazione fra il ventricolo del polipo ed il canale intestinale si obliteri, in quanto che appunto in quel sito vedesi sorgere un tubercolo, il quale non è altro che una produzione del canale intestinale stesso, e quel tubercolo si eleva percorrendo il maggior diametro del calice, che frattanto avvizzisce e si restringe. Forse è il corpo stesso del polipo che, anzichè cadere, subisce questi mutamenti; ma non sono riuscito su di ciò a risolvere il dubbio. Però è certo che giunta quella protuberanza all' esterno essa è già ricoperta da sottile invoglio corneo che termina per aderire al lembo ristretto del calice avvizzito. La sommità del tubercolo s'accresce, di emisferica divien conica, ed a poco poco subisce gli stessi mutamenti di quella sviluppata all' apice dell' articolo nella serie non interrotta dei singoli rami. Così da ogni calice polipifero ha origine un ramo laterale, come dalla sommità d'ogni articolo ha origine un nuovo articolo terminale. Ma i calici polipiferi sono tutti unilaterali e i nuovi rami devono collocarsi disticamente. Ciò si effettua perchè essi rami appena sorti piegansi con ordine alterno metà da un lato e metà dall' altro. Essi quindi non risultano giammai disposti nel medesimo piano verticale, ma sempre in due piani convergenti, e quando nella preparazione o nell' esame microscopico si costringano i rami d' ambedue i lati a collocarsi nel medesimo piano, quelli che restano nella naturale loro posizione vedonsi direttamente sorgere dal lato corrispondente, gli altri invece, nel dirigersi che fanno al lato opposto, sembrano contorcersi. Il ramo, che mercè questa prolificazione si convertì in tronco, conserva non pertanto le sue articolazioni; ma gli articoli subiscono notevoli cangiamenti. Il calice di cui ciascuno d' essi era fornito svanisce pressochè interamente, l' articolo s' allunga e si dilata, e lo sperone sembra abbreviarsi, sicchè rimane ridotto unicamente all' estremità in cui si conserva a lungo riconoscibile l'organo polipiforme. Ancor più a lungo persistono i calicetti superiori e gli organi polipiformi in essi contenuti, ma questi pure a poco a poco svaniscono, e i calicetti stessi avvizziscono e si restringono. Il tubo intestinale in forza di questi successivi mutamenti acqui-

sta notevole ampliazione, ma a questo non devesi già per intero l'ingrossamento del surculo come asserì l' Edwards rispetto alla Dicotomarie. La tonaca cornea stessa s' ingrossa per la formazione successiva di sottilissimi strati riconoscibili nelle sezioni sì traversali che longitudinali ; e questi strati vanno successivamente sovrapponendosi all'esterna superficie. Lo dimostra il rapporto che con essi serba l'appendice speroniforme persistente, la quale dicemmo che sembra accorciarsi. Essa rimane in connessione col più interno di quegli strati, il solo che esistesse all' epoca in cui lo sperone stesso ebbe la sua origine ; ed i strati successivi ne circondano la base, come fanno gli strati legnosi di un albero alla base d'un ramo. E quegli strati, staccandosi facilmente per isfogliamento presentano in corrispondenza ad esso sperone il relativo foro. Lo stesso avviene per i due calicetti superiori. Questo fatto mi sembra di grande appoggio alle considerazioni dell' Edwards, che a buon dritto sostiene essere organica la struttura anche dell' invoglio corneo, e non risultare esso altrimenti dal semplice condensamento di una secrezione, come lungamente si credette, e da taluno fra i recenti, come il Lowen, tuttora si ammette.

La fin qui descritta disposizione di parti conservasi costante, malgrado la differenza dei caratteri specifici nella maggior parte delle Aglaofenie. Io la verificai nell' *A. Myriophyllum*, nell' *A. frutescens*, nell' *A. falcata*, nell' *A. uncinata*, in una nuova specie che per la forma allungatissima dei calici denomino *A. elongata*, nell' *A. Pluma* che per evitare l' omonimia, fu dal Lamark denominata *Plumularia cristata*, ed in molte altre forme che con quest' ultima convengono nei principali caratteri, ma presentano nell' aspetto, nelle dimensioni, nelle proporzioni e nelle ramificazioni caratteri sufficienti per doverle riguardare come specie distinte. Molte altre specie straniere ai nostri mari sono pur egualmente conformate come si rileva dalle descrizioni e dalle figure che ne danno gli autori. In tutte ad ogni articolo del ramo corrisponde lateralmente un calice polipifero, cui è immediatamente sottoposto lo sperone, e stanno lateralmente collocati alla sommità a guisa di mensole i due calicetti minori. Nell' *A. pinnata* invece ed in una nuova specie che per la singolare collocazione de' rami denomino *tetrasticha*, ogni articolo porta bensì lateralmente un calice polipifero, ma questo non ne occupa

che un breve tratto verso la parte superiore, ed in luogo di sperone sorge dall'articolo stesso molto al di sotto del calice un calicetto tubeforme, il quale al pari dei due laterali è sostenuto da lungo peduncolo che gradatamente si dilata, poi si ristringe in corrispondenza al diaframma annulare che forma il pavimento del calicetto stesso. Condizione perfettamente corrispondente ci offre ne' suoi cigli verticillati la *Sertularia antennina* del Linneo, presa dal Lamouroux a tipo del suo genere *Nemertesia*, denominato poscia *Antennularia* dal Lamark. Solamente il calice polipifero in luogo di essere presso alla sommità è precisamente alla metà dell'articolo, e i tre calicetti tubeformi hanno più lunghi i peduncoli. Ma la differenza maggiore è costituita da ciò che non tutti gli articoli portano calici polipiferi. Quelli che ne sono forniti alternano costantemente con altri più brevi, i quali non portano che un solo calicetto tubeforme nel sito corrispondente all'inferiore degli articoli polipiferi.

Finalmente nella *A. secundaria* troviamo con nuove modificazioni la disposizione stessa che nella *Nemertesia*. I suoi rami sono organizzati come i cigli di questa, risultano cioè di articoli, i quali alternativamente, e portano calici polipiferi, e ne son privi. I primi sono brevissimi. Hanno l'estremità superiore orizzontale cui sopravanza il lembo del calice coi calicetti laterali anch' essi tubeformi, ma più urceolati, smarginati al lato interno e sostenuti da una eminenza conica dell'articolo. L' inferiore è obliqua prolungandosi inferiormente dal lato al quale sono rivolti i calici, a guisa di becco di penna, ed ivi porta il terzo calicetto tubeforme. Gli articoli non polipiferi sono in proporzione lunghissimi. Hanno inversamente ai primi orizzontale l'estremità inferiore e obliqua la superiore, presso alla quale al lato stesso interno portano anch' essi su lungo peduncolo un calicetto tubeforme.

La *Laomedea dichotoma* del Lamouroux, impropriamente dal Lamark riunita al genere *Campanularia*, e che l'Ehrenberg prese con molta ragionevolezza a tipo del nuovo genere *Monopyxis*, presenta opportunissimo termine di confronto coi fatti precedenti. In essa il calice polipifero non è terminale, come a torto si disse e si figurò, e come realmente è nelle Campanularie. Esso è laterale come nelle Aglaofenie, ma con questa diversità che ogni ramo è monocladio,

e porta quindi un solo calice, il quale avendo forma quasi globosa, s' annicchia nello spessore dell'articolo stesso fino a farlo apparentemente svanire, per cui i due calicetti tubeformi laterali, che in realtà sorgono dalla sommità dell'articolo, sembrano prodotti dal lembo del calice stesso. Dalla porzione inferiore e rigonfia dell'articolo sorge il terzo calicetto anch'esso tubeforme e portato da lungo peduncolo. Quando poi questi rami prolificano, le due maniere di produzione che descrivemmo nelle Aglaofenie quivi pure hanno luogo, ma con ordine inverso: dalla sommità dell' articolo sorge il nuovo segmento perfettamente simile al precedente e allo stesso lato rivolto. Dal fondo del calice, probabilmente dopo caduto il polipo, producesi pure un nuovo germoglio, che innestandosi alla sommità ristretta ed obliterata del calice, sorge come a continuazione dell' articolo matricale allungato e divenuto cilindrico. Il nuovo articolo così sviluppato, al pari che nelle Aglaofenie, porta il suo calice al lato interno rispetto al primo, e perchè se ne è dilungato sembra con esso alternare. La principale differenza dunque proviene dall' essere questa produzione laterale precedente alla terminale, e di tanto, che quando questa seconda si effettua, la prima è già compita, e quindi è scomparso il polipo a quell' articolo corrispondente. Ed a testimonio di questi successivi cangiamenti rimane persistente il calicetto inferiore che guarda al lato del calice sottoposto, e i due superiori che guardano invece a quello del sovrapposto, il quale benchè apparisca laterale rispetto al tronco, è in realtà terminale riguardo ad esso, e laterale soltanto per il ramo che vi è connesso. Laterale invece riguardo all' articolo precedente è quello che sembra con esso formar continuazione del tronco, perchè in realtà sorto dal fondo del suo calice polipifero ormai già scomparso. Questa produzione laterale, che nella *Monopyxis* precede la terminale, è la sola che si effettui nell' *A. pinnata*, il che ci spiega la conformazione obliqua dell'estremità superiore de' suoi articoli non polipiferi. Io reputo quindi che essendo di egual valore i caratteri dei generi *Monopyxis* e *Nemertesia*, e quelli che distinguono dalle altre le suaccennate specie di *Aglaofenia*, si possa a buon diritto propporre per esse due nuovi generi. L'uno, ad onore del Lowen, cui dobbiamo così preziose osservazioni sulle Campanularie e sulle Sincorine, lo intitolo *Lowenia*, e vi comprendo l' *A. pinnata*, l' *A.*

setacea e la mia nuova specie *tetrasticha*. Ripristinerei per l'altro genere il nome *Listera* già due volte escluso dai botanici, intitolandolo all'Inglese Lister che tanto contribuì alla conoscenza delle Sertularice, e vi comprendo per ora la sola *A. secundaria* (1).

Benchè i polipi, de' quali tenemmo fin qui discorso, sieno da molti autori riguardati come neutri, pure non credo sia punto dimostrato mancar essi assolutamente di organi sessuali maschili. Si potrebbe di fatto essere indotti a supporre altrimenti e dalla presenza di organi di cui ignoto è tutt' ora l' uso, e dalle scoperte recenti di Nordmann e Vanbeneden sui sessi distinti della *Tendra zostericola* e dell'*Alcyonella*. Comunque ciò sia, ben distinti in tutte le Sertularice sono i polipi femminei e da essi trar si possono eccellenti caratteri per la limitazione de' generi. I polipi femminei sono sempre aggregati in un qualche numero entro ad un invoglio o calice comune. Per lo addietro questo calice aveasi per ovario ed i polipi in esso contenuti per uova. In tutte le vere Aglaofenie cotesti pretesi ovarii hanno la forma che dagli autori si denominò crestata, e fu creduta caratteristica della specie la più comune, l'*A. Pluma*. Sono baccelli, come li chiama il Cavolini, curvi e rotondati, percorsi da una costa dorsale, la quale sorgendo dalla sommità di uno de' consueti articoli polipiferi, s'incurva sulla faccia esterna, ed emette d'ambo i lati degli archi che convergendo fra loro come altrettante costole d' un torace, arrivano al margine opposto alla costa dorsale stessa. Ivi per altro essi riescono pressochè costantemente alternanti; ma correndo obliqui s' incontrano il primo d' un lato col secondo dell' altro, e così successivamente; dimodochè sembra a prima giunta esservi anche sulla convessità una costa, flessuosa bensì, ma continua, la quale invece altro non è che la somma delle porzioncelle oblique di quegli archi comunicanti. All' estremità superiore ed inferiore quell' apparente costa si continua fino alla dorsale pel ripiegamento di due fra gli archi estremi. Ne risulta così nell' insieme quasi una disposizione spirale. Quegli archi e la costa dorsale sono tubulati, e nella cavità tutta continua si estende il tubo membranoso ch' è continuazione di quello che dicesi intestinale, ed al pari di esso è ripieno di sostanza granulare. Lungo poi tutto il decorso degli archi, eccettuate soltanto le porzioni oblique che simulano la costa ventrale, sorgono

calicetti seriati ed equidistanti simili a quelli che sono ai lati dei calici polipiferi maschili, e così come in quelli, stanno in essi accolti altrettanti organi polipiformi, forniti di una ventina di tentacoli, che si producono in lunghi e sottilissimi cigli. Lo spazio circoscritto dagli archi, che variano in numero dai quattro agli otto per cadaun lato, è chiuso da una membranella cornea, che l'uno all'altro congiunge gli archi stessi. Ed in esso spazio si accolgono varii pure in numero i polipi femminei, i quali sorgono dal tubo della costa dorsale, hanno forma obovoidea allungata, e contengono ciascuno un sol uovo. Quelli di mezzo sono più avanzati nello sviluppo, e lo sono meno invece tanto i superiori che gl'inferiori. E di fatto comincia dal mezzo la deiscenza, prima colla lacerazione e distruzione della membranella cornea, e poscia collo spezzamento e distendimento degli archi. Continuano intanto a svilupparsi i polipi femminei, si consolida e divien cornea l'esterna loro membrana, e soltanto più tardi si aprono per emetter l'uovo che contengono quando sia giunto a maturità.

L'importanza di questi fatti, varrà, io spero, a scusare il modo imperfetto in cui fossero stati esposti, ed io avrò largo compenso ai miei studii se sarà giudicato che proseguendoli ne possa derivare un qualche vantaggio alla scienza.

(*Letta il* 16 *Luglio* 1843.)

NOTA

(1) Benchè lo Steudel nella sua recente edizione del *Nomenclator botanicus* abbia escluso il genere *Listera*, pure molti botanici continuano ad ammetterlo. Non potendo quindi impiegare quel nome, propongo per designare questo nuovo genere il nome *Anisocalyx*, che il ch. Costa vorrebbe a torto sostituire al nome *Aglaophenia*. Rimarrebbe così la denominazione *Anisocalyx secundarius*, Costa, con esclusione di tutte le altre specie ch'egli riferisce al genere medesimo.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Tavola XII.

Aglaophenia Pluma. Lamx.

Fig. 1. Porzione di ramo laterale con due polipi ritirati ne' calici loro, come si vedono negli esemplari conservati nell' alcoole. Ingrandimento di 300 diametri.

A. Individuo rappresentato nella sua naturale apparenza, quale vien prodotta dalla membrana interna granulare.

a. Articolo del ramo corrispondente ad un calice polipifero.
b. Calice polipifero.
c. Sperone proveniente dalla base dell' articolo e comunicante col calice.
d. Calicetti sporgenti quali due mensole dall' articolo del ramo, in corrispondenza al margine del calice.
e. Tubo membranoso risultante di doppia membrana, una esterna continua, ed una interna granulare, il quale occupa tutta la lunghezza dell' articolo. Al suo terzo superiore offre uno strozzamento, ed altro simile spesso ne presenta al terzo inferiore.
f. Corpo del polipo.
g. I dieci tentacoli colle loro papille disposte ad anelli.
h. Organo cavo comunicante colla cavità digestiva, sporgente al lato interno del corpo del polipo.

i. Organo di aspetto glandulare, nel quale va a terminare il ramo interno del prolungamento membranoso che occupa lo sperone.

k. Organo polipiforme nel quale va a finire il ramo esterno del prolungamento suddetto.

l. Organo polipiforme ch'è in diretta comunicazione col tubo membranoso dell'articolo, ed occupa ciascuno dei due calicetti superiori.

B. Individuo rappresentato a semplici contorni, coi tentacoli spogliati delle papille, e che lascian così vedere l'interna struttura.

Fig. 2. Sviluppo successivo dei polipi terminali di un ramo onde si effettua l'allungamento del ramo stesso.

1. Rigonfiamento già pervenuto alla forma di cono rovescio coll'esterno invoglio corneo ancora aderente alla membrana interna nella parte superiore.
2. Un'area diafana, cui corrisponde un ripiegamento dell'interna membrana, indica la separazione dell'articolo dal corpo del polipo.
3. Nuova area diafana separa il corpo del polipo dalla produzione membranosa che deve occupare lo sperone.
4. La divisione sì dell'articolo che dello sperone dal corpo del polipo è ancora più manifesta.
5. L'articolo è già compiuto e presenta alla sua sommità il rigonfiamento che produrrà un nuovo polipo. L'appendice che occupa lo sperone è già molto avanzata nella sua organizzazione. Il corpo del polipo occupa intieramente il calice ed aderisce ancora alla sua parte superiore. I calicetti laterali sono ancora incompleti e chiusi.

Fig. 3. Origine laterale di un ramo. Ingrandimento di 200 diametri.

a. Articolo del tronco nel quale è già da gran tempo svanito il polipo.

b. Ramo sorto dalla sommità del calice di esso articolo.

Tavola XIII.

Fig. 1. Porzione di un ramo polipifero di *Aglaophenia Myriophyllum.* Lamx. ridotto al semplice scheletro corneo. Ingrandimento di 300 diametri.

Fig. 2. Simile porzione di *Aglaophenia elongata.* Mgh.

Fig. 3. *Monopyxis dichotoma,* Ehrenb. Porzione di scheletro ingrandita 300 volte in diametro.

Tavola XIV.

Fig. 1. Porzioncella di scheletro d' un ciglio polipifero della *Nemertesia antennina.* Lamx.

Fig. 2. Simile della *Lowenia tetrasticha.* Mgh.

Fig. 3. Simile della *Lowenia pinnata.* Mgh.

Fig. 4. Simile dell' *Anisocalyx secundarius.* Costa. Ingrandimento sempre di 300 diametri.

OSSERVAZIONI ANATOMICHE

COMPARATIVE

SULL' INTIMA STRUTTURA DELLE CARTILAGINI

DEI CONDROTTERIGI

DEL

DOTT. GIOVANNI DOMENICO NARDO

Nel fare le mie osservazioni comparative sui rapporti di conformazione fra il dermoscheletro de' pesci ed il nervoscheletro loro, ovvero scheletro propriamente detto, ebbi ad accorgermi che nuovo campo mi si offeriva ad anatomiche indagini, e che importanti differenze esistevano nell' intima struttura del sistema osseo di una stessa classe, in modo da poter determinarne tipi molto marcati e diversi.

Non avendo potuto esaminare se non un numero assai ristretto di generi, il mio lavoro riuscì limitato, e non presenta quindi la serie completa delle differenze accennate; vogliasi perciò riguardarlo come un tenue saggio delle molte ricerche che potrebbero farsi in proposito da chi fosse posto in circostanze più favorevoli delle mie; e possa questo servir di sprone a meglio approfondare le indagini sopra un argomento che non è certamente di lieve importanza.

Mi limiterò pertanto a parlare delle Cartilagini di alcuni pesci e specialmente di quelle dell' ordine de' Plagiostomi o Salachi (comprese le Chimere), che più particolarmente si distinguono col nome di Cartilaginosi.

Questi animali, la cui struttura intima nelle parti componenti lo sche-

letro sarebbe bastante per farne un gruppo assai naturale, hanno le cartilagini tessute in modo tutto loro proprio, differente affatto da quello non solo delle altre classi, ma benanche de' pesci di un ordine diverso, i quali per la mollezza dello scheletro debbonsi riguardare come Cartilaginosi.

Consiste lo scheletro de' Salachi nell' unione di pezzi tutti di analoga natura, meno i corpi diconi delle vertebre che sono di consistenza ed omogeneità ossea. Nello stato di freschezza rassomigliano alle cartilagini, ma perdono la loro forma disseccandosi, e microscopicamente osservati presentano una particolare struttura fibroso-cellulare reticolata. Tali pezzi differenti di forma, secondo l' ufficio loro, rappresentano que' corpi molli, flessibili, elastici, penetrati da parti acquose, di colore biancastro pellucido più o meno lucente o perlato, che comunemente chiamansi cartilagini.

Mentre però le cartilagini in generale mostrano una composizione omogenea in tutta la loro spessezza, specialmente nell' età giovanile, e vengono infarcite col volger del tempo da granulazioni solide (prodotto di deposizioni fosfato-calcaree in varj punti, che diventano talvolta sì numerosi da indurre la completa ossificazione della cartilagine stessa), le cartilagini dei Salachi sono invece per loro natura costantemente omogenee e di egual consistenza e sostanza nel loro interno. Esse sono però come circoscritte e coperte da una corteccia solida più o meno sottile, liscia ed uniforme da per tutto, composta di tanti piccoli pezzetti ossei quasi eguali in altezza ma di varia figura, secondo i differenti punti del corpo cartilagineo, e la differente specie dell' individuo cui appartengono. Molte volte da una tale unione risulta una superficie tessulare per lo più liscia, ma tavolta scabrosa per le elevazioni nel centro dei pezzetti accennati. Questa vedesi specialmente nelle Raje, anche ad occhio nudo, e come a scompartimenti esagonali più o meno regolari, tracciati da sottilissime linee, che segnano la congiunzione degli stessi pezzetti ossei come in un mosaico.

Sopra questa stratificazione ossea aderisce fortemente una membranella che fa le funzioni di pericondrio. Essa pare di natura fibroso-legamentosa, sembra tener più aderenti i pezzetti suindicati, e consolidarne l' unione. A questa membranella stanno attaccate le fibre tendinose e muscolari di modo

chè ne risulta robusta aderenza fra lo scheletro e la massa muscolare. Allorchè il pericondrio è in istato di freschezza, restano nascosti gli scompartimenti ossei accennati: nel disseccarsi però, rendendosi più trasparente, li lascia travedere benissimo. In tal caso, in alcuni punti della superficie, gli accennati scompartimenti tessulari esagonali si mostrano come stellette (1) aventi cinque sei o sette raggi pellucidi, longitudinalmente striati, ed assumono altre diverse apparenze a seconda della specie e della regione del corpo (negli Squali specialmente), fino a perdere una tal forma, ed a mostrarsi invece solidi, opachi, irregolarmente angolati o cinti come da una zona trasparente. Un tale fenomeno non più si osserva qualora, mediante cottura o macerazione, distrutta siasi la membranella accennata, sicchè può credersi aver esso origine dal modo d'inserzione delle fibre nella superficie degli ossetti a cui il pericondrio aderisce. Tali ossetti in fatti, perduta questa membranella per una delle accennate ragioni, non più mostransi come prima; ma appariscono invece irregolari, men lisci ed al luogo di loro congiunzione e sutura havvi una specie di solco a punti o fossette ineguali, che li circoscrive. Nei capi articolari delle varie parti componenti lo scheletro vedesi una marcata differenza in tali ossetti: essi sono irregolari, prominenti, subarbicolari in modo da produrre una superficie scabrosa; la loro natura però non cangia mai in nessuna parte del corpo. Osservati col microscopio, dopo distrutta con acido la sostanza calcarea di cui sono infarciti, e schiacciati fra due lamine di vetro, mostrano particolare struttura cellulosa-granulare, quindi diversa da quella dei corpi diconi vertebrali.

Sotto alle laminette ossee tessulari accennate, che, come dissi, circoscrivono la forma de' varj membri componenti lo scheletro, trovasi ad esse aderentissima la sostanza cartilaginea rassomigliante ad una specie di albumina fibroso-stipata, a fibre quasi impercettibili, tenace ed elastica, pellucida, di colore biancastro, talmente impregnata di parti acquose da ridursi, mediante disseccazione, a piccola quantità spesso quasi indiscernibile. In tale condizione essa rassomiglia all'Ittiocolla secca, ma, mediante immersione nell' acqua, ritorna in poco tempo allo stato primiero senza punto alterarsi. Avviene perciò che restringendosi col diseccamento un pezzo dello scheletro de'Salachi questo

non perde intieramente la forma come nei pezzi cartilaginei d'altri animali, ma assottigliasi molto, si corruga in qualche parte, cosicchè avvicinandosi le due pareti ossee circoscriventi la forma stessa, rappresentano esse una sola lamina, la quale riesce dura bensì, ma fragile, specialmente se sia distrutto il pericondrio, per la facilità che hanno, senza questo, di disgiungersi i pezzetti ossei che la compongono, quando essa si curvi.

La sostanza cartilaginea accennata non passa mai allo stato osseo, nè vien infarcita di materiale calcareo, per quanto vecchio sia l'individuo a cui appartiene; essa vedesi al più contenere sparsamente qualche granulazione della natura stessa dell'esterna corteccia, ma ciò avviene assai di rado. Sottomessa al microscopio una sottile lamina di tale sostanza mostrasi trasparente, omogenea, uniformemente stipata, dove interrotta non sia da spazj o cavità irregolari più o meno grandi, sovente comunicanti fra loro, come avviene ne' vacui d'una spugna.

Nella spessezza di tale sostanza omogenea fondamentale compariscono, in maggior o minor numero secondo la diversità della specie e la parte del corpo dell'individuo, alcune vescichette o minutissimi corpicini trasparenti più o meno rotondi od oblunghi, differenti in grandezza, e più o men distanti fra loro, i quali, nelle Raje specialmente, mostransi disposti in aggruppamenti o congerie irregolari più o meno numerose, a differente distanza fra loro, ma che tuttavia presi insieme mantengono una certa uniformità.

Osservasi pure compenetrata tale sostanza da' vasi bianchi che si diramano in varie direzioni, non in grande quantità, e sembrano internarsi in essa dal di fuori per certi forellini che rimarcansi qua e là nelle lamine tessulari quando siasi staccato il pericondrio, mediante cottura.

Non mi sono accorto che la struttura delle lamine ossee accennate, cangiasse mai in nessuna parte del corpo, e che, dopo un certo tempo, depositi calcarei unissero fra loro i piccoli pezzi che le compongono. Sembra bensì aver ciascun pezzetto in alcune specie un particolare accrescimento, per cui graduata riesce l'estensione che prende l'osso intiero, e l'aumento in grossezza delle lamine coll'avanzarsi dell'età. In altre specie però rimangono tali pezzetti quasi di eguale grandezza in ogni parte del corpo, benchè giunto

l' individuo ad una mole smisurata, e solo ingrossano le pareti accrescendosene il numero e formandosi le lamine di più strati di essi. Solo in poche circostanze avviene d' osservare, e per lo più in vecchi individui giunti a straordinaria grandezza, che il pericondrio si ossifichi lievemente come a fibrille, sicchè ne' luoghi dove ciò nasce torna difficile riconoscere superficialmente la struttura tessulare, ma apparisce invece l' osseo-fibrosa; al lato opposto della lamina conservasi però l' originaria struttura.

Osservando attentamente qualche parte secondaria dello scheletro dei Salachi in istato di prima gioventù, come sarebbero i raggi delle pinne, ovvero sia alcune lamine cartilaginee che circondano le loro branchie, o che sono poste in altre parti del corpo e tardano maggiormente a coprirsi dello strato osseo tessulare, non è difficile farsi un' idea in qual modo si formi una tal ossificazione superficiale.

Quelle parti dello scheletro che nei primi giorni della vita sono, come avviene in ogni classe di vertebrati, intieramente cartilaginee, vanno vestendosi per grado della loro ossea corteccia tessulare. Le maggiori sono le prime, le minori o secondarie vanno in seguito anch'esse in modo eguale consolidandosi. Comincia a farsi la secrezione dei corpicini ossei nel centro di ciascun pezzo dello scheletro; da principio appariscono le ossee granulazioni l'una dietro l'altra in serie come tante piccole linee, le quali o vanno ramificandosi in modo da apparire come arborizzazione, ovvero sia, il che avviene più di rado, mostransi fra loro congiunte in maniera da offrire una forma reticolare o stellare.

Tra gl' intervalli delle granulazioni accennate, sembra se ne depositino progressivamente di nuove, finchè, dal centro alla periferia, a poco a poco ne resta coperta intieramente la superficie. Nelle situazioni in cui l'attività secretoria è portata al punto da separare i materiali calcarei, vedonsi le cartilagini provvedute dei vasellini bianchi in maggior quantità, i quali sembrano destinati a quest'ufficio. Di mano in mano che le ossa vanno completandosi, i vasellini accennati diminuiscono di numero.

Le grandi natatorie pettorali delle Raje sono notevoli pei loro raggi articolati, rappresentanti colonne di corpi vertebriformi che si ramificano.

Tali corpi vertebriformi vedonsi come in embrione qualora sono ancora allo stato di cartilagine, ma allorquando trovansi coperti dallo strato osseo tessulare manifestano completamente la loro conformazione. Essi sono costituiti per ordinario da una, due, tre, quattro o cinque serie longitudinali di pezzetti ossei, secondo l'età dell'individuo, e tali serie limitate restano da un corpo articolare di analoga struttura che si articola col corpo vertebriforme successivo. Vedesi sovente invece di uno, seguirne due al corpo vertebriforme, ovvero uno dividersi in due, a mezzo la sua altezza. Ordinariariamente quelli fra' tali corpi vertebriformi che sono posti verso la periferia del pesce sono gli ultimi ad ossificarsi. Negli Squali avviene spesso altrimenti, ed i corpi cartilaginei, che costituiscono i raggi delle pinne, in vece che vertebriformi si mostrano dilatati come a ventaglio; i pezzetti ossei che li circoscrivono sono taluna volta congiunti come negli altri membri dello scheletro, tal altra si osservano in tante serie longitudinali rettamente od obbliquamente disposti.

Fra le diverse anomalie di una tale ossificazione notasi quella, specialmente negli Squali, che i corpi vertebriformi accennati invece che distinti per due superficie o lamine osseo-tessulari, si vedono convertiti in piastre o tubercoli calcarei tutti di un pezzo, analoghi in tessitura al corpo dei tubercoli cutanei spinosi propri di alcune Raje. Ciò accade specialmente nei raggi o corpi vertebriformi delle estremità di un arto.

Osservasi il caso, lo che è più rara e mirabile anomalia, che uno dei pezzi tessulari tante volte accennati, per un eccesso di sviluppo convertesi in un corpo dicono vertebriforme solido, seguito anche da altri simili come m'avvenne d'osservare in un individuo dello *Squalus mustellus* in cui vedevansi entrambe le ossa della mandibula inferiore aventi, nella loro parte media interna assai ben sviluppata, una serie simmetrica di corpi solidi diconi o pseudovertebrali. Tale osservazione è di qualche valore per lo studio della costruzione geometrica dello scheletro dei vertebrati.

Sottomettendo a lunga ebullizione uno degli ossi accennati, questo convertesi in una sorta di gelatina, che s'avvicina in alcune specie all'Ittiocolla; e disgiungonsi i pezzetti tessulari, precipitando al fondo del vaso. Invece

sottoponendolo a macerazione nell' acqua in tempo estivo, avviene più tardo lo scioglimento dei pezzetti accennati, i quali sono i primi a distaccarsi dalla cartilagine la cui dissoluzione ha luogo in seguito, lenta bensì ma completa, spandendo odore, non però molto forte, di sostanza animale in putrefazione. La chondrina contenuta in questa sorte di cartilagini risulta in quantità differente, secondo la diversità delle specie. Assoggettando a lunga ebullizione o macerazione i corpi delle vertebre, i quali sono di compazione ossea, differenti nella struttura da quelli dello scheletro solidi in ogni punto, ammolisconsi bensì un poco, ma non si sciolgono alle prove ordinarie, a meno che non si spinga il calore a quella temperatura cui non resistono le ossa più compatte (2).

Uno scheletro cartilagineo, concesso ad animali per lo più di smisurata grandezza, e di una forza di movimento superiore all' ordinario in causa della disposizione e robustezza de' muscolari loro, sembrerebbe meno opportuno; ma la provvida natura concorse anzi ad ottener più completamente, in tal modo, il proprio fine, giacchè uno scheletro del tutto osseo sarebbesi certamente meno prestato alla forza e rapidità di movimenti tanto svariati, come sono quelli dei Salachi, e la sola struttura osseo-cartilaginea descritta, poteva per pieghevolezza ed elasticità corrispondere intieramente al necessario ufficio, lasciando più libero in pari tempo quel continuo incremento ch' è proprio di tal sorta di animali. La colonna vertebrale d' altronde, come asse principale dello scheletro e fulcro di ogni movimento, è composta da una serie di dischi di struttura che più all' ossea fibrosa s' avvicina, e con tale geometrica industria conformati e disposti, e così ben congiunti e sorretti con vesti legamentose, da render possibile una grande resistenza.

Mi riservo discorrere in altra occasione sull' osteogenesi comparata dei Salachi e di dar più esatta spiegazione di alcuni punti, che ora toccai soltanto di volo, essendo stato mio solo scopo di far conoscere come a torto siasi dagli Anatomici trascurato un così importante argomento.

In fatti io non trovo nelle più reputate opere di Anatomia comparata, come in quelle di Cuvier, Blainville, Carus, e Mekel, il più piccolo indizio ch' essi abbiano conosciuta la singolare struttura delle cartilagini de' Salachi

da me descritta. E che ciò sia avvenuto posteriormente devo confessare non essere a mia cognizione(3).

Dirò bensì che lo Stenone fino dal 1667, facendo l'anatomia della testa di un cane carcaria, erasi accorto che *Ossium vice Cartilago erat cujus substantia exterior dura admodum erat et opaca, interior vero mollis, transparens et vasis sanguineis refecta. Perpulchrum erat purpureorum arborum in hoc pellucido corpore spectaculum* etc.

Nulla di più però scrisse su tal proposito malgrado che abbia così bene trattate altre parti dell'anatomia delle Raje, i pezzi del cui scheletro, se li avesse esaminati, gli avrebbero certamente presentato non differente struttura da quella osservata nella testa del cane carcaria. A me non fu dato ancora di osservare, come lo Stenone, diramazioni sanguigne internarsi nella sostanza cartilaginea, ma è probabile che ciò avvenga in qualche individuo di smisurata grandezza.

Nell'anno 1792 il D.r Giovanni Federico Hermann nella Dissertazione inaugurale intitolata: *Observationes et anecdota ex Osteologia comparata*, descrisse a pag. 33, benchè incompletamente, la composizione delle ossa di una Razza com'egli scrive, *memorabilis et sine exemplo.* Avendo probabilmente avuto sott'occhio soltanto uno scheletro secco, egli riconobbe i soli pezzetti tessulari formanti l'esterna corteccia, e non si accorse della cartilagine interna di cui essa dovea considerarsi l'involucro.

Ma come gli Anatomici posteriori aveano obbliato il cenno fatto dallo Stenone, altrettanto accadde di ciò che scrisse il D.r Hermann nella sua Dissertazione, la quale forse, e perchè poco diffusa, e per la morte dell'Autore avvenuta un anno dopo, sfuggì all'occhio altrui e venne posta in obblio.

Il celebre Mascagni nel suo Prodromo della grande Anatomia vol. II, pag. 63, ediz. II, Milano 1821, fa osservare che in alcune qualità di pesci mancanti di ossa si trova la sostanza cartilaginea farne le veci, come per esempio nelle diverse specie di Razze e negli Squali, tra cui annovera il pesce Cane. In uno di questi, del peso di 4000 libbre, egli scrive di aver osservato la cavità del cranio e della colonna vertebrale, circondata da cartilagini di una considerevol grossezza che era coperta da un pericondrio, il

quale presentava una lucentezza analoga a quella delle sostanze tendinose, ed in seguito di questa specie di pericondrio vedevasi altra sottilissima sostanza di una durezza consimile a quella delle ossa, le quali manifestavano simile anche la struttura delle membrane che coprono le sostanze cartilaginee.

Può riconoscersi da ciò non aver il Mascagni veduto in tal argomento più in là dello Stenone, e non essersi accorto neppur esso della struttura tessulare della sostanza ossea che avea riconosciuto coprire la superficie delle cartilagini della testa del pesce Cane da esso osservata.

Non conosco altri oltre gli autori accennati, che abbiano avuto occasione di osservare la struttura delle parti componenti lo scheletro de'Salachi o che siensi occupati nell' indagar l' intima struttura delle loro cartilagini. Almeno ciò mi è d' uopo dedurre dal vedere che gli autori recenti di Anatomia comparata nulla aggiungono di particolare in tal proposito, e sembrano aver ignorato o non aver fatto gran conto di quanto dettarono i pochi autori da me citati.

Ma che l'argomento sia d'importanza maggiore di quello che sembri a prima vista, siane prova il vedere come non bene apporrebbesi chi partendo solo dall' analogia facesse base delle proprie divisioni ittiologiche la particolare struttura delle ossa componenti lo scheletro de' pesci quale è finora conosciuta.

In fatti per la mancanza di studii particolari sull' intima differenza che passa fra lo scheletro cartilagineo dei Salachi e quello degli Storioniani, si credette dagli autori anche più moderni poter riguardarsene come identica la struttura. Quinci il Cuvier ravvicina le Chimere agli Storioni e mantiene questi coi Salachi e coi Ciclostomi in una medesima divisione; quindi il Latreille, nella sua opera *Familles naturelles du règne animal* ec. scrive parlando degli *Storioniani:* rassomigliar essi ai pesci cartilaginosi od *Ittioderi* per la consistenza e la composizione del loro scheletro, e l' autorità di tali autori condusse ad abbracciare questa opinione anche il principe di Canino (4), il quale, nella sua recente classificazione de' pesci, attribuì uno scheletro cartilagineo granuloso tanto ai *Plagiostomi* ossia Salachi ed Olocefali, come ai *Micrognathi* o Storioni, mentre la osservazione mostra esserne essenziale la differenza.

Nei Salachi i pezzi componenti lo scheletro hanno la struttura che anteriormente accennai. Gli Storioni la hanno invece di un tipo affatto diverso. Ancorchè vogliasi trovar una qualche rassomiglianza nella sostanza cartilaginea propriamente detta, che pure attentamente esaminata mostra differenze importanti, basta nondimeno a marcarne la distinzione, l' essere le Cartilagini degli Storioni per la maggior parte nude ovvero prive della corteccia ossea tessulare riscontrata nei Salachi. Se avviene poi il caso che taluna delle varie cartilagini, locchè osservasi più facilmente negli archi costali, si vada coll' età ossificando, una tale ossificazione non avviene, come nei Salachi per secrezione di granellini o pezzetti contigui tessulari, ma mostrasi invece come una veste continua di apparenza osseo-fibrosa, superficiale, compatta, della natura stessa dell'osso della testa che forma costantemente la base del loro cranio e sostiene la parte cartilaginosa di esso. Non è vero poi che il cranio degli Storioni sia suturato, poichè non presenta suture in alcuna parte. Apparisce bensì suturata la testa esternamente al luogo di congiunzione delle varie lamine o scudi ossei che la vestono, ma una tal veste non appartiene al cranio, bensì al sistema dermico, e fa soltanto l' ufficio di tegumento. Differente è pure la struttura delle vertebre degli Storioni da quella dei Salachi, sicchè pegli esposti e per altri caratteri, devonsi considerare le cartilagini de' Salachi e quelle degli Storioni come spettanti a due tipi affatto diversi. Le cartilagini dei Ciclostomi si avvicinano molto nell' intima loro struttura a quelle degli Storioni, ma mostrano un grado maggiore d' imperfezione: esse ossificano più di rado e quando avviene tale ossificazione si fa essa pure superficiale nei processi costali e spinosi, specialmente nel modo descritto parlando degli Storioni.

Un altro tipo ben differente di cartilagine dei pesci osservasi nell'*Orthragoriscus Mola*. In questo lo scheletro è fibroso cartilagineo di contessitura particolare la quale descriverò altra volta, in uno speciale lavoro che sto completando, sull' intima struttura comparata delle parti solide de' vertebrati : lavoro di cui con quanto esposi intendo aver dato un semplice saggio.

(*Letta il* 20 *Aprile* 1843.)

NOTE

(1) Forse sono questi i corpuscoli ossei ed i canalicoli che ne partono che credette aver scoperti E. Mayer (V. Fronsep Neue notizen n. 5.)

(2) Non abbiamo ancora un' accurata analisi comparativa delle Cartilagini de' Salachi e d' altri Condrotterigi. Per istituirla colla dovuta esattezza è necessario premettere un' analisi meccanica, ciò che non fu fatto fino ad ora, cioè devonsi esaminare separatamente i corpi diconi vertebrali, le Cartilagini intervertebrali, la corda vertebrale, la corteccia tessulare e la sostanza cartilaginea interna che da essa vien circoscritta.

(3) Il Cuvier nella sua *Hist. Nat. des Poissons*, *Vol. I*, si limita ad accennare soltanto quanto segue.

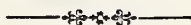
» I Condrotterigi non hanno vere ossa: le loro parti dure consistono internamente in una cartilagine omo-« genea e semitrasparente che soltanto alla sua superficie si riveste nelle Raje e negli Squali d'uno strato di pic-« coli granellini opachi e calcarei serrati gli uni contro gli altri ; ma che nelle Lamprede non ha neppure questo « inviluppo, e che alla fine trovasi assolutamente membranosa negli Ammoceti. « Lo Storione e la Chimera par-« tecipano fino a un certo punto relativamente alla loro spina, di questa mollezza della Lampreda, ma il primo ha « molte ossa della sua testa e della spalla, o almeno una lamina della loro superficie compiutamente indurite « ed ossificate. » Nel mentre vedesi da questi pochi cenni non esser intieramente sfuggita al detto chiarissimo Autore la struttura delle cartilagini de' Salachi, dà meraviglia come ravvicini la struttura delle cartilagini dello Storione e della Chimera a quelle della Lampreda, mentre la Chimera su tal punto non differisce dagli Squali e dalle Raje, e quindi s' allontana molto dagli Storioni e dalle Lamprede.

(4) Dopo conosciute queste mie osservazioni ch' io avea comunicate al Congresso scientifico di Torino nell'anno 1840, il Principe di Canino allora Presidente della Sezione Zoologica rettificò in una posteriore edizione del suo *Prodromus* quanto avea asserito sulla fede dei naturalisti francesi, e lo stesso fece relativamente alla pretesa sutura del cranio degli Storioni.

ESAME

DI ALCUNI FATTI GEOLOGICI GIUDICATI DA TALUNO CONDUCENTI A DIMOSTRARE L'INVARIABILITA' DEL LIVELLO DEL MARE

DEL

PROF. ANGELO ZENDRINI

. . . . vidi factas ex aequore terras;
Et procul a pelago conchae jacuere marinae:
Ovidii, Metamorph. lib. XV.

È già da lungo tempo che tra geologi si agita la quistione se avvenuta sia od avvenga variazione alcuna di livello nelle acque del mare. Sembrerebbe a prima giunta che in tale indagine non dovesse esservi discrepanza d' opinione, dipendendo il conoscimento di essa dalle osservazioni di un fatto che per legge idraulica deve in tutti i luoghi limitrofi al mare palesarsi il medesimo, tranne quelli, nei quali particolari fenomeni geologici mettano ostacolo al suo riconoscimento. E pure non è così, ed anzi ne fe' nascere tre opposte sentenze, giudicando alcuni invariabile, altri che s' abbassi, ed altri infine che s' alzi esso livello. Ognuna di queste contrarie opinioni pretende di avere in appoggio fatti incontrastabili ed osservazioni le più accurate; e ciò che riesce ancora più singolare si è, che nel luogo stesso, in cui i partigiani dell' abbassamento trovano decrescere il livello, i difensori di opposta sentenza scorgono che è invariabile. Ciò avvenne nel Baltico dove Celsio e Linneo giudicavano essersi abbassato di 4 o 5 piedi per secolo il suo livello, all' opposto Kalm e Deluc trovavano che lo manteneva da più secoli costante ed invariabile.

A rendere ragione di così diversi giudizii, non si saprebbe ad altro attribuirli fuorchè alla preoccupazione per qualche sistema favorente più una che un' altra sentenza; preoccupazione la quale è sempre impedimento a ben discernere il vero, conduce a travedere, e come è produttrice d' innumerevoli tristi effetti nel mondo morale, così nel letterario e scientifico è cagione assai spesso d' interminabili dispute ostinate (1).

Recentemente il conte D. Paoli col lodevole intendimento, per quanto appare, di por fine a tale controversia pubblicò un' assai erudita opera che ha per titolo: *Del sollevamento e dell' avvallamento di alcuni terreni*. Pesaro 1838. Dalla esposizione di questi avvallamenti e sollevamenti di terreni, e dagli effetti che li seguitarono nei mari in cui accaddero, il conte Paoli crede di dover conchiudere col Deluc e col Kalm la invariabilità di livello delle acque dei mari. Anzi egli avvisa che tale questione abbia avuto origine dal non aversi tenuto conto di questi due fatti geologici. Innanzi di entrare in un esame più accurato delle conseguenze ch' egli trae da essi, io mi permetterò di chiedere se abbiavi contraddizione nell' ammettere che in alcune parti della nostra terra accadano degli avvallamenti e dei sollevamenti di terreni, e ritenere nel medesimo tempo che il livello del mare sia costretto ad elevarsi.

Come si ammettano le cause per cui il livello delle acque del mare deve innalzarsi, gli avvallamenti dei terreni accaduti in alcune parti di questa nostra terra, non potranno servire di eccezione a quell' alzamento, se non supponendo ch' essi sieno di tal natura da compensare all' acqua del mare quello spazio che essa perdeva in grazia delle cause che avrebbono prodotto il suo alzamento : onde ne avverrebbe quella compensazione che immaginò il Buffon e che viene dallo stesso conte Paoli negata.

Quanto poi agl' innalzamenti di terreni, questi in verun modo possono produrre alcun compenso, poichè, o i terreni innalzati sono quegli stessi che prima del loro innalzamento soprastavano al mare, o sono nuovi terreni sortiti dal mare: nel primo caso non influiscono punto nè all' alzamento nè all' abbassamento del livello del mare ; nel secondo caso poi concorrono con quella causa primaria cui si attribuisce il necessario suo alzamento di livello.

Le cause produttrici l'alzamento di livello del mare sono innanzi a tutto le materie trasportate dai fiumi nel mare stesso, le quali vengono in gran parte arrestate lungo le sponde di esso, e parte vanno a deporsi nel suo fondo, con che prolungandosi i continenti ed elevandosi il fondo dei mari, i bacini di questi, renduti più ristretti e meno profondi, perdono la capacità necessaria a contenere le acque, e sono esse perciò costrette ad elevarsi. Di questi interrimenti abbiamo prove solenni anche presso di noi prodotte da fiumi che a petto ai maggiori sembrerebbero da non calcolarsi.

In fatti a tutti son noti gl' interrimenti della laguna di Brondolo recativi dai fiumi in essa portati, cioè particolarmente dal Brenta e dal Bacchiglione, interrimenti che produssero estesissime campagne coltivate, in quel luogo stesso ch' era prima occupato dalle acque di quell' estuario, sicchè a tale stato venne esso ridotto da rendersi incapace di accogliere le acque di que' due fiumi. Che diremo poi degl' interrimenti prodotti dal gran fiume Po, del quale nel 1556 fu trovato dagli ingegneri essersi in soli 30 anni prolungata la linea di 10 miglia in mare (2), di quel Po che unito a suoi influenti valse a rendere solido terreno coltivabile la Vallata Padana, che prima era in gran parte occupata dalle acque del mare; onde a me pare che non sia poi da dileggiarsi l' opinione espressa dal Sabbadino che le nostre lagune si estendessero un tempo agli Apennini ed alle Alpi, stantechè ritenendosi l' opinione di alcuni geologi che in tempi antistorici il mare occupasse quei terreni, è forza conchiudere che sin là arrivassero le lagune che sono, per così dire, una fasi per cui deve passare un tratto di mare prima di giugnere allo stato di terreno solido.

La prolungazione di continenti causata dalla prolungazione della linea de' fiumi in mare, è una verità così riconosciuta da tutti i fisici che l' arrestarsi molto a provarla colla dimostrazione de' fatti che presentano i grandi fiumi, siccome il Nilo nel Mediterraneo e gli altri maggiori dell' America e dell' Asia, sarebbe inutile narrazione. Tuttavia mi permetterò di accennare come singolarissimo interrimento quello che viene portato dal Fiume Giallo nel mare, che ottenne il medesimo nome, descritto dal Barrow nel viaggio alla China di Lord Macartney. Secondo le sue osservazioni, se tutta la ma-

teria tragittata da quel fiume nel mare si accumulasse in un solo luogo, essa varrebbe a formare nel corso di 70 giorni un'isola, che alzandosi dal fondo di esso mare, calcolato di 120 piedi di profondità, sino alla sua superficie avrebbe l'ampiezza di un miglio quadrato.

A questa potentissima causa del restringimento dei bacini che contengono le acque del mare e del contemporaneo alzamento del suo fondo devesi aggiungere quella dell'apparizione di nuove isole dal mare stesso sollevatesi. Di queste isole parla lo stesso sig. Paoli, ed oltre a queste ricorda alzamenti del fondo del mare stesso, talmentechè in alcuni luoghi dove i navigli poteano correre liberamente, ora sono bassi fondi impraticabili. Tali sono quelli ricordati dall'autore nella parte in cui tratta dei sollevamenti di terreni.

Ora dagli effetti prodotti sulle acque del mare da tali sollevamenti di terreni non si potrà mai dedurre la invariabilità del livello di esse acque. Imperocchè, siccome egli stesso avvisa, a cagione dei predetti sollevamenti il mare si è ritirato. Con questo ritiro il mare non fe' altro che cedere uno spazio che le sue acque occupavano, al corpo solido che vi è sottentrato. Quantunque dai sollevamenti dei terreni piccolissimo spazio siasi tolto alle acque del mare, e per conseguenza ristretto di piccolissima parte il suo bacino, tuttavia per quanto insensibile alzamento di livello possa essere accaduto per tale ristringimento, non potranno mai valere i sollevamenti dei terreni a provare l'invariabilità di esso livello.

Quanto agli avvallamenti poi, come si è detto, non possono essere conducenti neppure essi a provare la pretesa invariabilità, se non nel caso che quanto perde di spazio il mare in grazia dei sollevamenti di terreni, tanto ne acquisti per i loro avvallamenti. Ma questa è una ipotesi da provarsi difficilmente, e quando pure si giugnesse a provarla non varrebbe ad annullare la causa per cui si ritiene da alcuni necessario l'alzamento progressivo del livello del mare.

È poi degno di osservazione il mezzo usato dal conte Paoli per confutare le osservazioni fattesi in parecchi luoghi, non solo nell'Adriatico, ma anche altrove del progressivo alzamento del mare. Egli al contrario asserisce che

in quei luoghi sono accaduti degli avvallamenti, e la prova sta nella sua semplice asserzione, avvalorata tutt' al più da osservazioni di avvallamenti nati in alcuni altri luoghi. Dimando io anzi tutto se dal particolare al generale sia legittima la conseguenza? E siccome egli ritiene che da per tutto dove si osservano le predette variazioni di livello del mare debba essere accaduto un avvallamento, come si potrà, ciò essendo, mediante le osservazioni locali, diffinire questa controversia, se non si può assegnare un punto stabilmente fermo sulla superficie terrestre su cui riscontrare, o lo stato permanente, o le successive variazioni di livello che potessero accadere nel mare? Sarà mestieri pertanto cercare se vi sia qualche altro fatto geologico in cui tutti convengano, il quale condur possa a siffatta conoscenza. E quest' è il prolungamento della linea dei fiumi nel mare, ed i continui interrimenti che per esso vi vengono portati. Verità riconosciuta dallo stesso conte Paoli con queste parole (3). « In vero pel continuo trasporto che i fiumi fanno di materie » che vanno a depositarsi ne' mari sembra che il bacino di questi abbia a » colmarsi; per la qual cosa facendosi sempre minore la sua capacità, e sup- » posta invariabile la somma delle acque, il loro livello dovrebbe ovunque » farsi necessariamente più alto. Nè una tale considerazione sfuggiva a Poli- » bio, il quale nel luogo già citato di sopra (*Hist. lib. IV, n.° 12*) è portato » a credere che la palude Meotide e il Mar Nero o Ponto Eusino abbiano col- » l' andare dei secoli a colmarsi del tutto. Vedendosi però che questo col- » marsi dei mari non accade, conviene che da noi si creda che nelle forze » che governano le cose terrestri esista un qualche compenso ignoto a » noi, il quale renda nullo o bilanci un tale effetto » (pag. 121).

Potrà forse recar sorpresa che per convincere di erroneo l' alzamento di livello del mare si adduca il non essersi colmati i mari. Risponderò al conte Paoli facendogli osservare solamente che sebbene il Barrow, come abbiamo notato di sopra, calcolasse che nel corso di 70 giorni se tutte le materie tragittate dal Fiume Giallo nel mare dello stesso nome fossero raccolte insieme formerebbero un' isola di un miglio quadrato, la quale per la profondità di 120 piedi si alzerebbe sopra il pelo di quelle acque, calcola parimente che a rendere colmato quel mare dovrebbero correre 24,000 anni. Però la predizione

di Polibio potrebbe avverarsi, non dicendosi altro da lui fuorchè verrà un giorno che il fondo del Ponto Eusino e della Meotide si agguaglierà alla superficie della terra, siccome anche poi pretende di riconoscere l'Astruc, la cui opinione è riportata dallo stesso conte Paoli.

Non posso ommettere tuttavia di far osservare che se il livello del mare si va alzando, rendesi parimente più alto qua e là il suolo terrestre indipendentemente da ogni fenomeno geologico: s'alzano cioè specialmente le pianure maremmane per le alluvioni; s'alzano le campagne per le materie vegetabili ed animali che vanno sfacendosi; e finalmente s'elevano i siti più popolosi ed abitati per le macerie che vanno sovrapponendosi le une alle altre.

Di questo incremento del suolo s'hanno ovunque evidentissime prove, le quali sarebbe inutile riferire. Tuttavia non voglio tralasciare di notare alcuni fatti che riguardano alla condizione del suolo vicino a noi, e specialmente a quello della città di Padova. Riferisce il Noale nell'opera da lui pubblicata nel 1827 col titolo d'*Illustrazione archeologica dell'antichissimo tempio scoperto in Padova nell'anno* 1812, che in uno scavo colà fatto nel detto anno il lastricato a piedi di una scopertavi colonna esisteva a cinque metri circa sotto il piano stradale della Chiesa di S. Marco, ora *Dispensa tabacchi.* A questa osservazione aggiugne ancora le seguenti; nel 1764 scavando le fondamenta della Chiesa di S. Giobbe per testimonianza del Rossetti *(Descrizione delle Pitture ecc. di Padova)*, a metri 4.45 circa sotto il piano stradale d'allora più basso del presente, si trovarono frammenti architettonici. Nell'anno 1815, escavato il pozzo dell'antico *Collegio dei mercanti* volgarmente la *Garzarìa*, alla profondità di metri 4 circa si trovarono ceneri, carboni, rottami di antiche macerie di buona forma; ed alla profondità di metri 7 circa si scoprì un selciato di grandi macigni in più parti solcato da ruote di carri; ed alquanto più basso del detto selciato si trovò uno strato di alluvione fluviale. Nel 1819 nello scavare la ghiacciaja Pedrocchi si trovarono macerie antiche ed un lastricato di quadri di macigno al livello del lastricato ritrovato nel primo scavo del 1812. Ora per avere un dato approssimativo che indichi a qual profondità sotto l'attuale si trovasse l'antico livello di Padova, gioverà prendere il medio di tutte quelle profondità, alle quali,

secondo la relazione del Noale, si è trovato quell'antico suolo. Questo medio è di metri 5.11 sotto l'attuale superficie, la quale nelle sue vicinanze ai numerosi canali che la intersecano non oltrepassa l'altezza di metri 4.24 sopra la magra dei fiumi; e non ha forse che qualche punto isolato e centrale alquanto più alto; e per conseguenza l'antico suolo di Padova resterebbe ora nella generalità metri 0.87 sotto il pelo magro dell'acqua, e però sempre tutto, o quasi tutto, inondato (4).

Ma la condizione del corso attuale dei fiumi Brenta e Bacchiglione mostra altresì che il loro fondo si è elevato. Ora, secondo le dottrine stesse del conte Paoli d'accordo col Brocchi (pag. 36, 120), l'alzamento del livello dei fiumi indica quello del mare. È ben vero che egli soggiugne *ossia dell' abbassamento delle sue coste,* ma quale prova potrà dare egli che queste siensi abbassate anzichè il mare elevato? e quale singolare proprietà del fondo dei fiumi sarà quella di non essersi abbassato parimente pur esso? oltre di che se si fossero abbassate le coste elevandosi il fondo del fiume, e per conseguenza anche il livello del mare, ne sarebbono esse sommerse. Fatto sta che il fondo dei fiumi si eleva, e si eleva pure il livello del mare, ma se la superficie dei continenti vicini non ne è perciò inondata, vuol dire che essa ebbe una prevalenza maggiore, e che essa parimenti si è elevata; onde vediamo che laddove per alcune cause particolari l'elevazione non ne fu proporzionata, il mare sommerge quelle parti, come si scorge dalle osservazioni del Fortis fatte ne' suoi viaggi in Dalmazia, e già riferite dallo stesso sig. Paoli.

Ci porge ancora un' altra prova di tale incremento terrestre il nostro celebre Temanza nella sua Dissertazione sull'isola di S. Ilario: riferisce egli che scavandosi nel 1756 alcuni canali sulla destra di Lizza Fusina ove nel nono secolo fu fondata l'Abbadia di S. Ilario, quasi sui margini della laguna, si disotterrarono varie anticaglie, delle quali facendo la descrizione, accenna essersi scoperti non solo degl'indizii di un cimitero di Gentili, ma altresì un ammattonato, di cui fatta la livellazione in confronto del *comune delle lagune* lo trovò più basso di once 30, ossia metri 0.88.

Se, come abbiamo mostrato, il suolo attuale di Padova trovasi elevato di parecchi metri sopra l'antico, non è egli a sospettare che una simile vi-

cenda subisse Marsiglia, che il nostro autore, riferendosi alle attestazioni del Delametheric e del Malte-Brun, senza indicarci però dal confronto di qual segnale antico abbianlo dedotto, pretende conservare dopo 24 secoli dalla sua fondazione il medesimo livello rispetto al mare? Come non può essersi elevato il suo suolo dopo tante rivoluzioni a cui andò soggetta, e dopo che de' suoi celebri monumenti antichi, de' quali parla Strabone, non è dato di più riconoscere traccia? Però, se come ogni ragione conduce a pensare che il suolo attuale di Marsiglia trovisi di molto elevato sopra l'antico, quand' anche si potesse provare che il livello del mare è distante dalla sommità di quel suolo quanto lo era in antico, ciò in luogo di dimostrare l'invariabilità di quel livello proverebbe anzi che esso si è elevato. Le stesse considerazioni valgono per gli altri porti di Genova, ecc., e per le altre città di antica fondazione in riva al mare, le quali sono ricordate dal sig. Paoli deferendo a quanto dice il Malte-Brun.

Nè forza alcuna può avere parimenti a provare l'invariabilità del livello del mare, la osservazione fatta dal Danville, il quale avendo preso per base delle sue osservazioni ciò che Cesare registrava ne' suoi Commentarj della distanza del mare dal punto di separazione del Reno dal braccio suo che prende il nome di Vahal, e di quello in cui il Reno medesimo si confonde colla Mosa, trovò questa distanza perfettamente conforme colla posizione attuale dei punti medesimi. Innanzi a tutto osserverò che il trovarsi la medesima distanza tra questo braccio del Reno ed il mare nulla prova a favore dell' invariabilità di livello, come sembra pretendere il sig. Paoli, ben diversa cosa essendo la distanza orizzontale da un punto della superficie terrestre al mare, da quella dell' altezza del suolo sopra il mare medesimo. Questa osservazione del Danville, supponendola esatta, varrebbe solo a dimostrare che il Vahal nel corso di due mille anni non prolungò la sua linea in mare, nè portò interrimenti di sorta alcuna sulle sue coste, i quali ne lo avrebbero allontanato, di che non è facile persuadersi.

Che le strade poi romane che conducevano nelle città marittime del Belgio si trovino ancora prossime al mare, non può certamente addursi in prova della inalterabilità del livello delle acque marine; poichè le strade romane

erano sopra i bassi fondi fabbricate a guisa d' argini, e quindi crescendo anche il livello del mare, esse, anzichè allontanarsi da esso, sarebbono venute ad approssimarvisi. Che le strade romane a guisa d' argini si elevassero sopra il suolo paludoso ad esse circostante, oltre a quanto sappiamo intorno alla via Appia, abbiamo solenne riprova nella strada Emilia, le cui traccie sono riconoscibili al presente in parecchi luoghi, tra gli altri nella villa di Campalto, un tempo S. Martino di Strata, per il quale passava, dove essa si trova elevata tuttavia sopra i terreni coltivati adiacenti: passava ancora presso il così detto *Cavergnago*, che era un seno della laguna a cui approdavano le barche pagando una tassa al Vescovo di Treviso, e che nel medio evo chiamavasi *ad portum.* Ora questo sito detto Cavergnago è cambiato in praterie per le alluvioni del fiumicello Marzenego che colà sboccava in laguna. I terreni dunque prossimi alla strada Emilia sonosi certamente alzati di molto, e ciò nondimeno la strada Emilia in parte sovrasta ad essi. È pertanto degno d'osservazione che il conte Paoli non fa mai parola di ciò che dee succedere a motivo della elevazione della superficie terrestre per la soprapposizione di nuove materie, la quale abbiamo dimostrato come debbasi riconoscere da per tutto, e molto grande in alcuni luoghi particolari.

La città di Venezia per la singolare sua posizione, per le circostanze sue naturali e per quelle che le furono procurate dalla saviezza delle venete leggi, che allontanando il corso dei fiumi dalle sue lagune la sottrassero alla vicenda delle alluvioni, cui soggiacquero tante altre città di terra-ferma, la città di Venezia può riguardarsi, a mio credere, meglio che ogni altro sito qual punto fermo a cui riferire le variazioni che possono accadere nel livello delle acque dei mari. Ond' è che dal Manfredi e da Bernardino Zendrini la facciata del Palazzo Ducale riguardante il così detto *Rio di Palazzo* fu ritenuta come irrefragabile documento dello alzarsi di esso livello, ed io con queste osservazioni in un mio scritto intitolato: *Nuove ricerche*, ecc., stampato nel Vol. II delle Memorie dell' Istituto Lombardo-Veneto, ho cercato di determinare la sua quantità secolare di elevazione. A dir vero, fa meraviglia che il conte Paoli ommetta di parlare delle osservazioni predette, egli, che fa menzione di Ravenna e di altri luoghi in cui si manifesta tale alzamento e ritiene

come assolutamente dimostrato che quella scaletta scoperta a metri 2.608 sotto l' ordinaria alta marea presso l' isola di S. Giorgio Maggiore, di cui resi conto nella mia Memoria citata di sopra, indichi soltanto un avvallamento di terreno (5).

Risponderà forse il conte Paoli che tale apparenza di alzamento di livello del mare sulla mentovata facciata e su tutta Venezia, sia effetto di quel lento avvallamento che secondo lui succede da per tutto dove tale fenomeno si riscontra. È però cosa assai difficile da ammettersi che per quanto lento sia tale avvallamento le fabbriche soprastanti non diano alcun segnale di alterazione, come ho fatto notare nella detta mia Memoria parlando della banchetta che trovasi senza alcuna fenditura ed a perfetto livello commessa nel muro della facciata del Palazzo Ducale, la quale risguarda il *Rio di palazzo.* Il lento avvallarsi di cui si serve il conte Paoli è supposizione gratuita, nè in verun modo provata.

Sorprende poi quanto egli scrive alla pag. 122, che le acque del Baltico cioè vadano abbassandosi. Come può egli conciliare la legge idraulica dei tubi comunicanti per cui le acque in essi contenute devono comporsi tutte ad un medesimo livello; come potrà dico conciliare ciò con la sua dottrina dell' invariabilità del livello de' mari e con l' abbassamento dell' acque del Baltico? Non oso pensare ch' egli giudichi poter essere il Baltico una eccezione a quella legge generale, nè vorrò parimenti credere ch' egli con nuova ed assai strana antifrasi abbia inteso di accennare al sollevamento di alcuni terreni osservato lungo le coste di quel mare, del quale fenomeno fa egli distesamente menzione in questa sua opera. Nè molta esattezza io trovo nell' uso suo di chiamare ritiro del mare quello che succede in grazia degli interrimenti che si fanno sulle coste, il quale deesi dire di colà respinto, locchè lascia luogo a conoscere chiaramente che esso non si è abbassato. Ma egli adottò piuttosto il verbo *ritirarsi* anzichè quello di *respingere* siccome più confacente al sistema da lui sostenuto.

Non potendo negare il conte Paoli che pegl' interrimenti portati dai fiumi nel mare il suo livello dovrebbe elevarsi, a togliere questa difficoltà, che infirmerebbe la sentenza da lui adottata della invariabilità del livello dei

mari, dice, come abbiamo riferito innanzi, *conviene da noi si creda che nelle forze che governano le cose terrestri esista un qualche compenso ignoto a noi, il quale renda nullo o bilanci un tale effetto.* Nessuno potrà negare certamente che a togliere l'effetto sopraddetto cagionato dagl'interrimenti dei fiumi altro non ve ne possa essere, se non se (in qualunque modo poi si voglia che ciò accada) la sottrazione di quella quantità d'acqua che pei detti interrimenti necessariamente ne leverebbe il livello. E siccome la causa produttrice quest'interrimenti è costantemente operativa, così la sottrazione sarebbe progressiva, che è quanto dire la diminuzione progressiva delle acque dei mari; opinione questa non ammessa da' più assennati geologi e rigettata pure dal conte Paoli.

Nè ciò basterebbe affinchè si potesse ammettere la pretesa invariabilità di livello del mare, ma converebbe altresì che essa diminuzione fosse esattamente uguale alla quantità d'acqua per cui il detto livello si aumenterebbe a cagione degl'interrimenti del fondo del mare, e del prolungamento delle sue sponde; ed inoltre sarebbe mestieri ancora che tale diminuzione fosse contemporanea alla stessa elevazione, la qual cosa non credo che alcuno seriamente vorrà immaginare che succeder possa.

Da quanto si è discorso sin'ora consegue:

1.° Che gli avvallamenti ed i sollevamenti di terreni accaduti in alcuni luoghi non possono in alcun modo far prova della invariabilità del livello del mare, e che riguardo poi ai sollevamenti dei terreni essi varrebbono invece a provare il contrario.

2.° Anzichè pretendere col conte Paoli che le discrepanti opinioni intorno al livello del mare sieno insorte per non aver dato il dovuto valore ai sollevamenti ed agli avvallamenti dei terreni, doversi all'opposto dire che l'essersi attribuita troppo estesa significanza ad apparenti anomalie osservate in alcuni particolari luoghi, prodotte da que'fenomeni geologici, e l'averne generalizzato le conseguenze, diede origine a così stranamente contrarie opinioni.

3.° Che arbitraria supposizione è l'asserire che vannosi avvallando lentamente alcuni terreni, nei quali d'altronde non vi ha alcun indizio di avval-

lamento se non l' alzarsi di livello delle acque, e che tale supposizione non potrebbe aver luogo se non qualora fosse provato che tutta la crosta terrestre ne vada soggetta.

4.° Che avendo luogo tale supposizione ogni osservazione locale per verificare la invariabilità di esso livello sarebbe vana non potendosi assegnare un punto fermo a cui riferirne le possibili variazioni.

5.° Che il trascurare l' incremento della superficie terrestre per soprapposizione di altre materie, conduce ad erronee conseguenze nell' esame del livello del mare rapporto ad alcune particolari località.

6.° Che gl' interrimenti recati dai fiumi nel mare colmandone il fondo e restringendone i bacini, dovendo necessariamente far elevare il livello delle acque, il ricorrere alle forze della natura siccome atte ad impedire questo alzamento, egli è ammettere la supposizione che le acque del mare vadano progressivamente diminuendo.

7.° Che non potendosi ammettere tale supposizione è d' uopo convenire che il livello dei mari vada progressivamente aumentando.

(Letto il 26 Novembre 1843)

NOTE

(1) Egli è vero che posteriori osservazioni raccolte e confermate dal sig. Lyell (*Transazioni filosofiche del* 1835) sembrano mettere fuori di ogni dubbio, che nella Svezia e nelle isole del golfo di Botnia il suolo rispetto al mare vada elevandosi in alcuni luoghi, ed in altri abbassandosi, e non da per tutto nella stessa misura, con che sarebbero in certo modo giustificate le accennate opposte sentenze; ma questi fatti, per quanto sieno importanti, non possono in alcun modo essere assunti a provare l'invariabilità assoluta del livello del mare, per le ragioni che ho addotto e sviluppato nella mia Memoria.

(2) B. Zendrini. *Memorie Storiche.* Vol. I, pag. 247.

(3) Se questa verità avesse bisogno di essere certificata da nuove osservazioni varrebbe a ciò egregiamente l'opuscolo pubblicato dal conte Paoli l'anno 1842 in Firenze (che non ebbi il piacere di conoscere se non dopo letta all' Istituto questa mia Memoria) il quale opuscolo porta per titolo: — *Fatti per servire alla storia dei mutamenti avvenuti sulla costa d' Italia da Ravenna ad Ancona*, ec, i quali fatti dimostrano il continuo prolungamento delle linee de' fiumi che colà sboccano, e per conseguenza il continuo accrescimento del Continente e del suo alzamento, come altresì la diminuzione di capacità del bacino di quel mare per cui le acque in esso contenute devono rialzarsi di livello. A chi non sembrerà strano che l' autore di questo opuscolo sia parimente il propugnatore della invariabilità di livello delle acque dei mari?

(4) Devo al mio amico e collega Cav. Paleocapa, Direttore delle Pubbliche Costruzioni, le misure delle seguenti altezze dell' attuale suolo della città di Padova sopra il pelo dell' acqua magra dei due fiumi Brenta e Bacchiglione, che passano per essa, prese in diversi luoghi, le quali egli si è compiaciuto a mia istanza di far rilevare.

1.° Alle Porte Contarine:

Piano della strada detta della punta sopra la magra ordinaria . . . . metri 2.51

2.° Piazzetta Trotti di fronte al Ponte della punta.

Suolo della strada verso i pellatieri. . . . . » 1.59

3.° Al Ponte del Portelletto.

Dalla parte della piazza della legna. . . . . » 2.99

Strada san Bernardino al Portelletto. » 3.18

4.° Strada che passa il Ponte delle Beccarie accanto all' Università nel punto più basso . . . . » 3.80

Dall' altra parte del Ponte all' incrociatura della strada di san Bernardino e Pozzo dipinto . » 3.52

5.° Sulla riviera dell' Albere di là dei Mulini delle Torreselle.

Parte alta poco superiormente ai Mulini in isponda al Naviglio. . . . . » 3.16

Riviera bassa in isponda al Canale scaricatore che va al Ponte della Morte. . . . . . » 1.80

6.° Ponte delle Torricelle.

Suolo della strada dalla parte che va all'Università	»	3.50
Dalla parte che va al Ponte della Valle e va discendendo al Prato	»	3.20

7.° Al Ponte S. Maria in Vanzo.

Giù della rampa del Ponte sulla strada che va alla Man di ferro ossia verso il Vescovado	»	3.80
Giù del Ponte dall'altra parte all'argine della strada che va discendendo al Seminario	»	2.30

8.° Alla riviera di S. Michele andando dal Ponte di S. Maria in Vanzo al Ponte di legno.

Suolo della Strada	»	3.30
Notisi che l'antico sottoportico è più basso	»	1.30
onde non supera la magra ordinaria che di	»	2.00

9.° Alla riviera di S. Giovanni rimpetto alla Casa Soranzo.

Alla sinistra cioè dalla parte della Casa	»	2.56
Alla destra cioè dalla parte delle mura vecchie	»	4.24

10.° Riviera di S. Benedetto alla Caserma.

Sul sinistro suolo della strada	»	3.06
Alla destra verso le mura vecchie	»	3.98

11.° A S. Leonardo presso il Ponte.

Suolo della strada che va verso l'interno	»	4.18
Strada Borghese riviera esterna	»	3.50

La condizione del suolo antico di quella città sopra il presente pelo dell'acqua magra di que' due fiumi, ho voluto dedurre dalla maggiore di quelle altezze, siccome quella che avrebbe data la più piccola depressione sotto quel pelo del suolo antico, la quale fu metri 0.87. Se invece fosse stata presa l'altezza media risultante da tutte queste altezze trovate, locchè sarebbe più adatto a porgere per approssimazione la ragguagliata depressione di tutto il suolo di quella città sotto il ridetto pelo, ne risulterebbe questa di metri 1.94; o più del doppio dell'altra.

Ciò serve ancora a far conoscere quanto grandemente siasi elevato il fondo di que' due fiumi da un'epoca bensì lontana dalla presente, ma non tanto, per ciò che sembrano comprovare i monumenti dissotterrati, da dover risalire ai tempi della venuta di Antenore in Italia.

(5) Sembra che i Veneziani sieno stati i primi a riconoscere l'alzamento del livello del mare, non avendosi memorie, che io sappia, di tale riconoscimento innanzi a quanto riferisce il Sabbadino di Angelo Eremitano e dei discorsi di Luigi Cornaro, combattuti, è vero, dal Sabbadino, il quale tuttavia ammette, ignorando le leggi idrauliche, che questo livello del mare si palesasse solo nelle nostre Lagune, opinione con la quale egli stesso è in contraddizione pel suo assioma *gran Laguna fa gran porto*, di che ho parlato più a lungo nella mia Memoria sull'alzamento del livello del mare, stampata nel Giornale dei sig. Conti da Rio in Padova, puntata terza, 1802.

Il sig. Paoli dice (pag. 37) che l'*abbassamento del suolo erasi già per lo innanzi osservato rispetto a Venezia ed era già opinione invalsa nel popolo.* — Non si sa da qual fonte abbia il lodato signore tratto la notizia che tale opinione fosse invalsa tra i Veneziani.

CENNO

SULLA DISPOSIZIONE AI MALI CONTAGIOSI

DEL MEMBRO EFFETTIVO

SIG. GIULIO SANDRI

Tra le varie specie di parole, che usano distinguere i logici, havvi pur quella delle *insignificanti*, così chiamate, perchè nulla di preciso dinotano, e piuttosto confessano la nostra ignoranza di ciò che per mezzo di esse intendiam dinotare. Di tal genere è *fato*, *fortuna*, *caso*, e somiglievoli, con cui la cagion si disegni di certi avvenimenti. E queste voci non significative, essendo per mala sorte delle più frequentemente adoperate, ed avendo libero corso, benchè vane e di niun valore, tornano d' impedimento fortissimo al progresso delle cognizioni, togliendoci di ricercare donde veramente le cose procedano. Terrebbe ella forse di siffatta natura la *disposizione* ai morbi contagiosi, che altri pur dice *predisposizione*, cui tanto peso suolsi dare in ambe le medicine, attribuendo il prendersi del male alla presenza, e il non prendersi alla mancanza di essa?

2. Trattandosi di semplici sporadiche malattie, l' opportunità, o disposizione, è quel motivo che ad esse va preparando, consista egli in una condizione particolare dell' animale economia, o pure in tutte quelle circostanze che che la modificano a poco a poco, rompendo per gradi l' equilibrio che costi-

tuisce la salute, e facendo in fine cader la bilancia sinistramente. La quale disposizione si può anche, non di rado, per certi segni conoscere; e quinci alle volte ci è dato eziandio di prevenire la formazione del male.

3. Le malattie poi che diconsi *endemiche* od *enzootiche* dipendenti da circostanze del sito, e le *epidemiche* od *epizootiche* semplicemente, derivanti da cagione comune generale ed accidentale, inerente all' aria, alla bevanda, al cibo, o a qualsiasi grave disagio, hanno a ragion disponente queste medesime cose. Ond' è che sebbene possano cogliere molti individui al tempo stesso, rimangono però sempre ristrette ne' limiti di tali lor cause; il che può esser anche indizio non dubbio per distinguerle dalle attaccaticcie. Così l' endemica od enzootica non va mai fuor di sua sfera, perchè le circostanze locali non si possono trasportare o metter in viaggio: così la movente da inedia o da qualche tristo alimento, o bevanda, giammai non incoglie al ben nutrito, o a chi di siffatto alimento o bevanda non fece uso: e quella che da insolita fatica od altro patimento procede, risparmia ognora chi ad essi non ebbe a soggiacere. E cessandosi coteste cagioni dalla natura o dall' uomo, cessa anche al tutto la malattia, in forza del tritissimo adagio : *sublata causa, removetur effectus.*

4. Ma la disposizione alle malattie contagiose, a quelle che si trasmettono, comunque siasi, mediante un principio *sui generis*, nella quale principalmente abbiam proposto occuparci quest' oggi, in che dimora ella ? o, ciò che torna il medesimo, in che dimora la sua mancanza ; quell' amuleto, quell' egida che dai loro colpi garantisce e preserva ? . . . A meglio chiarire il mio pensamento egli m' è avviso di considerare questa disposizione sotto due aspetti, chiamando l' una *generale* o *comune* che de' colpiti risguarda il quanto, e l' altra particolare o individuale, che di essi risguarda il quale.

5. Imperciocchè generale disposizione io dico quella, per cui maggior numero d' individui corre pericolo di prender il morbo, o sia più grande è per tutti il rischio d' esserne presi ; la quale può dipendere e dalla maggior quantità di germi infettivi (1) ; e dal mezzo più acconcio di loro comunicazione, e dalla maggior attitudine nella macchina animale di accoglierli, d' arrivarli al debito posto e svilupparveli. Quelle circostanze per tanto, le quali sieno atte a crescere la copia de' germi e la facilitazione di loro passaggio, di loro

introduzione e sviluppo, saranno pur quelle che concorrono a formare questa comune disposizione, o sia la maggiore probabilità di acquistare la malattia. Così dove si trovano più infetti insieme e in luoghi chiusi ed angusti, sarà generalmente più probabile di acquistarla, che non dove gl' infetti sien pochi in luoghi aperti e spaziosi: così dove abbiavi tra gli ammorbati ed i sani corrispondenze o relazioni molteplici, più sarà probabile che non dove queste scarseggino. Così i cibi, le bevande, la maniera di vivere ec., potranno contribuire a tale probabilità, in quanto alla più agevole introduzione e al più agevole sviluppamento de' germi pure contribuiscano. E molto vi potrà contribuire la condizione atmosferica, sì coll' agevolare lo sviluppo de' germi stessi, e quindi aumentarne la copia, sì col rendere l' organismo animale più sufficiente a riceverli (2). Onde veggiamo che in generale i contagi infieriscono maggiormente in tempo umido e caldo, cioè in quello ch' è anche il più favorevole al prosperare degli altri germi.

6. Noi però qui dicendo poter la condizione atmosferica aumentare questa generale disposizione, non pretendiamo che per ogni contagio una peculiare costituzione d' atmosfera abbisogni, che suolsi chiamare anche *influenza*. Imperciocchè ci sembra all' opposito, che i contagi possan sussistere senza cotali particolari costituzioni, e che alle condizioni o stato dell' aria non sieno subordinati, se non in quanto è a questi subordinato il procedere degli altri germi più conosciuti, ciascuno secondo la sua natura. E tra le ragioni, che c' inducono in questo avviso, stan le seguenti:

7. Noi veggiamo contagi serbarsi a lungo nello stesso paese, quantunque lo stato dell' atmosfera per molti riguardi si vada successivamente cangiando; ed altri anche regnarvi dal più al meno continuamente. Se pertanto il male non cessa affatto col mutarsi delle condizioni atmosferiche, egli è chiaro segno che la sua esistenza non è propriamente legata a veruna di esse.

8. E durar potendo gran pezza i contagi nello stesso luogo, ammorbando questo individuo prima, e quello assai dopo, cioè persistendo a tutti gli atmosferici cambiamenti, in che mai si direbbe consistere la costituzione propria di ogni contagio, quella che vorrebbesi essenziale alla sua esistenza, e quinci perdurare quanto esso? Certo soltanto in un *quid ignotum* capace

di resister intatto a fronte di tutte le vicissitudini o meteorologiche mutazioni. Ma un *quid ignotum* è cosa troppo vaga, e da non ammettersi per verun modo in fatto di scienze naturali.

9. E quand'anche ammettere si potesse una cosa sì vaga, qual è questo *quid ignotum* proprio di ogni contagio, formante l'aerea sua costituzione, tante essendo le specie degli animali (per tacer delle piante), e tanti i contagi proprj delle singole specie, diremo noi che abbia l'aria in riserbo tanti *quid ignotum* speciali, quanti sono essi contagi, per metter fuori quando l'uno e quando l'altro?... E perchè regni il contagio, essendo necessaria anche la presenza del germe suo e la sua comunicazione, diremo noi che l'aria s'accordi nel metter fuori il relativo *quid ignotum*, quando il germe per tale comunicazione si trova in quel dato luogo? E quando nelle varie generazioni d'animali e nell'uomo, trovansi al tempo stesso, e nello stesso paese, differenti contagi, diremo noi che ivi si trovino pure al medesimo punto varie costituzioni da' varj *quid ignotum* formate?

10. Che che poi ne sia di cotesta accusa dell'aria, qui toccata quasi solo per incidenza, avend'io mostrato la generale disposizione comune a tutti quelli, i quali egualmente vanno a tiro de' contagi, riporsi nelle accidentali combinazioni che i germi ne sien più copiosi, più comodi abbiano i mezzi di comunicarsi, più agevoli quei d'introdursi nella macchina al luogo appropriato, e pronto ivi trovino ciò che allo sviluppo lor si conviene; senza più me ne passo alla particolare, a quella cioè la quale fa, che degl'individui che dimorano sotto il medesimo cielo, cibano gli stessi alimenti, usano della stessa bevanda, respirano l'aria medesima, ed han per poco le stesse abitudini, andando allo stesso cimento, o sia trovandosi nelle circostanze medesime d'infezione, alcuni vengono presi dal morbo ed altri ne rimangono immuni. Ed essendo la cosa un po' astrusa, e nissun miglior argomento offerendomi a dimostrar il mio parere, io prego mi si consenta di venirlo accennando per via di comparazioni.

11. E a queste comparazioni tosto facendomi, vedesi talor dagli antichi rappresentar un contagio, una peste, quasi come una mischia, in cui v'ha chi colpisce e chi rimane colpito. Il feritore è qualche divin personaggio, e i feriti

gl' infelici mortali. In Omero Apollo discende dal cielo a saettare il campo greco, ed ardono spesse le cataste de' morti (3): e nelle sacre Scritture è un Angelo sterminatore, che al suolo distende le vittime della celeste indignazione (4). Lasciando le altre somiglianze che vi potrebbero essere tra le due cose, noi scegliamo sol quelle che fanno al nostro proposito.

12. E primieramente, nel luogo in balìa del contagio noi scorgiamo prendersi alcuni, ed altri no; e dei presi altri a morte esser tratti, ed altri dopo stretta più o meno forte, ricuperare una qualsivoglia salute. Scorgiamo ora essere manifesto il passaggio del male al sano dall' ammorbato, ed or rimanersene affatto occulto, ed aver quinci tutti cagion di temere, potendo per via mediata, non che immediata, capitar l' infezione. E parimenti in una battaglia, chi viene côlto, e chi resta illeso; e dei côlti chi a morte, chi più o meno gravemente piagato: talor discopresi d' onde il colpo si vibra, e non di rado è al tutto ignoto; il perchè non è dato potersene guardare e la vita di ognuno si trova in pericolo.

13. In secondo luogo, rispetto al contagio, si vede taluno caderne preda al primo affacciarsegli, e parecchi, sebbene usin continui cogli ammorbati, restar immuni per alcun tempo, ed alla fine esserne pur essi invasi. Ed il medesimo avviene di assai ministri di Marte, che restati essendo illesi in tante battaglie, ebbero poi a soccombere in una più tarda.

14. Ed avvi pur molti, che sebbene pratichino a lungo con appestati o contagiosi, mai non s'infettano, e passano di tutt'altro male. E sonovi anche de' militi, che dopo avere menato la vita loro sul campo, la finiscono di morte naturale sul domestico letto (5).

15. E per venire a paragon d' altro genere, noi veggiamo che una pianta selvaggia, pogniam caso una quercia, una felce, produce un numero sterminato di semi; ad accoglier i quali stan preparati altrettanti punti di suolo: ma non molti sono que' punti che a nuova pianticella dieno effettivamente sviluppo; anzi sono sì pochi da non potersi alle volte nè men calcolare allato agl' infruttuosi.

16. Ma perchè mai, stringendo un po' l' argomento, perchè mai nella battaglia sono alcuni preservati o ricevono colpi leggeri, ed altri gli ricevon

mortali? Forse perchè i primi non ne abbiano la disposizione, e l'abbiano i secondi? Perchè gli uni cadono vittime in sulle prime, ed altri più tardi? Forse perchè a questi pur tardi giunse la disposizione? E perchè restano alcuni illesi in ogni attacco? Forse perchè la disposizione al colpo letale non sia in loro mai sopraggiunta?... A noi sembra che l'esito fortunato si debba ad un mero concorso di accidenti, la cui combinazione ha portato, che il colpo mortifero, il quale ad alcuni pur giunse, ad altri non giugnesse.

17. E perchè mai, passando all'altro paragone, perchè mai tanti de'punti apparecchiati a ricevere la selvaggia semente non isvilupparono la pianta novella? Anche qui, avvisiamo, per un accozzamento di molti accidenti, il quale fece o che il seme non fosse perfetto, o che sopra que'punti non avesse a cadere, distratto essendo per venti od altro motivo; o cadutovi non vi si arrestasse, essendo via portato dall'acqua, da insetti o somigliante cagione; od anche arrestato non potesse, colpa degli ostacoli, penetrarvi e giugnere alla profondità ricercata; o giunto a questa non vi trovasse quell'umidità, quel calore, e quegli altri requisiti che al suo sviluppo fan d'uopo; o vero in sul germogliare o germogliato appena, venisse distrutto da animalucci, od altra per lui sinistra vicenda.

18. E stringendo l'argomento ancor maggiormente, venendo cioè ora al proposito della disposizione ai mali appiccaticci, parrebbe, che siccome non si può dire che per mancanza di disposizione ad esser offeso, venga preservato il combattente nelle battaglie, e pel sopravvenire di essa venga egli poscia colpito: siccome non può dirsi in generale, che ne' varii punti di suolo, in cui potrebbe il seme allignare, non vi allighi effettivamente per mancanza di disposizione ad esso; ma il pieno consiste in una concatenazion d'accidenti; così, diciamo, parrebbe che anche la non disposizione individuale ai morbi contagiosi, cioè quel non prendersi essi dagli uni, mentre si prendono dagli altri, dimorasse per lo più in meri accidenti del genere stesso di quelli accennati per la selvaggia semente, rispetto a cui la natura adopera abbandonata a se medesima, come fa pur ne' contagi. Ove nella seminagione entrasse l'arte, i semi andati a male sarebbero in minor numero, somministrandosi da essa le favorevoli circostanze che sono in mano sua; le quali

ponno talvolta combinarsi eziandio naturalmente, e dare quinci sviluppo ad una quantità maggiore di germi. Il che pur osservasi ne' contagi, i quali ove trovano questo favorevol concorso, infuriano anche in proporzione di esso, crescendosi per tal guisa quella che noi chiamammo generale disposizione.

19. Che la disposizione o indisposizione ai contagi, sia più che altro un puro accidente, pare cel dica eziandio il fatto delle inoculazioni, allorchè praticandosi varie punture, l' innesto prende in una e non in un' altra; non essendo verisimile che due stati diversi trovinsi nello stesso individuo al tempo medesimo, e fors' anche a picciolissima distanza. Il qual fatto è al tutto somiglievole a quello di varie sementi allogate in un vaso, le quali in un punto nascono e nell' altro no, essendo nulladimeno tutta la stessa terra, e identiche le altre circostanze per ogni parte.

20. Solamente dir si potrebbe, stando agli esempi arrecati, che il guerriero mancasse di attitudine a provare i mortiferi colpi, allorchè fosse, come di alcuni hanno finto i poeti, o tuffato nello Stige, o per incanto od altra soprannaturale potenza, reso invulnerabile. Solamente il terreno direbbesi di per sè stesso indisposto a dare sviluppo alle sementi affidategli, allorchè privo essenzialmente di ciò che a tale sviluppo si addice, non potesse di natura sua svilupparle. E solo in casi simili sarebbe a dire, che l' indisposizione alle malattie contagiose ha vera esistenza, siccome in parte addiviene per le acute e febbrili, verbigrazia il vajuolo, quando siensi avute una volta, naturalmente o innestate (6); e pare addivenga pure nei leucoflemmatici (7), i quali di leggieri non contraggono le contagioni, a motivo dello stato in cui si trova la loro pelle e il cellulare tessuto. Solo in somiglievoli casi dir si potrebbe, che l' indisposizione ai morbi contagiosi è un che di reale, e non consiste anzi in un variabile fortuito concorso di combinazioni.

21. E a spiegare ancor meglio l' assunto nostro, applicheremo la cosa ad un contagio, la cui natura e procedere ci si fecero alquanto palesi, alla Golpe cioè del frumento. Questo contagio dimora nella polvere specifica o semenza d' un funghercllo appellato *Uredo caries*, la quale si avvenga sul grano, ed assorbita da esso o da sua radice poi rechisi nella spiga, dove a tempo debito si sviluppa. Il male comparisce ogni anno, ove siavi la specifica

polvere; il che mostra che non ha punto bisogno di propria costituzione, di particolare stato di cielo. Esso poi a circostanze uguali più abbonda se la stagion corra umida; e a pari circostanze abbonda pur maggiormente ove più copiosa è la detta polvere o sia germe contaminatore; per entrambe le quali ragioni i luoghi bassi, ed uliginosi, sono frequentemente più infestati, come in altri scritti abbiam dichiarato (8). La comunicazion non avviene per qualsivoglia contatto, potendo la pianta sana rimaner vicinissima all' ammorbata e toccarla pur colle foglie, collo stelo e colla spiga, senza punto infettarsi; ma essa comunicazione si effettua solamente col mezzo della polvere che vada a contatto del seme o della radice. Nè solo deve andare del seme a contatto, ma rimanervi anche aderente. Nè ciò basta, ma vuol aderire a sito capace di assorbirla, com' è soprattutto l' umbilico. Conviene poi che, anche venga realmente assorbita, e accidentale ostacolo non vi si opponga; che venga quinci recata, quando e come che sia, nel luogo destinato pel grano, ed ivi trovi le opportunità di suo germogliamento. Di che si vede, che dalla mancanza dell'uno o dell'altro di tai requisiti, dipender potendo che un gambo di frumento non isviluppi la malattia, ciò che direbbesi disposizione per essa, ciò per cui succedesse l' effettivo sviluppo, è un mero concorso di fortuite combinazioni, e non facoltà od attributo inerente al grano stesso, o alla pianticella da lui formata. E il medesimo intendo che sottosopra intervenga per tutti gli altri contagi, che io risguardo come tanti esseri specifici, come tanti parassiti particolari, che per isvilupparsi e produr il male, abbisognano di arrivare, co' mezzi confacenti a ciascuno, e su quella specie di vivente, e in quella parte allo sviluppo loro appropriata, e rinvenirvi ciò che ad esso sviluppo fa di mestieri.

22. Che se l' indisposizione al contagio non è generalmente forza o virtù propria dell' animale economia che ad esso contagio si opponga, ma piuttosto un aggregato di accidenti felici, due conseguenze noi qui trar ne vorremmo. L' una di non fare gran conto di essa, di non fidarvici troppo, avvegnachè possa chi prima fu preservato, venir colpito da poi. E l' altra, che siccome l' appoggiarsi a questo vocabolo, come a cosa reale, oltre farci prendere l' ombra pel corpo, arresta il progresso che far potrebbe la scienza in punto di tanto rilievo; così in cambio di riposarci sur esso, dobbiamo con ogni atten-

zione esaminare in che propriamente dimori, ne' singoli contagi de' vari enti animati, il fortunato accidente, pel quale certi individui, che pure trovansi nelle circostanze medesime di cert' altri che prendono il male, ne vadano esenti; affine di potercelo questo accidente benefico procacciare coll' arte.

23. E venendo alla conclusione, apparisce, che siccome la facoltà di pigliare i relativi contagi è naturale a tutta quella data generazion d'animali, e il pigliarli o non pigliarli principalmente consiste in casuali combinazioni formanti, o no, la catena de' requisiti necessari allo sviluppo, e non in reale qualità od attributo proprio dell' organismo vivente, ne viene che la voce *disposizione*, e le sue consorelle *capacità*, *opportunità*, *attitudine*, colle opposte *indisposizione*, *incapacità* ec. impiegate per essi, tengono assai dell' insignificante, siccome quelle che non dinotano la ragione del fatto avverso o propizio, ma piuttosto il fatto stesso; conciossiachè il dir, come suolsi, che si prese o non si prese il male, perchè v' era o non v'era la disposizione, torna per poco il medesimo che dire, si prese perchè si prese, non si prese perchè non si prese. E quinci a rendere questo rilevantissimo punto di medicina veterinaria ed umana, soddisfacente alla scienza speculativa, ed utile insieme alla pratica, si dee stabilire in che veramente essa ragion sia riposta; sostituendo anche, se occorre, alle generali e vaghe parole or usitate, espressioni particolari e precise. Così almeno risulta dal presente ragionamento, che però noi rimettiam pienamente a quelli che di cose fisiche e mediche più si conoscono, e ne fanno argomento di studii speciali.

(Letto il 29 Maggio 1844)

NOTE

(1) Le voci *infezione*, *infettivo*, ec., in questo ragionamento si usano come sinonimi di *contagio*, *contagioso*, ec., e non nella più stretta significazione introdotta recentemente.

(2) Come sarebbe disponendo la pelle o il polmone ad un più attivo assorbimento.

(3) *Iliade*, lib. I, vers. 43 e seg.

(4) Lib. secondo dei Re, Cap. 24.

(5) Oltre le somiglianze accennate fra la mischia e la contagione, v' ha quella che l' offendente in entrambe è un corpo eterogeneo alla macchina animale, e può invaderla tanto s' ella ritrovisi in istato di forza, quanto di debolezza. Non avendo poi il contagio per sè stesso diatesi alcuna, può talor associarsi a quella, cui l' individuo si trova disposto, o cui tende la dominante costituzione atmosferica.

(6) Dicesi *addiviene in parte*, e perchè anche i contagi febbrili possono, massime dopo certo spazio di tempo, rinnovare l' assalto; e perchè la miliare si mostra anzi più agevolmente in chi l' ha sofferta ancora, come sano pur fare gli altri mali.

(7) Brera, *sui Contagi*. Tom. I, pag. 173.

(8) Il Dialogo inserito nel foglio di Verona del 13 Dicembre 1843; la Memoria sulla Golpe, letta all'Accademia d' Agricoltura di Verona; e la Nota letta all' Imp. R. Istituto li 27 Novembre 1843, impressa nella puntata prima del Tomo 3.° degli Atti delle sue Adunanze.

ESAME

DELLA MEMORIA DEL SIG. PECLET

SULLO

SVILUPPO DELL'ELETTRICITÀ STATICA NEL CONTATTO DE' CORPI

DEL

PROF. AB. GIUSEPPE ZAMBONI

Nella quistione a' nostri dì cotanto agitata sulla origine della Elettricità Voltaica, il celebre Fisico francese Peclet pubblicò negli *Annales de Chimie et de Physique,* Giugno 1841, una Memoria intitolata: *Sullo sviluppo dell'Elettricità statica nel contatto dei corpi* riportata poi dal De-la-Rive con alcune sue note negli *Archives de l'Électricité* n.° 3. In questa Memoria si accorda il Peclet con tutti gli Elettrochimici nell' esigere l' azion chimica come necessaria alla produzione della corrente elettrica; ma quanto all' effetto elettrostatico egli ammette il principio fondamentale del Volta, cioè svilupparsi la tensione elettrica pel solo contatto meccanico fra conduttori secchi; e in molti casi eziandio fra secchi ed umidi senz' alcun intervento di azion chimica. Se non che questa dei secchi cogli umidi la vuol superiore di lunga mano a quella dei secchi fra loro; e conchiude non aver i due metalli altro uffizio nella pila che quello a un dipresso di semplici conduttori.

Questa sua conclusione è la dottrina Voltiana presa a rovescio nel paragone delle due attività. Imperciocchè sebbene alcuni acidi molto forti, alcali,

o solfuri in contatto con certi metalli dispieghino tensione assai notabile, quella però dell' acqua pura od anche un pò acida o salata con tutti i metalli, il Volta la giudicava sì debole da non potersi paragonare con quella fra due metalli molto diversi come zinco ed argento, zinco e rame.

V' ha però una differenza fra il Volta ed alcuni Voltiani d' oggidì giustamente notata dall' inglese Faraday (1). « Il Volta (egli dice) attribuisce » così poca attività al contatto fra secchi ed acqua ed altri liquori acquosi, » da non potersi valutare rispetto a quella del contatto metallico. Le dottrine » attuali dei Fisici partigiani del contatto in Italia, sono a mio credere gene- » ralmente le medesime, salvo che da alcuni si attribuisce più d' importanza » al contatto dei metalli cogli umidi. Fra gli altri, Zamboni risguarda il » contatto metallico come più potente di quello dei metalli cogli umidi. »

Ed in fatti negli Annali delle Scienze del Regno Lombardo Veneto dell' anno 1836 pag. 24, ho fatto vedere, che in una pila di rame e stagno coi panni imbevuti d' acqua acidata col nitrico, soppresso il contatto metallico coll' interporre un foglietto di carta fra il rame e lo stagno d' ogni coppia, la tensione che in tal pila era dovuta unicamente al contatto dei due metalli colla detta acqua, era quasi un terzo di quella che si avea prima d' intromettervi i foglietti di carta.

E recentemente il Prof. Belli nella sua Memoria letta alla Terza Riunione degli Scienziati Italiani in Firenze assicurava che l' acqua acidata con un ducentesimo d' acido solforico, interposta fra il rame e lo zinco, davagli « segni assai forti di tensione, non però maggiore di quella del rame a « contatto del zinco. »

Per lo chè io non dirò mai trascurabile l' attività elettrica degli umidi coi metalli nelle ordinarie costruzioni della pila Voltiana ; ma interpretati a dovere gli esperimenti del Peclet con altri ben più decisivi, vedremo riconfermata la maggior efficacia del contatto metallico.

Per uniformarmi con questo Fisico nella parte istrumentale, ho messo in opera un Condensatore simile al suo, composto cioè di due piattelli di cristallo tutto dorato, ed inverniciata soltanto quella faccia dell' uno e dell' altro con cui debbono combaciarsi.

La prima sua esperienza è la fondamentale Voltiana, ma eseguita col zinco a contatto dell'oro del suo condensatore; dalla quale ebbe a notar venti gradi di tensione.

Or qui subito per definire se questa tensione di venti gradi provenga nella massima parte dal toccarsi dell' oro col zinco, oppure (com' egli vuole) dalla somma dei due contatti dell' umido delle dita col zinco, e dello stesso umido coll' oro del piattello inferiore, il più sicuro espediente quello è di misurare a parte la sola tensione della coppia oro e zinco, imitando quanto fece il Marianini colla coppia ottone e zinco. Tolgasi adunque il piattello superior d' oro, e venga uno di zinco a combaciarsi sull' inferior d' oro. Indi preso fra le dita un pezzo d' oro si porti a toccare il piattello zinco, e l' altra mano tocchi l' oro del piattello inferiore. Per tal disposizione trovandosi lo stesso umido delle dita fra due sostanze omogenee d' oro, tutti convegono esservi allora due azioni eguali e contrarie dell' umido delle dita coll' oro; e perciò nullo l' effetto di tal umido coll' oro. Ma il fatto dimostra ch' eziandio in questo caso dal solo toccarsi dell' oro col zinco si dispiegano a un dipresso venti gradi di tensione. Dunque essi derivano nella massima parte dal contatto puramente metallico dell' oro col zinco.

Lo stesso avviene sperimentando con altri metalli; e generalmente, tenendo fra le dita qualunque metallo omogeneo con quello del piattello inferiore, e portandolo a toccar l' eterogeneo del superiore, vien tolta affatto l' influenza dell' umido delle dita dalle due azioni eguali e contrarie, e si svolge la sola tensione di due metalli eterogenei nel grado già segnato dal Volta nella sua scala degli Elettromotori.

Per lo contrario, accoppiati due metalli, e mettendone uno a contatto di diversi umidi successivamente, la tensione per la diversità degli umidi poco o nulla differisce. Quando un pezzo d' oro tenuto fra le dita tocca l' uno o l' altro di due piattelli d' oro del Condensatore, la tensione è nulla, ed è appena percettibile (anche secondo la tavola del Peclet) tenendo l' oro fra le dita bagnate d' acqua pura o un po' acida o salata. E così pure, la diversità di questi umidi in contatto coll' oro, non cangia notabilmente la tensione di venti gradi, ch' egli acquista, come si è veduto, toccando il piattello di zinco.

E perciò la diversità di quei due metalli con o senza influenza degli umidi è più efficace della diversità degli umidi toccanti uno stesso metallo.

Ma seguitiamo il Peclet nella seconda sua esperienza coi piattelli del Condensatore amendue d'oro: un pezzo di zinco tenuto colle dita si porti a toccare un foglietto di carta posto sull'oro del piattello superiore e l'altra mano tocchi l'oro dell'inferiore. L'effetto è nullo: e così debb'essere anche per ogni Voltiano, mancando affatto qualunque contatto metallico. Ma secondo il Peclet tal nullità dovrebbe attribuirsi al zinco interposto fra l' umido delle dita, e l'umido natural della carta; vale a dire egli dovrebbe ammettere che questi due umidi agiscano sul zinco con forze eguali e contrarie; uguaglianza cui non so se faranno buon viso gli Elettrochimici. Ma sieno pure uguali queste due azioni; e ciò presupposto, veniamo al terzo suo sperimento, cioè a quello di lasciare la carta sull'oro del piattello superiore; e saldato un arco di zinco alla sommità di un cannello ben isolante da tenersi in mano, si porti questo arco di zinco isolato a toccar con un suo capo il piattello inferior d'oro, e con l'altro capo la detta carta posata sul piattello d'oro superiore. Qual effetto ne osservò il Peclet? minore, egli dice, dei 20 gradi avuti dapprima. Ed io invece rispondo colla stessa esperienza, che la tensione può essere o quella prima di venti gradi, o la metà o un terzo, od anche appena visibile, secondo il tempo che l'arco di zinco si sarà mantenuto in comunicazion colla carta; perciocchè essendo questa conduttore imperfetto, che trasmette l'elettrico assai lentamente, ci vuole un tempo più o men lungo, secondo lo stato igrometrico della carta, per accumular la tensione intera di venti gradi eccitati dal toccarsi del zinco coll'oro del piattello inferiore.

Nè la cosa può essere altrimenti anche nella supposizione fatta qui sopra, che cioè l'umido delle dita agisca egualmente sullo zinco come l'umido della carta. Imperciocchè un capo dell'arco di zinco tocca l'oro del piattello inferiore, e fra l'altro capo e l'oro del superiore vi è l'umido della carta in luogo dell'umido delle dita. Dunque le condizioni della prima sperienza del Peclet sono qui pur le medesime; ed aggiuntavi quella del tempo necessario alla carta per trasmettere l'elettrico, la tensione non può non esser la stessa di prima cioè di venti gradi.

Con quest' arco metallico isolato posti in comunicazione due piattelli eterogenei rame e zinco di un Condensatore, dimostrò prima di ogni altro il Pfaff l' eccitamento elettrico nel contatto dei due metalli senza alcuna influenza dell' umido delle dita. Stretti così gli Elettrochimici ebbero ricorso all' umido invisibile dell' aria: e quantunque lo sperimento del Pfaff tanto meglio riesca quanto l' aria è più secca, e si verifichi eziandio nel vuoto pneumatico, che il Marianini avea già disseccato colla potassa caustica, tuttavia persistono nell' attribuirne l' effetto all' umido dell' aria comunque secca e rarefatta. Ora il Peclet con tutti i Voltiani fa loro osservare che il zinco sempre positivo nel suo contatto con qualunque metallo, diviene poi sempre negativo in contatto con qualunque umido; e però l' umido dell' aria dovrebbe farlo negativo, e non mai positivo qual si mostra nella sperienza del Pfaff.

« Questa riflessione (risponde il De-la-Rive (2)) non mi sembra giusta.
» Nella teoria elettro-chimica l' ossidamento prodotto dall' aria umida sulla
» superficie del zinco lo rende bensì negativo, e questo stato negativo si co-
» munica al rame in contatto col zinco; ma questo zinco conserva poi il
« positivo di quello strato d' aria, che sta a immediato contatto colla superficie
» ossidata del zinco.

Ma chi vorrà mai consentire al De-la-Rive la diffusione del negativo da un metallo all' altro diversa da quella del positivo? Com' esser può che lo zinco negativo renda negativo il rame mediante l' arco metallico, e lo stesso zinco divenuto positivo nella superficie che tocca l' aria, mediante lo stesso arco non abbia a far positivo anche il rame, ma invece debba lasciarlo altrettanto negativo? ben altro m' insegnano le seguenti esperienze.

Fissato con saldatura metallica un filo di rame verticale sulla faccia superiore del piattello zinco del Condensatore, ho coperta tutta questa faccia di zinco con carta ben umettata di acqua, per modo che ogni punto del zinco toccava l' umido, e nessuno l' aria: l' acqua bagnava altresì tutto all' intorno la base del filo di rame. Preso di poi l' arco metallico isolato, e toccando con un suo capo il piattello inferiore ch' era di rame, portava l' altro capo a toccar l' umido della carta, e il zinco ne diveniva negativo; ma se invece con questo capo toccava il filo di rame, il zinco riusciva positivo, malgrado che

l' umido continuando a toccar questo zinco tendesse a farlo negativo. Dunque il zinco sempre negativo toccando l' umido, non divenne già qui positivo per influenza dell' aria, ma unicamente pel suo contatto col rame.

Di più, la metà superiore dell' arco isolato sia composta di due fili metallici divergenti per modo, che uno di questi rimanga sulla carta umettata, mentre l' altro tocca il filo verticale di rame, e l' altro capo dell' arco tocchi come prima il piattello inferiore di rame. In tal caso il zinco vien messo in contatto coll' umido insieme e col rame; coll' umido che vuol farlo negativo, e col rame che vuol renderlo positivo. Ma il zinco da tal conflitto torna sempre positivo, e mette sott' occhio la maggior attività del suo contatto col rame.

Lo stesso conflitto colla prevalenza del contatto metallico si appalesa in quel velo umido interposto fra due diversi metalli, col quale io verificava, or fa vent'anni (3), quel sospetto del Volta, che cioè anche senza un reale contatto, la sola prossimità dei due metalli basti ad eccitare l' elettrico. A veder ciò nella maniera più acconcia al presente argomento, pongasi una capsula di zinco piena d' acqua sul piattello zinco del Condensatore, e sia d' oro l' inferiore. Un capo dell' arco metallico isolato tocchi questo piattello inferiore, e l' altro capo sommergasi nell' acqua senza toccare la capsula; il zinco ne risulterà negativo. Ma se questo capo dell' arco pescando sempre nell'acqua vada a toccare il fondo zinco della capsula, e quindi si allontani l'arco prima dal piattello inferiore, e poi dalla capsula e dall'acqua, allora il zinco, sottoposto qui pure alle due azioni contrarie, diverrà positivo per l' azione prevalente del contatto metallico dell'arco col fondo zinco della capsula. Ora il contatto metallico non fu qui al tutto reale ed immediato, perchè un velo sottilissimo d' acqua rimane sempre interposto fra il metallo dell' arco e il fondo della capsula. E perciò il minimo intervallo di tal velo non impedisce l' attività elettrica di un metallo con l' altro per la somma loro vicinanza.

Volendo poi lo stesso effetto anche in maggiori superficie di metalli e di umido, distendo un velo di saliva sulla faccia superiore del piattello di zinco; ed umettata similmente sola una faccia di una moneta d' oro, sovrappongo questa faccia d' oro umettata alla umettata del zinco: e fatta col solito arco

metallico isolato la comunicazione del piattello inferior d' oro colla faccia superiore asciutta della moneta, trovo sempre il zinco positivo; laonde quel doppio velo di saliva interposto fra lo zinco e l' oro non impedisce all' oro perchè vicinissimo al zinco di spingere nello stesso zinco l' elettrico, cioè nella direzione medesima come quando i due metalli sono posti a immediato contatto.

Questa sperienza parmi argomento speciale per dimostrare, che oltre l' attività elettrica dei metalli cogli umidi, la sola voluta dagli Elettrochimici, devesi ammettere quella pure dei metalli fra loro, e nel caso detto eziandio più efficace. Imperciocchè se nelle pile secche (già prossime a compiere l' età di sei lustri, e nondimeno attive colla tension permanente dei primi loro anni) se, dico, in queste pile il De-la-Rive e suoi seguaci credono sufficiente l' umido natural della carta, per ismuover l' elettrico dal metallo della carta d' argento nell' umido di essa carta, e da questa nel metallo della carta d' oro, dovranno pure accordare attività anche maggiore a quel doppio velo di saliva per diriger similmente l' elettrico dal zinco nella saliva e da questa nell' oro, il quale perciò dovrebbe riuscir positivo, lasciando il zinco negativo. Ma il fatto avviene in contrario, che il zinco trovasi positivo, e negativo l' oro. Dunque tal effetto non potendo derivare dall' azione dei metalli con l' umido, dee attribuirsi all' azione scambievole de' due metalli, che sommamente avvicinati si elettrizzano, dirigendosi l' elettrico come se fossero a immediato contatto, cioè dall' oro nel zinco.

E questa loro scambievole attività si manifesta anche maggiore di quella ch' esercitano colla saliva; perchè infatti amendue le forze sono qui operative nello stesso tempo, ma contrarie l'una all' altra, ed è prevalente quella fra i due metalli, anche senza l' immediato loro contatto. Che se quel doppio strato di saliva interposto fra il zinco e l' oro venga ad ingrossarsi, mettendo fra i due metalli una carta ben immollata di tal umido, cessa allora l' azione di un metallo sull' altro per la troppa loro distanza, e restando operativa quella sola dei metalli coll' umido, si rovescia la direzion dell' elettrico, che lascia infatti negativo il zinco, e rende l' oro positivo. Ma torniamo al Peclet, che adduce poscia la seguente esperienza: fatta la comunicazione del

piattello inferior d'oro col superiore di zinco mediante l' arco metallico isolato, la tension positiva del zinco non giunse, egli dice, a un quarto della negativa che dispiega lo stesso zinco allorquando facciasi l'arco umido fra i due piattelli con due dita della mano. Ecco, egli conclude, l' umido fra i due metalli molto più attivo del mutuo loro contatto.

Se non che questa esperienza, che nella Memoria del Peclet figura come principalissima, io l' ho ripetuta le mille volte e sempre con effetto al tutto contrario, sempre cioè colla tensione dell' arco metallico assai maggiore di quella dell' arco umido. E chiunque abbia eseguite quelle undici esperienze del Marianini « nelle quali le due teorie, com' egli dice, non vanno » d' accordo nel predirne i risultamenti, nè mai una volta gl' indovina la « teoria Chimica, ma sempre quella del Volta (4) » dovrà pur convenire, che qualche circostanza non avvertita abbia alterato al Peclet la misura delle due tensioni. Egli stesso dubita che vi abbiano potuto influire le vernici del suo Condensatore tanto facili ad elettrizzarsi nel maneggiar l' istromento. E sebbene egli creda essersi liberato da questa influenza, dichiara tuttavia dopo lunga discussione, che « quando gli strati delle vernici non sieno ben » vecchi, gli sperimenti presentano anomalìe prodotte dalle elettricità ade- » renti alle vernici. » Io invece soggiungo, che con vernici vecchissime, e soprattutto coi metalli ben puliti, e l' ambiente piuttosto secco, tutte le prove mi riuscirono sempre opposte senz' alcuna anomalìa. Ma v' è di più pei Voltiani, ch' eziandio un Condensatore senza vernici ha già sentenziato in loro favore, ed è quello del Prof. Belli, che in luogo di vernici tiene un velo sottilissimo d' aria fra i due piattelli rame e zinco. Essendo questo Condensatore minore degli altri in forza condensante, avviene che posti in comunicazione i due piattelli con l' arco umido di acqua pura o salata, « o non si trova (dice il Belli) veruna sensibile tensione, oppure senza pa- » ragone più debole di quella eccitata dal contatto metallico del rame col zin- » co. » Ed io pure, avendo provveduta in quest' anno la mia scuola d' un simile Condensatore, trovo sempre la stessa enorme differenza a favor dei Voltiani.

Procede il Peclet alla costruzione della pila, e la pochissima attività da lui concessa al mutuo contatto dei metalli gli fa risguardar come inutile tanto

il rame in cui termina un capo ossia polo della pila, quanto il zinco dell' altro polo. Sicchè data una pila di due coppie Voltiane rame zinco umido, rame e zinco, e levati i due capi rame e zinco, quei che rimangono, cioè zinco umido e rame, formano a parer suo il vero elemento operativo. Ma tutt' altro ne dice l' esperienza. Imperciocchè si porti il detto elemento sul piattello zinco del Condensatore, posando su questo il zinco dell' elemento; e fatta coll' arco metallico isolato la comunicazione del piattello inferior di rame col rame alla cima dell' elemento, si noti il grado della tensione, che non essendovi alcun contatto di metalli eterogenei è dovuta unicamente all' azion dell' umido coi due metalli. Dopo ciò, capovolgasi l' elemento, e venga il suo rame a posarsi sul piattello di zinco, e fatta pure col predetto arco metallico la comunicazione del piattello inferiore di rame col zinco alla cima dell' elemento, si scorgerà una tensione ben più che doppia. Ora coll' aver capovolto l' elemento nulla si aggiunge di attività al suo umido coi due metalli; ma soltanto, insieme coll' elemento, si è fatto agire un doppio contatto di metalli eterogenei: quello cioè del rame dell' elemento col zinco del piattello superiore; e l' altro del piattello inferior di rame col zinco alla cima dell' elemento. E perciò questo doppio contatto dei due diversi metalli ha prodotto egli solo tutto l' aumento della tensione. Dunque il contatto dei due diversi metalli sì nella prima come nell' ultima coppia della pila non può esser inutile alla sua tensione.

Eppure assicura il Peclet d' aver tolti via da una pila i due poli rame e zinco, senza per questo aver trovata minor la tensione. Ma per cavar da ciò argomento in suo favore, egli doveva indicare il numero delle coppie della pila con cui fece l'esperimento. Perciocchè, ad esempio, levati i due poli rame e zinco da una pila composta di sessanta coppie, il calar della tensione per la teoria Voltiana sarebbe soltanto di un trentesimo, differenza che può sfuggire allo strumento il più delicato. Ma non sarebbe così di una pila di sei od otto coppie, perchè la mancanza del terzo o quarto di una tensione alquanto cospicua può essere facilmente riconosciuta: a condizione però che levato il polo rame, lo zinco che resta sulla pila tocchi il piattello zinco del Condensatore, e così pure levato l' altro polo zinco, il rame rimasto sulla pila tocchi il piattello rame.

Veniamo finalmente alla tavola del Peclet sulla diversa attività dei metalli cogli umidi, e la troveremo inammissibile, perchè formata senza mai valutare l' azione dei metalli coi quali egli toccava l' oro del suo Condensatore. Ed invero, tenendo fra le dita bagnate di acqua pura qualsivoglia dei seguenti metalli zinco, piombo, stagno, ferro, antimonio, bismuto, rame; l' acqua pura secondo la tavola è positiva con una tensione, che va diminuendo dal primo all'ultimo dei predetti metalli. Pertanto se questa tensione, come vuole il Peclet, è dovuta al contatto dell' acqua pura con quei metalli, e non si deve badare al loro contatto col metallo del Condensatore; quando venisse sostituito al piattello superior d' oro un altro di zinco, dovrebbe risultar positiva, come prima la tension dell' acqua pura, e pochissimo diversa nel grado. Ma invece l' esperienza la mostra negativa, e con tensione che, lungi dal diminuire, va sempre crescendo dal primo all' ultimo dei detti metalli. Dunque trascurando, come fa il Peclet, l' azione dei metalli con quella del piattello del Condensatore, ne verrebbe che tante volte, quanti essi sono, l' acqua pura dovrebbe essere positiva e negativa in contatto collo stesso metallo, ciò che di certo non si può ammettere.

Oltre a ciò, l' acqua pura secondo la tavola non esercita alcuna attività toccando oro, argento, platino, carbone. Ma ciascuno di questi, che preso fra le dita bagnate di acqua pura, e portato a toccar l' oro del Condensatore non dà alcun segno di tensione, la dispiega però notabile, toccando un piattello di altro metallo. E al vederla crescente, secondo il posto che il metallo del piattello occupa nella scala degli Elettromotori Voltiani, è forza conchiudere che le diverse tensioni notate dal Peclet coi numeri della sua tavola, anzichè tensioni, com' egli crede, degli umidi coi diversi metalli, sieno invece tensioni dovute nella massima parte al contatto dei diversi metalli, ch' egli tenea fra le dita, coll' oro del suo Condensatore; e vien quindi raffermata vieppiù la maggior efficacia del contatto metallico.

Aggiungo una riflessione sulle correnti elettriche. Io non so come il Peclet le ritenga impossibili senza l' azion chimica, mentre si appalesano con parecchi metalli sommersi nell' alcool anidro, e in alcune dissoluzioni alcaline, liquidi che a suo giudizio non possono agire chimicamente in quei metalli.

Invece il De-la-Rive per causare questo scoglio dalla sua teoria viene a dirci nelle sue Note (5). « Non è provato, che non v' abbia azion chimica » dell' alcool sul ferro, zinco, e stagno : e quantunque il ferro non si ossidi, » tenuto immerso per anni ed anni in una dissoluzione debolissima di alcali, » come fu provato dal Payen, non ne viene che sia nulla l' azion chimica del » ferro col detto liquido, come al caso lo proverò con molti fatti. »

Staremo dunque aspettando, qual sia secondo il De-la-Rive quest' azion chimica del ferro con un liquido che non può mai ossidarlo. E intanto quel principio dimostrato dal Marianini : *esservi cioè alterazione di forza elettromotrice in qualunque metallo a contatto di un liquido, siavi o no azion chimica*, principio cui ora si appoggia il Martens (6) nel difendere la teoria del contatto contro le recenti obbiezioni del Faraday ; questo principio non ha molto io ebbi la soddisfazione di confermarlo, esperimentando con lamine di platino tuffate nell' acqua distillata ; e di veder nel Galvanometro la corrente elettrica, immergendole in tal acqua dopo averle rese eterogenee coll' uso del suddetto principio.

Di più ho veduto eccitarsi la corrente da due lamine pur di platino omogenee affatto nel senso elettrico, e disuguali soltanto in superficie ; dirigendosi la corrente dalla superficie maggiore nell' acqua pura, e da questa nella minore. Nel che parmi vedere un elemento di quella pila speciale, che ho fatto conoscere fin dal 1816 col nome di *Pila binaria ;* e della quale avrò forse ad occuparmi in altra occasione.

(*Letto il* 29 *Maggio* 1842.)

NOTE

(1) *Archives de l' Électricité*, n.° I. pag. 95.

(2) Vedi la sua nota *Archives de l' Électricité*, pag. 641.

(3) V. *L' Elettromotore perpetuo*, Vol. II.

(4) V. Le sue *Memorie di Fisica sperimentale*. Anno secondo, pag. 109. Modena 1838.

(5) *Archives de l' Électricité*, pag. 644-645.

(6) *L' Institut*, 20 Janvier 1842, pag. 25.

ESAME

DI UNA MEMORIA DEL SIG. BUFF

INTORNO ALL' ELETTROFORO

E SULLA MIGLIOR COSTRUZIONE DI QUESTA MACCHINA

DEL

PROF. AB. GIUSEPPE ZAMBONI

Il sommo Elettricista Italiano fece conoscere fin dall'anno 1775 l'Elettroforo che porta il suo nome, e ne spiegò compiutamente i fenomeni con teoria sì luminosa, che ambe le scuole di Franklin e di Symmer l'adottarono costantemente, ciascuna nel suo linguaggio.

Quand' ecco a' nostri dì un fisico alemanno, il sig. Buff, dichiarare altamente, che *de cette appareil on n' a pas donné jusqu' ici une explication bien nette :* e voler egli perfezionarla colla sua Memoria intitolata : *Addition à la théorie de l' Électrophore.* L' esser questa pubblicata negli Annali di Fisica e di Chimica di Parigi (Settembre 1842, pagina 104), e riprodotta letteralmente in italiano in quelli compilati in Milano dal Prof. Majocchi (Marzo 1843, pagina 277), sembra richiamar l' attenzione di tutti i fisici come a novità importante : e ciò mi mosse a studiarla con tutta diligenza, trattandosi di obbiezioni e di aggiunte ad una teoria, che avea insegnato pel corso di quaranta e più anni.

Malgrado però di tanta preoccupazione io leggeva lo scritto del sig. Buff senza ripugnanza alcuna, e disposto quando che fosse a riformare le mie idee su tal materia. Imperciocchè dopo le tante scoperte di questo secolo, non può riuscirmi nuovo l' abbandonar dottrine anche dominanti da lungo tempo.

Dall' esame che sono per intraprendere della Memoria del sig. Buff, e delle obbiezioni ed aggiunte da lui promosse, si vedrà che siffatta vicenda non è a temersi, e che resterà vieppiù raffermata la spiegazione adequata dell' Elettroforo colla semplice teoria dell' immortale suo inventore; teoria che vuol essere premessa a maggior intelligenza dell' argomento.

L' Elettroforo altro non è veramente se non un quadro Frankliniano, che porta un' armatura sempre fissa, ed è il piatto metallico contenente il mastice isolante; ed altra mobile, cioè lo scudo metallico, guernito di un manico isolante.

Si carica in prima questo apparecchio al modo stesso degli altri isolanti armati: vale a dire, mentre una faccia del mastice si elettrizza o per comunicazione o per attrito; l' altra faccia, mediante il piatto metallico, comunica col suolo, ed acquista l' elettricità contraria. Quindi per l' influenza delle due contrarie elettricità, si accumula in ciascuna faccia del mastice la carica propria degli isolanti armati; tanta cioè, che supera a dismisura quella carica, che riceverebbe una faccia stando l' altra perfettamente isolata.

Fatta la carica, si procede alla scarica: cioè, posto lo scudo sul mastice, e messo in comunicazione col piatto, scoppia la scintilla della scarica. Ma perciocchè le faccie isolanti specialmente resinose ritengono aderente la carica acquistata sebben vestite di lamine metalliche comunicanti col suolo; ne viene che la carica, per esempio positiva della faccia superiore del mastice, all'atto della scarica, non si trasmette già allo scudo, ma, rimanendo infissa sull'isolante, opera soltanto per induzione, sforzando l' elettricità positiva dello scudo a trasfondersi nel piatto sottoposto, ivi attratta e ritenuta dall' elettricità negativa della faccia inferiore del mastice. Laonde dopo la scarica, lo scudo è divenuto realmente negativo, e positivo il piatto. Ma sì l' uno che l' altro conservasi in istato naturale apparente, o, come dicono i moderni, la carica

di ciascuno vien dissimulata dalla carica contraria infissa alla faccia isolante contigua.

Ed ecco indi provenire i fenomeni singolari dell'Elettroforo. Imperciocchè levato lo scudo ben isolato, e divenuto libero dall' influenza della carica positiva del mastice, dispiega lo stato suo negativo, e ricevendo una scintilla dal dito comunicante col suolo si rimette in istato vero naturale. Tornando poi a combaciarsi sul mastice, che ritiene aderente la propria carica positiva, e rinnovata la comunicazione dello scudo col piatto, si avrà nello scudo lo stesso effetto di prima, e così di seguito. Per la stessa ragione anche il piatto che fosse disgiunto dal mastice, e ben isolato, troverebbesi altrettanto a un dipresso positivo quanto fu negativo lo scudo.

Al lume di questa teoria non v' ha fenomeno nell' Elettroforo, che rimangasi inesplicato. E a tutta ragione lasciò scritto l' illustre fisico alemanno Fischer, che nessuna delle scoperte Voltiane è dovuta all' azzardo, ma tutte sono frutto di studio e di applicazion di principii (1). Ed in vero, come il principio dell' eccitamento elettrico nel mutuo contatto di due conduttori eterogenei, che il Volta difendea contro Galvani nelle contrazioni delle rane, gli aperse la via alla prodigiosa sua pila ; similmente la quistione insorta fra lo stesso Volta ed il padre Beccaria sull' Elettricità detta *vindice*, contribuì alla origine ed alla teoria dell' Elettroforo. Opinava il Beccaria, che nella scarica di un isolante armato, la faccia isolante positiva perdesse il suo eccesso elettrico, versandolo tutto nell' armatura contigua ; e poi se lo ripigliasse dalla stessa armatura, all' atto che questa veniva disgiunta dalla detta faccia isolante. Il Volta per lo contrario sosteneva, rimaner sempre aderente alla faccia isolante il suo eccesso elettrico, e questo, all' atto della scarica, elettrizzar per induzione l' armatura contigua di elettricità negativa. Ascoltiamo da lui medesimo la prova, che lo avviò ben tosto alla formazione dell' Elettroforo. « Osservai, dic' egli (2), che caricata una lastra di vetro, e scaricatala, » nell' atto di alzare indi con fili di seta la laminetta metallica, che vestiva » la faccia positiva, i piccoli getti di luce non aveano già la figura di fiocchi » spandentisi verso la lamina di vetro (com' esser dovrebbero nella suppo» sizione del P. Beccaria), ma quella anzi di luce affluente alla stessa veste,

» in cui apparivano più che altrove distintissime le stellette agli orli od
» angoli di essa. Il contrario accadeva, snudando l' altra faccia negativa del
» vetro ; la foglietta metallica divenuta nella scarica secondo i miei principii
» positiva, tostochè alzavasi isolata, spandeva d' intorno bellissimi fiocchi.
» Allora conchiusi, che ove trovassi il mezzo di soffocare, ed impedire in
» molta parte questa luce, cioè un cotal disperdimento di elettricità, ottenuta
» l' avrei più vigorosa. Il mezzo ben tosto era ovvio : si trattava di scansare
» ogni angolo nell' armatura. E tanto ho io praticato, surrogando alle sottili
» lamine metalliche per armatura quella foggia di scudo convenientemente
« grosso, ben rotondato e pulito. » Eccovi, o signori, l' origine scientifica dell' Elettroforo, che non sembra ben conosciuta dal sig. Buff, come si scorgerà dalle seguenti sue obbiezioni.

Incomincia egli dalla carica dell' Elettroforo col dire : » Tutti sanno,
» che il piatto inferiore contribuisce molto all' effetto di questo apparecchio :
» vale a dire che la presenza del piatto permette di accrescere la carica
» elettrica del mastice, perchè l' elettricità negativa di questo operando sul-
» le elettricità combinate del piatto metallico, perde gran parte della sua
» tension libera, e può quindi aumentare la sua densità prima di giungere
» al maximum della tensione. »

In questa introduzione del nostro autore vuolsi notare :

1.° Non potersi dire, che *il piatto inferiore contribuisca molto all' effetto* che è l'aumento della carica nel mastice. Imperciocchè o il piatto nella carica comunica sempre col suolo, come si pratica, ed allora non *molto* solamente, ma tutto anzi l' effetto è dovuto a tal comunicazione : o il piatto non comunica col suolo, nè con altri conduttori di conveniente capacità, ed allora per la sola presenza del piatto l' effetto è nullo ; essendo al tutto impossibile accrescer nel mastice la capacità per la carica col piatto perfettamente isolato.

2.° Suppone l' autore, esser comune insegnamento dei fisici, che l' elettrico eccitato sulla faccia del mastice agisca per induzione nel solo elettrico del piatto ; di maniera che caricata al maximum di tensione la faccia del mastice, di elettricità per esempio negativa ; di altrettanto a un dipresso il solo

piatto facciasi positivo. Dalla qual supposizione, che vedremo falsa del tutto, egli trae la seguente obbiezione; « Se nel piatto vi è tutta l'elettricità posi-» tiva, fatta la comunicazione di esso piatto collo scudo, dovrebbe il piatto » rimettersi in istato naturale; ma invece il piatto disgiunto dal mastice » trovasi fortemente negativo. » E si mette a provarlo con minuziose esperienze, quasi fosse verità sconosciuta; mentre prima d'ogni altro, e assai meglio la dimostrò il Volta coll'esperimento sopra recato contro il Beccaria; sicchè l'obbiezione del nostro autore sarebbe al tutto invincibile, se i fisici (com'egli suppone) ammettessero nel solo piatto la carica contraria a quella della faccia superiore del mastice. Ma tal supposizione è falsa interamente. Vero è bensi, che in quasi tutti i corsi di Fisica si spiegano soltanto i fenomeni della faccia superiore del mastice e dello scudo; e senza determinare se la carica al di sotto risieda o nella faccia inferiore del mastice o nel piatto, si ommettono i fenomeni di questa faccia e del piatto, forse perchè rimangono occulti, attesa la comunicazione del piatto col suolo nell'uso di questa macchina. Ma quando trattasi in generale della carica propria degli isolanti armati (uno de' quali è certamente l'Elettroforo), s'insegna comunemente, che la carica positiva da una parte, e negativa dall'altra, risiede nella superficie e penetra alcun poco nella grossezza dell'isolante, ma non risiede giammai nelle armature, le quali servono unicamente da conduttori per trasmettere o toglier l'elettrico alla faccia isolante. E perciò ne conseguita, che (come si è veduto nella teoria Voltiana) fatta la scarica per la comunicazione dello scudo col piatto, e questo e quello disgiunto dal mastice dee trovarsi elettrizzato in senso contrario alla carica della faccia isolante da cui fu separato. L'obbiezione dunque del nostro autore non altro contiene se non due errori di fatto.

Il primo, che la carica del piatto disgiunto dal mastice sia cosa nuova, quando invece è più antica dello stesso Elettroforo, ed essenziale alla sua teoria.

L'altro, che i fisici ammettano nel solo piatto la carica, mentre essendo il piatto un'armatura dell'isolante, lo riguardano soltanto qual conduttore che trasmette la carica alla faccia isolante.

Procediamo alla scarica dell'Elettroforo, nella quale secondo la dottrina Voltiana, lo scudo ed il piatto si elettrizzano in opposito per induzione.

Domanda qui il sig. Buff: « come mai l'elettrico della faccia superiore « del mastice caricata, non avendo quasi tensione perchè dissimulato dal « contrario elettrico inferiore, possa nella scarica agir liberamente nello scudo, « e produrvi per induzione il massimo effetto. »

La risposta è ben facile per poco che si conoscano le leggi della scarica negli isolanti armati. Se la bottiglia di Leyden caricata internamente mantengasi ben isolata nella sua faccia esterna, e si avvicini al suo bottone il dito comunicante col suolo, non ne spiccia che una scintilla assai piccola, cioè una minima porzione della carica interna, essendo questa quasi tutta dissimulata dalla carica contraria della faccia esterna. Ma all' atto della scarica, le due forze positiva e negativa ben lungi dall' impedirsi l' una l' altra, cospirano anzi amendue a produrre la scarica totale. Lo stesso è dell' Elettroforo; se dopo averne elettrizzato al maximum la faccia superiore isolante, lo scudo combaciato sovr' essa comunicasse col suolo, rimanendo isolato il piatto, l' elettricità, per esempio, negativa della faccia superiore, non potrebbe agir liberamente per induzione verso lo scudo, perchè attratta e dissimulata dalla positiva della faccia inferiore. Ma volendosi nello scudo il massimo effetto di tal induzione, si fa comunicare il piatto collo scudo, per la qual comunicazione amendue le contrarie elettricità si ajutano l' una l' altra ad agir liberamente per induzione, la superiore verso lo scudo, e l' inferiore verso il piatto; donde e questo e quello si elettrizzano in opposito al massimo grado.

Ma il nostro autore in luogo di questa risposta superiore ad ogni replica, viene a dirci, che i trattati di Fisica rispondono nella seguente maniera: « Essendo pressochè nulla la distanza della faccia superiore del mastice dallo » scudo postole addosso, l' elettricità di questa faccia deve operare verso lo » scudo con forza infinitamente maggiore, che verso il piatto inferiore; e » perciò quando il piatto comunica collo scudo, l' elettrico della faccia superiore » agisce quasi unicamente sullo scudo. »

Se crediamo dunque al sig. Buff si fa gran caso della sua obbiezione nei trattati di Fisica. Ma com' è poi, che non se ne trova alcun sentore nei tanti che si conoscono? E questa risposta ch' egli mette in bocca di tutti gli Elettricisti non è ella peggiore assai dell' obbiezione? E per verità:

deve il piatto comunicare collo scudo, oppure, che è lo stesso, amendue col terreno, onde aver per induzione il massimo effetto nello scudo. Ma se, come si pretende nella detta risposta, questo massimo effetto provenisse dalla somma vicinanza dello scudo al mastice, lo stesso massimo effetto si avrebbe all' incirca anche se comunicasse il solo scudo col suolo.

Di più: qual fisico, senza contraddire ai primi elementi della scienza, potrebbe mai accordare ciò che pur si accorda nella predetta risposta, che cioè nell' atto della scarica, l' elettricità positiva d' una faccia abbia a trovar nella negativa dell' altra un ostacolo ad agir liberamente per induzione nelle rispettive armature? Chè anzi tutto al contrario, provocandosi la scarica per la comunicazione d' una elettricità coll' altra contraria, la loro scambievole attrazione le fa operar per induzione nelle rispettive armature colla maggior libertà possibile.

Ed in fine, l' autore medesimo ebbe a notare, e qui giustamente, che per la detta risposta l' Elettroforo dovrebbe riuscir meno attivo col mastice più sottile; il che è contro l' esperienza, la quale, d' accordo colla teoria, mostra gl' isolanti armati tanto più capaci di carica, quanto più sottili, ma non per questo meno atti alla scarica.

Laonde chi non avesse alla mano i diversi trattati di elettricità per cercarvi la detta risposta, che vuole avervi trovata il sig. Buff, dovrebbe appigliarsi all' una o all' altra di queste due conseguenze: o tutti gli Elettricisti insegnarono assurdità la più patente: o questa risposta fu da altri immaginata, ed apposta loro in comune dal sig. Buff. Ma chi veramente non l' ha trovata in nessun corso di Fisica non si troverà al certo in questo bivio.

Sciolte così le obbiezioni del sig. Buff alla vera teoria dell' Elettroforo, sentiamo adesso l' aggiunta ch' egli vorebbe farvi.

« I fenomeni, dic' egli, dell' Elettroforo derivano da una proprietà degli
» isolanti, bensì conosciuta, ma la cui influenza sembra sfuggita all' attenzione de' fisici; ed è la proprietà, che elettrizzandosi una loro faccia, l' altra
» pur si elettrizza, ma in senso contrario. »

E quali sono, domando io, cotesti fisici, che non conoscono tutta l' influenza delle due contrarie elettricità nell' aumentare la carica degl' isolanti

armati? E trattandosi dell' Elettroforo, la teoria Voltiana di questo istrumento, che abbiamo premessa, non è ella fondata appunto sulla detta influenza? Qual novità dunque è mai questa di voler adesso aggiungere a una teoria ciò che in essa già si contiene come sua base primaria? Tutto al più, per quei fisici, che si ristringono a spiegare i fenomeni dello scudo, e della faccia superiore del mastice, ed ommettendo ciò che avviene alla faccia inferiore ed al piatto lasciano imperfetta la teoria, gioverebbe ricordare, che quella del Volta spiega ogni cosa compiutamente in virtù delle due contrarie elettricità, senza bisogno di aggiunte.

Se non che lo sviluppo delle due contrarie elettricità negli isolanti armati, donde viene l' aumento della carica, esige però la condizione sopra notata, che cioè mentre una loro faccia si elettrizza o per comunicazione o per attrito, la faccia opposta abbia a comunicare col suolo, o con tali conduttori in cui versare del proprio elettrico omologo a quello che carica l'altra faccia. Di questa condizione nessun cenno in tutta la Memoria del sig. Buff. E già fin da principio mostrò egli non farne caso, avendoci detto, che *la presenza del piatto contribuisce alla carica del mastice*, senza dirci dover il piatto a tal effetto comunicare col suolo. Ora poi trattando egli espressamente del modo con cui si svolgono le due elettricità contrarie nella carica degl' isolanti armati, riferisce alcuni suoi sperimenti in maniera da volerci far credere, che mentre si carica una faccia dell' isolante, l' altra opposta anche ben isolata dispieghi l' elettricità contraria inserviente all' aumento della carica: error capitale, cui potrebbero condurre i suoi sperimenti non interpretati a dovere.

Nel primo di questi « stropicciata dic' egli, e resa con ciò negativa la » faccia d' un isolante, la faccia opposta divien positiva, tosto che la faccia » stropicciata sia coperta da un disco metallico comunicante col suolo. » Ma sia egli avvertito, che questa faccia opposta, durante l' attrito dell' altra, avrà trasmesso della sua elettricità negativa all'aria contigua; altrimenti non l' avrebbe giammai trovata positiva, nemmen dopo aver coperta la faccia stropicciata col disco in comunicazione col suolo.

Nel secondo sperimento « stropicciandosi una faccia isolante, l' altra

» opposta o sia intanto posata sovra un piano comunicante col suolo, od » anche rimanga abbandonata a sè medesima per qualche tempo, sempre » acquista l' elettricità contraria. » Ed io similmente gli rispondo, che nel secondo caso della faccia abbandonata a sè medesima, l' aria adiacente, che non è mai perfettamente isolante, ha fatto in quel tempo almeno in parte l' uffizio medesimo del piano comunicante col suolo nel primo caso.

Dicasi lo stesso del terzo sperimento, che non è già suo, perchè in prima origine appartiene ai due nostri Beccaria e Volta (3), ed è quello di parecchie lamine isolanti sovrapposte l' una all' altra senz' armature metalliche, nel qual caso, stropicciata la faccia superior della prima in alto, stando la faccia inferiore dell' ultima da basso in comunicazione col suolo, trovasi di poi ciascuna lamina colle due faccie elettrizzate in opposito come la prima stropicciata. Qui pure si adempie la condizione da lui trascurata dell' elettrico trasmesso da ogni faccia inferiore all' altra contigua, trasmissione operata dal velo d' aria interposto alle lamine, e dalla comunicazione dell' ultima faccia al di sotto col suolo: donde proviene la carica di tutte le lamine, che noi chiamiamo di *conseguenza* ed i Francesi *par cascade*. E se il sig. Buff non ha veduto col nostro Volta, che il velo d' aria frapposto alle lamine serve come di armatura comune a due faccie isolanti, potrebbe esserne istruito dal Biot che nel suo *Précis élémentaire (Seconde edition pag.* 578), avverte chiunque voglia occuparsi di sperimenti elettrici « a non perder mai di vista » l' influenza del contatto dell' aria, altrimenti si crederebbe, che una botti- » glia di Leyden, od altro apparecchio di questa fatta possa caricarsi col » ricever elettrico soltanto in una faccia, senza che l' altra comunichi col » suolo. Perchè in fatti una bottiglia isolata nell' aria si carica poco a poco » specialmente elettrizzandola per lungo tempo; ma in tal caso l' elettricità » che riceve in una faccia spinge ed espone l' omologa della faccia opposta » all' azione assorbente dell' aria, il che permette un aumento di carica nella » bottiglia. » Questo saggio avvertimento dell' illustre fisico francese suggelli la presente discussione dalla quale risulta:

Che posta nel vero suo lume la teoria Voltiana dell' Elettroforo, svaniscono affatto le obbiezioni del sig. Buff, e che dichiarando egli doversi spiegare

i fenomeni elettrici di questo apparecchio per l'influenza delle due contrarie elettricità, la teoria Voltiana, che tutti li deriva dalla detta influenza, non abbisogna di aggiunte.

La sola novità che vorrebbe aggiungervi il sig. Buff, sta nel modo con cui a parer suo si dispiegano le due contrarie elettricità; che mentre, cioè, la faccia di un isolante si elettrizza, l'altra opposta anche ben isolata sviluppi l'elettricità contraria inserviente all'aumento della carica; il qual suo pensamento è al tutto inammissibile. E perciò la Memoria del sig. Buff intitolata. *Addition à la théorie de l'Électrophore*, null'altro potrebbe aggiungervi fuorchè un errore gravissimo.

Ma se la teoria di questo apparecchio starà immutabile, non così la parte tecnica, che parmi potersi migliorare colla seguente costruzione, che io pratico da più anni.

Al piatto metallico che contiene il mastice ho sostituito una lastra circolare di vetro, tutta vestita nella sua faccia inferiore di foglia metallica, quale si usa per le armature delle bottiglie di Leyden. Tutto il perimetro della lastra tiene incollata una cintura di legno, o di grosso cartone ben secco ed inverniciato, la quale sormonta l'orlo del vetro sino al livello del mastice versato sulla faccia superiore del vetro all'altezza di una in due linee. Riesce così più attivo l'Elettroforo per la maggior sottigliezza del corpo isolante, e quel che è più, vien tolto il pernicioso effetto delle screpolature nel mastice, che non possono attraversar la grossezza del vetro, e propagarsi all'armatura inferiore.

Da un Elettroforo costruito a questo modo col mastice d'un altro che l'avea grosso più di un pollice ebbi l'effetto più che doppio, e la carica vi si conserva assai meglio, com'è provato da lunghe e ripetute esperienze.

(Letto il 29 Maggio 1844)

NOTE

(1) Fischer, *Physique Mécanique*. Chap. 25.

(2) *Collezione delle Opere del Volta*. Tom. I. p. 152.

(3) Dissertazione del Volta. *De vi attractiva ignis electrici*.

DELL' ACHILLEINA

E DELL'ACIDO ACHILLEICO

NUOVI PRINCIPJ IMMEDIATI VEGETABILI RINVENUTI NEL MILLEFOGLIO

(*Achillea millefolium*, Linn.)

MEMORIA

DEL SIG. BARTOLOMMEO ZANON

I molti studii e le continuate esperienze istituite dai chimici più illustri del nostro secolo, sparsero di chiara luce la chimica vegetabile, e ci condussero sulla retta via per analizzare e scoprire dei nuovi principii immediati, che compongono le piante; principii che portarono alla medicina non pochi vantaggi.

Prima del 1816 noi eravamo costretti d' ingoiare la china in natura ridotta soltanto in polvere od in decotto per fugare le febbri intermittenti, caricando così lo stomaco di una materia legnosa, inerte, difficile a digerirsi e spesse volte di azione incerta, poichè non era possibile di calcolare esattamente la quantità di principio febbrifugo contenuto nelle varie corteccie di china che ci dava il commercio. Se non che circa a quest' epoca si fece l' importante scoperta della chinina, vero principio medicamentoso, che risiede nella china. Essendo poi stato riconosciuto ch' era essa dotata di proprietà alcaline, fu combinata con alcuni acidi, e risultarono dei sali, i quali per la maggior loro solubilità in confronto della chinina stessa, resero un servigio

importantissimo alla medicina, come rimedii eminentemente febbrifughi, poco voluminosi, e di azione sempre certa. Di molta utilità si riscontrarono eziandio a' nostri tempi, diversi altri principii immediati rinvenuti nell' oppio, nella noce vomica, nell' ipecacuana, nel semesanto ed in varie altre sostanze medicamentose, ai quali principii si diede il nome di morfina, narcotina, stricnina, emetina, santonina ec, che servono meravigliosamente a guarire molte malattie di natura diversa.

La scoperta di questi principii in piante straniere fece supporre a taluni, che la natura si fosse compiaciuta di prodigare, specialmente all' America, alle Indie orientali, e ad altre lontane regioni le maggiori sue ricchezze in vegetabili atti a fornire rimedii d' incomparabile azione: ma la chimica ci dimostrò con evidenza, che anche le piante indigene di Europa contengono principii dotati di azione molto energica, come sono, per esempio, la digitalina, la solanina, la veratrina, l' aconitina, la citisina, la dafnina ec. E giova sperare, che se noi persevereremo negli studii analitici sopra i numerosi vegetabili del nostro suolo, arriveremo forse un giorno a scoprire principii tali da surrogare a quelli, che attualmente otteniamo dalle costose droghe di estera provenienza, fra i quali non sarà molto difficile rinvenire pur quello che possa pareggiare l' attuale sovrano rimedio, il solfato di chinina.

Mosso anch' io dal desiderio di far avanzare di un breve passo questo importante ramo della scienza, ho trovato opportuno di occuparmi in questi ultimi mesi nell' analisi chimica di un vegetabile indigeno, il quale fin qui ottenne poca considerazione nella medicina; ma che, a mio credere, pei principii in esso scoperti, ed in parte anche sperimentati, potrà essere in seguito posto fra quelli che somministrano i farmachi i più efficaci.

Il vegetabile, di cui intendo parlare, è il Millefoglio (*Achillea millefolium*, Linn.), pianta comunissima di tutta Europa, che alcuni abitanti del Bellunese, e particolarmente quelli della campagna, impiegano da varii anni per fugare le febbri intermittenti, facendone nelle proprie case decotto saturo da bersi a più riprese fra il giorno, per quattro o sei giorni di seguito.

Fatta riflessione più volte sugli effetti salutari di questa pianta, e vedendo come venisse impiegata nel Bellunese con ottimo successo qual rimedio

succedaneo al solfato di chinina, presi partito, di occuparmi nelle indagini relative allo scoprimento dei principii attivi contenuti nel detto vegetabile, non sapendo che altri abbia fatto simile ricerca. Condotte pertanto a fine le mie più importanti osservazioni e sperienze in proposito, non esito di comunicarle, e di far conoscere per qual via io sia pervenuto ad ottenere dei positivi risultamenti.

Parlerò prima del trattamento chimico fatto al Millefoglio, del rinvenimento, e della denominazione del principio attivo, che chiamerò *Achilleina*: esporrò un'utile variazione ch'io feci al primo processo, per ottenere l'Achilleina stessa, colle relative deduzioni: discorrerò delle sue proprietà fisiche e chimiche, e della sua classificazione.

Poscia renderò conto del nuovo acido vegetabile scoperto nel decotto del Millefoglio, nell'atto medesimo che io stava preparando l'Achilleina: del modo cioè di ottenerlo allo stato di purezza, della sua denominazione in acido Achilleico; de' suoi caratteri tanto fisici che chimici, e della sua classificazione. Darò fine al mio lavoro colla descrizione di alcune combinazioni chimiche, ch'io ho potuto ottenere con quest'acido, e colla indicazione dei suoi principali caratteri.

§. I.

Trattamento chimico del Millefoglio, rinvenimento, e denominazione del principio attivo.

Per dar principio al mio lavoro era necessario ch'io raccogliessi in abbondanza di questo vegetabile, nella stagione in cui fosse giunto al suo maggiore stato di maturazione, e che ne curassi la disseccazione, come feci, nei primi giorni di settembre 1843.

Ciò fatto, ideai un processo particolare atto a condurmi ad un positivo risultamento. Parvemi, che l'acqua bollente potesse essere il veicolo più opportuno per estrarre dalla pianta i principii solubili, fra i quali vi sarebbe stato probabilmente quello dotato della proprietà febbrifuga.

1.° Pesai quindi due libbre metriche di Millefoglio (1), lo tagliai minu-

tamente e lo misi in un recipiente grande di rame stagnato con sedici libbre di acqua piovana, e lo feci bollire per circa due ore, nel qual tempo il liquido si era ridotto a circa una metà: feltrai il decotto per panno di lana e lo misi a parte. Versai altre otto libbre di acqua sopra la medesima sostanza che rimasta era nel recipiente, e feci che il liquido colla bollitura si riducesse ai due terzi. Feltrai il liquido come sopra, e lo riunii al primo. Siccome questo secondo decotto risultò ancora molto colorato; così ne ripetei un terzo con meno quantità di acqua. Feltrato questo pel solito panno, e spremutone il residuo, lo versai cogli altri. Chiarificai con bianco d'uovo tutto il liquido unito, e lo feci evaporare poscia a lento calore, portandolo ad un'avanzata concentrazione, cioè fino a che si formò una densa pellicola biancastra alla superficie del liquido, e che mi parve essere ridotto il liquido stesso a circa un terzo del suo primitivo volume. Levai allora il vase dal fuoco e lo lasciai raffreddare fino all'indomani.

2.° Il giorno susseguente questo liquido erasi alquanto chiarificato per la decomposizione che fece di una quantità di materia, che raccolta sopra un feltro ed esaminata mi sembrò composta in gran parte di fibra vegetabile della pianta, di materia colorante verde con poca albumina vegetabile coagulata, di materia estrattiva nera insolubile nell'alcool, e solubile nell'acqua, di sale calcareo, e qualche traccia di silice.

3.° Il liquido ridotto a tal punto di concentrazione avea un sapore amaro, arrossava la carta di tornasole, dava un precipitato biancastro coll'acido ossalico, un precipitato giallo scuro colla soluzione di acetato di piombo, ed un precipitato giallo di cedro coll'acetato basico di questo metallo.

4.° Dopo tali esperimenti istituiti nel decotto feltrato, pensai di saturare l'acido vegetabile già indicato dalla carta di tornasole, col latte di calce, versandone a poco a poco, ed in tale quantità, che la calce rimanesse in qualche esuberanza, agitando di tratto in tratto il liquido con un bastone di legno. Occorre por mente in questa circostanza, che per la completa saturazione di quest'acido ci vogliono molte ore, poichè la vera combinazione non succede che assai lentamente. Ciò dipende dall'essere l'acido stesso diluito in molta quantità di liquido.

5.° Neutralizzato così l'acido vegetabile, mi si rendeva indispensabile la precipitazione della materia colorante della pianta, già rimasta nella dissoluzione del decotto concentrato. Ricorsi quindi all'acetato di piombo disciolto nell'acqua distillata, e con esso, versandolo ripartitamente nel liquido da analizzarsi finchè più non produceva precipitato, ottenni la pronta separazione della materia colorante verde, che calò sul fondo del vaso in cui si operava. Con ciò ottenni non solo la precipitazione totale della materia colorante, ma eziandio quella dell' acido combinato alla calce; poichè, siccome ognuno può arguire, gli acidi in questa circostanza si permutano fra loro la base: vale a dire, nell' atto medesimo, in che l' ossido di piombo si combina all' acido vegetabile del Millefoglio, ed alla materia colorante, (tornando così due combinazioni differenti insolubili), l' acido acetico dell' acetato di piombo si combina alla calce resa libera, costituendo un acetato di questa base, che rimane in soluzione nel liquido.

6.° Col mezzo della feltrazione separai il precipitato prodottosi nella operazione suddetta, e trattai il liquido con una corrente di gas idrosolforico lavato, per liberarlo dal piombo dell' acetato di piombo già versato in qualche eccedenza. Feltrai di nuovo il liquido, il quale depurato così dal solfuro di piombo già formatosi, avea assunto un bel color giallo-rossigno: ed assaporato poi mi fece sentire il vero amaro della pianta, più forte e più delicato di prima, sebbene contenesse acido acetico dell' acetato di piombo sopra indicato.

7.° Conoscendo col fatto, per le sperienze di tanti chimici e le mie proprie, che l' acetato di piombo ha la proprietà di precipitare le materie coloranti vegetabili, non dubitai in questo caso, che la bella tinta giallo-rossigna del liquido, rimasta illesa dall' azione del valido reagente impiegato in dose abbondante, non dovesse dipendere propriamente dalla vera sostanza attiva amara del Millefoglio. Per verificare ad evidenza un tal fatto, sottoposi il liquore ad una regolare svaporazione in una capsula di porcellana, collocata sopra un bagno a vapore, e lo ridussi a piccolo volume, muovendo in fine continuamente la materia residua finchè ebbe a ricevere la consistenza di un solido estratto.

8.° Dalle due libbre metriche di Millefoglio impiegato ebbi 150 denari di estratto quasi secco.

9.° Ma per separare il principio vegetabile di cui andava in cerca, era necessario ch' io praticassi altre operazioni; poichè fin qui non avea ottenuto, che una materia estrattiva, priva bensì della materia colorante della pianta, ma che avea in sè altre sostanze inerti ed estranee, delle quali per giugnere allo scopo si dovea ottenere la separazione. Per dar compimento al mio lavoro, introdussi l' estratto suddetto in un forte matraccio, e vi versai sopra dell' alcool a 0,880; scaldai gradatamente la miscella fino quasi alla bollitura: feltrai il liquido caldo, e ripetei varie altre volte la medesima operazione sopra lo stesso estratto, riunendo in fine i liquori. L' alcool feltrato delle singole operazioni avea ricevuto una tinta giallo-scura; ma più densa era naturalmente quella della prima soluzione, e le altre diminuivano gradualmente d' intensità.

10.° Eguale trattamento alcoolico ebbe pure il solfuro di piombo, rimasto sul feltro dell' antecedente operazione, e le tinture risultanti da queste ultime prove aveano assunto un color più giallo e più brillante delle antecedenti: per altro furono unite alle prime nel bagno-maria di un alambicco, ove avea messo poca acqua distillata.

11.° Feci poscia la distillazione di tutto l'alcool impiegato, e raccogliendo diligentemente il residuo rimasto nel bagno, lo posi in una capsula di porcellana, già locata sopra l' apparato a vapore; e ridussi la materia ad una soda consistenza. Posi poi la capsula stessa in una stufa, lasciandovela per due giorni, a fine di ottenere un maggior diseccamento della sostanza estrattiva. Raccolta questa e pesata, mi risultò nella quantità di 130 denari. A questa sostanza, secondo l' odierno sistema di nomenclatura, mi pare che convenga il nome di *Achilleina*, per indicare la sua derivazione dall' *Achillea millefolium*, di Linneo.

§. II.

Variazione del processo per ottenere l' Achilleina, e deduzioni relative.

12.° Nell' indicato modo io ho rinvenuto l'Achilleina nel Millefoglio ; e trattandosi in questo caso della scoperta di un principio immediato vegetabile nuovo, credetti utile descrivere con precisione il metodo da me seguito per giungere a ciò. Se non che era mestieri ch' io mi facessi un po' addietro, esaminando e maturando più a fondo il mio processo, a fine di conoscere, se l' Achilleina così ottenuta potesse constare in fatto di un solo principio, oppure della mescolanza di più sostanze.

13.° In fatti, riflettendo alle operazioni e teorie fin qui esposte fui indotto a ritenere, che l' Achilleina in discorso avesse da contenere in sè della materia estrattiva di natura diversa da quella dell' Achilleina e dell' acetato di calce. Una tale induzione fu appoggiata alla poca forza dell' alcool da me impiegato per disciogliere l' Achilleina dall' estratto, come al n.° 9. Per confermarmi nella verità di questo fatto, praticai sull' Achilleina stessa degli esami chimici, i quali mi condussero non solo a trovare la materia estrattiva e l' acetato di calce già sospettato, ma a rinvenirvi eziandio piccolissime quantità di una materia gommosa e in parte resinosa.

14.° Colla vista pertanto che rimanessero possibilmente escluse queste sostanze nella preparazione dell'Achilleina, trovai opportuna cosa quella di variare in alcuni punti il mio processo, seguendo l' ordine che sono per descrivere.

15.° Dopo di avere preparato esattamente il decotto col metodo descritto al §. I, n.i 1, 2, 3, e saturato l' acido libero come al n.° 4, aggiunsi al liquido una sufficiente quantità di carbone animale, appositamente preparato e lavato, lasciandovelo per molte ore, a fine che precipitasse tutta la materia colorante. Dopo ciò feltrai per carta il liquido, il quale avea assunto il bel color giallo-rossigno, ed il vero sapore amaro della pianta, forse migliore di quello indicato al n.° 6.

16.° Il liquido ridotto in questo stato venne sottoposto a regolare vaporazione nel solito bagno a vapore fino al seccamento, come si fece del liquido al n.° 7. L'estratto ottenuto con questo metodo riuscì in quantità minore del primo al n.° 8.

17.° Raccolto questo estratto medesimo colla possibile diligenza, fu introdotto in un matraccio con buona quantità di alcool quasi anidro : si scaldò pian piano la miscella a bagno-maria, e la si portò gradatamente alla bollitura. Solamente in questo ultimo stato l' alcool potè estrarre una parte della materia solubile e rendersi colorato. Si feltrò poscia la tintura ottenuta ancor calda ; e si ripetè la medesima operazione per altre tre volte di seguito con eguale quantità di alcool della medesima densità, riunendo in fine i liquidi nel bagno-maria di un alambicco, e distillandoli in seguito fino a secchezza. Raccolto l' estratto secco dal bagno mediante l' acqua distillata, e ridotto nuovamente a seccamento in una capsula di porcellana sul bagno a vapore, lo si trovò soltanto nella quantità di 43 denari, e riuscì di un aspetto veramente bello e singolare in confronto del primo.

Ecco ciò che consegue dalla variazione del processo.

18.° Impiegando il carbone animale invece dell' acetato di piombo nella precipitazione della materia colorante, si abbreviano le operazioni, e si evita la precipitazione dell' acido vegetabile della pianta, e la formazione dell' acetato di calce : ciò che accade nell' operazione al §. I n.° 5. Oltre di ciò non si ha nel liquido acido acetico libero : e quantunque per le sue particolari proprietà quest' acido si volatilizzi nell' atto dell' evaporazione del liquido a seccamento ; tuttavia non può rimaner dubbio che ve ne resti la minima traccia nell' estratto : quindi siamo sicuri di avere l' Achilleina sempre scevra da questo principio.

19.° Nulladimeno non intendo di escludere il mio primo processo ; raccomando soltanto, che si badi scrupolosamente, sì nell' uno che nell' altro caso, d' impiegar sempre l' alcool anidro, od almeno della densità di 0,806, nel trattamento dell' estratto secco per isciogliere l' Achilleina : poichè ho potuto assicurarmi con parziali sperimenti, che se questo liquido contiene più di acqua, discioglie sempre della calce, sia che questa si trovi nel-

l' estratto secco in combinazione all' acido acetico, come nel primo processo al n.° 9, sia che si trovi combinata all' acido della pianta, come nel processo secondo al n.° 17. Di più un alcool allungato di acqua discioglie sempre della materia estrattiva nera, di natura diversa da quella dell' Achilleina, come già dissi, e qualche minima porzione di una sostanza gommosa mucellaginosa, di proprietà presso che analoghe a quelle della gomma arabica: sostanze tutte che alterano non poco le proprietà caratteristiche dell' Achilleina.

20.° In ogni caso poi che l'Achilleina preparata negl' indicati modi contenesse delle sostanze straniere, si potrà redisciogIierla nell' alcool assoluto bollente, feltrarne la soluzione, e distillarla per raccogliere lo spirito impiegato, ed aver infine l' Achilleina in istato di purezza (2).

21.° A fronte di tutte le indicate precauzioni, l' Achilleina in discorso ritiene in sè più delle volte qualche centesimo di materia resinosa, già avvertita al n.° 13 (3), la quale volendo si potrà separare colla soluzione dell' Achilleina nell' acqua, colla feltrazione del liquido, ed evaporazione a seccamento.

§. III.

Proprietà fisiche e chimiche dell' Achilleina, e sua classificazione.

22.° L'Achilleina così ottenuta rappresenta una massa estrattiva dura, di color giallo-bruno tendente al rosso: ha un leggiero odore suo proprio, un sapore amaro non ispiacevole: attrae facilmente l' umidità dell' aria e si rende molle: è solubilissima nell' acqua fredda, e ne risulta un liquido di un bel color giallo d' oro, che non ha la proprietà di cangiare i colori delle carte reagenti, nè di restituire il colore azzurro a quella di tornasole arrossata da un acido.

23.° L' alcool assoluto non discioglie a freddo l' Achilleina, ma s' è bollente, la scioglie per intiero: se però questo alcool medesimo viene allungato di acqua, la dissoluzione nasce tanto a freddo che a caldo, colla differenza

che si ottiene l' effetto tanto più prontamente, quanto più di acqua contiene l' alcool.

24.° L'Achilleina è insolubile nell' etere solforico, ma se si aggiunge all' etere stesso qualche goccia di acido Achilleico, cioè di quello che sarò a descrivere nel seguito di questa memoria, oppure qualche goccia di altri acidi, come per esempio il nitrico ed il solforico, la soluzione nasce istantaneamente, ed il liquido risultante può essere allungato di molta acqua, o di alcool, senza che nasca il menomo intorbidamento.

25.° Il cloro ha la proprietà di distruggere all' istante il colore dell'Achilleina disciolta nell' acqua.

26.° La tintura di galla, e la soluzione di protosolfato di ferro, versate a gocce in bicchieri separati dov' era l' Achilleina disciolta, non offrirono alcun fenomeno apparente.

27.° L' acetato acido di piombo non mostra di esercitare alcuna azion chimica sopra l' Achilleina nell' acqua, ma l' acetato basico di questo metallo dà origine prontamente ad un abbondante precipitato giallo-pallido, solubile in molta acqua, insolubile nell' alcool anidro, inalterabile dall' aria e dalla luce.

28.° L' ammoniaca liquida discioglie prontamente l' Achilleina, ed il liquido risultante esposto all' aria, finchè ha perduto l' odore ammoniacale, lascia cadere una materia in fiocchi, ch' è molto meno solubile dell' Achilleina.

29.° Riflettendo ai risultati delle esposte esperienze, io sono indotto a considerare l' Achilleina siccome un principio immediato vegetabile non acido, nè alcalino, ma bensì capace di combinarsi in qualche modo tanto agli acidi, che alle basi, formando delle combinazioni differenti, e ciò come si vede particolarmente ai numeri 22, 24, 27, 28. Per ispiegar per altro con qualche precisione i fatti che accompagnano le nominate combinazioni, occorrono nuovi studii e sperienze. Io mi propongo quindi di ritornare in altro tempo sopra questo interessante argomento, cioè quando avrò fatta nuova abbondante raccolta di Millefoglio, e che avrò l' opportunità di praticare di confronto la già progettata analisi dell' *Achillea Clavennae*, pianta indigena de' nostri monti, scoperta nel 1608 dal farmacista di Belluno, Nicolò Chiavenna.

30.° Io frattanto sarei d'avviso doversi assegnare all'Achilleina il posto fra i *Principii estrattivi ed amari*, distinti dal chiarissimo Liebig in classe speciale, come si vede nel suo Trattato di Chimica Organica, cioè nella lista della genzianina, absintina, columbina, ergotina, centaurina, quassina ec.

Riflettendo in fine alla già notata proprietà dell' Achilleina di assorbire facilmente l' umido atmosferico, non sarà inutile ch' io ricordi ai farmacisti di custodirla sempre in vasi perfettamente chiusi.

§. IV.

Dell' acido del Millefoglio; del processo per ottenerlo, e sua denominazione.

Dopo i lavori eseguiti per ottenere separata l' Achilleina e conoscerne le proprietà, non dovea trascurare in alcun modo l' acido, che venne appalesato dalla carta di tornasole, nella circostanza in cui stava esplorando il decotto concentrato del Millefoglio, §. I, n.° 3. Per agevolare in qualche modo la via all' ottenimento di questo acido, mi si rendeva primieramente indispensabile qualche studio conducente a far conoscere la sua condizione naturale nel vegetabile. Tornai perciò a considerare i risultamenti di alcune delle sperienze antecedentemente riferite, e per le pratiche fatte con diversi assaggi al succo appena spremuto dalla pianta potei bastantemente persuadermi, trovarsi esso acido parte in istato di combinazione colla calce, e fors' anche coll' Achilleina; ed in parte allo stato libero. Ciò conosciuto, diedi principio a nuove operazioni, colla speranza di poterlo isolare perfettamente, studiarlo nelle sue proprietà, e di tentar poscia di formare con esso delle nuove combinazioni.

Preparai dunque un decotto ben saturo di Millefoglio, assoggettando alla bollitura nell' acqua distillata tutte le parti della pianta, meno la radice; e feltrato che fu per panno di lana, lo evaporai fino alla riduzione della metà: lo feltrai come prima per separar le materie depostesi, e versai in esso a poco a poco una soluzione di acetato di piombo, finchè vidi nascere il preci-

pitato. Raccolsi questo precipitato sopra un feltro di carta e lo lavai parecchie volte coll'acqua pura. In questo caso, il precipitato lavato dovea risultare necessariamente dalla combinazione dell' ossido di piombo coll' acido vegetabile del Millefoglio, e della materia colorante, come al §. I, n.° 5, e fors' anche di qualche poca di calce.

Per separare l' acido vegetabile dalle altre materie, stemperai il precipitato suddetto nell' acqua distillata e feci passare attraverso il liquido, già posto in una bottiglia Wulfiana, una corrente di gas idrosolforico lavato, fino alla totale precipitazione dell' ossido di piombo. Feltrai il liquido per carta, e lo evaporai lentamente a bagno-maria per iscacciare tutto l' acido idrosolforico rimasto in soluzione. Il liquido così ottenuto era molto acido, ma conteneva in combinazione della materia colorante verde della pianta, ed anche della calce.

Altre operazioni dunque doveano succedere. Lo combinai alla potassa, versando in esso un' abbondante soluzione di carbonato di questa base, e facendo bollire il liquido per alcuni minuti in un vaso di vetro. Mediante questa operazione nacque la precipitazione della calce allo stato di carbonato, che separai colla feltrazione. Il liquido feltrato avea assunto un color molto più scuro, fenomeno dovuto allo svincolamento della materia colorante dall' acido, operato dalla potassa, e dalla nuova dissoluzione di questa materia mediante la potassa stessa, o del suo carbonato già esuberante.

Per isceverare il liquido dalla materia colorante lo unii a buona quantità di carbone, già digerito nell' acido idroclorico diluito, lasciandovelo fino all' indomani, agitando più volte la miscella. Feltrai poscia il liquido per carta ed ebbi così la soluzione di un sale di potassa od acido vegetabile perfettamente scolorato e limpido come l' acqua.

Ridotta l' operazione a questo punto, non mi mancava che d' isolare l' acido del Millefoglio già combinato alla potassa, a fine di averlo in soluzione nell' acqua purissima. Versai quindi a gocce a gocce nel liquido una dissoluzione di acetato di piombo, ed ottenni così un precipitato di un bianco di latte, che lavai più volte coll' acqua. Conviene avere l' avvertenza in questo caso di non lavar molto il precipitato, poichè questo sale di piombo è in

parte solubile. Raccolsi in fine tale precipitato e dopo di averlo ben diluito coll' acqua distillata, lo introdussi nella solita bottiglia Wulfiana, ove feci passare dell' acido idrosolforico gazoso fino alla totale precipitazione dell' ossido di piombo. Feltrai il liquido, il quale conteneva in soluzione l' acido del Millefoglio, che, pegli stessi motivi per cui la nuova sostanza fu chiamata Achilleina, io sarei di avviso di chiamare acido *Achilleico*.

Se la soluzione dell' acido Achilleico così ottenuta dimostrasse coi reagenti di contenere qualche piccola quantità di calce, si potrà privarla di questa col versare cautamente nella soluzione qualche goccia di acido ossalico diluito, e separando colla feltrazione l' ossalato di calce che si forma; oppure si potrà concentrare a bagno-maria la soluzione quanto è possibile, senza che nasca decomposizione, poi versare in essa dell' alcool assoluto, feltrare dopo qualche ora il liquido, ed evaporarne quindi l' alcool medesimo.

Si può avere l' acido Achilleico servendosi anche di quella materia estrattivo-salina, che rimane nel matraccio dopo il trattamento alcoolico, cioè di quella da cui si ha estratto l' Achilleina §. I, n.° 9 e §. II, n.° 17. Se non che in questo caso s' incontra una maggior difficoltà per liberar l' acido dalle varie altre materie, e particolarmente da un poco di Achilleina, che non cessa di accompagnarlo in tutte le operazioni.

§. V.

Caratteri fisico-chimici dell' acido Achilleico e sua classificazione.

L' acido Achilleico non è punto volatile al calor dell' acqua bollente, quindi può essere privato sufficientemente di questo liquido, mediante l' evaporazione a bagno-maria, senza tema di alcuna perdita. Il massimo punto di concentrazione cui può essere ridotto quest' acido è fino alla densità di 1,0148248. In questo stato l' acido è perfettamente scolorato, ma se si tenta di portar più avanti l' evaporazione, esso si decompone colorandosi in un giallo di paglia. Esposto all' aria il liquido concentrato come sopra, in una capsula di vetro o di porcellana, cristallizza in prismi quadrangolari perfettamente scolorati.

L' acido Achilleico cristallizzato è solubile in due parti di acqua fredda a gradi 10 Reau; e la soluzione che ne risulta è acidissima ed allega i denti; è senza odore, ed arrossa fortemente la carta di tornasole.

L' acido Achilleico favorisce molto la dissoluzione del solfato di chinina nell' acqua fredda, versato che sia in una soluzione torbida di questo sale: proprietà che può render di maggiore utilità l' uso di tale prezioso rimedio.

L' acido Achilleico disciolto nell' acqua, versato a gocce in una dissoluzione limpida di acetato acido di piombo, non intorbida minimamente il liquido; ma se lo si versa egualmente a gocce in altra soluzione formata di sotto-acetato di questo metallo, produce istantaneamente un precipitato bianco, ch' è pochissimo solubile.

L' acido Achilleico si combina con un buon numero di basi formando con esse dei sali perfettamente neutri. Questo fatto m' indusse a considerare l' acido Achilleico come appartenente alla prima divisione degli *Acidi Organici*, cioè a quelli che si dicono *Unibasici*, per la proprietà che hanno di combinarsi ad un equivalente di base per formar sempre dei sali neutri.

§. VI.

Dei sali risultanti dalla combinazione dell' acido Achilleico colle basi salificabili, e suoi principali caratteri.

L' acido Achilleico fu da me combinato colla potassa, soda, ammoniaca, calce, magnesia e chinina, donde ne risultarono altrettanti sali forniti delle comuni proprietà di essere, come si è detto, perfettamente neutri, e inoltre solubili nell' acqua, precipitabili dalla loro dissoluzione dagli acetati di piombo, e decomponibili dal calorico.

L' *Achilleato di potassa* si ottiene versando poco alla volta dell' acido Achilleico allungato di poca acqua in una dissoluzione di carbonato di potassa a saturazione, concentrando il liquore a bagno-maria, feltrandolo poi per carta e lasciandolo cristallizzare. Questo sale assume una minutissima cristallizzazione in prismi aghiformi, riconoscibili soltanto coll' occhio armato di

lente. Ha un sapore salato che si avvicina a quello del cloruro di sodio. È meno solubile nell' alcool che nell' acqua. Esposto all' aria non soffre alterazione, sebbene la sua acqua madre acquisti in simile caso una leggiera tinta pagliesca.

L' *Achilleato di soda* si prepara come quello di potassa, impiegando invece il carbonato di soda. Il sapore di questo sale sembra identico a quello dell' Achilleato di potassa, come pure eguale mi risultò il suo grado di solubilità tanto nell' alcool, che nell' acqua. La sua cristallizzazione poi è ben diversa da quella dell' Achilleato di potassa. Una soluzione limpida acquosa e concentrata di questo sale mi diede dei bellissimi cristalli romboidali molto bene discernibili ad occhio nudo. Esperimentata poi una seconda soluzione di questo sale medesimo, ebbi invece dei lunghi e sottilissimi cristalli ramificati.

L' *Achilleato di ammoniaca* si può preparare versando nelle dovute proporzioni dell' acido Achilleico nell' ammoniaca, da che ha origine un liquido, che svaporato fino a consistenza di sciloppo, acquista una leggiera tinta pagliesca. Se questo liquido concentrato viene esposto all' aria per varii giorni, si asciuga lentamente, lasciando in fine una massa salina di un sapore che ha qualche analogia cogli Achilleati di potassa e di soda. Questa sostanza è solubile nell' acqua, ed insolubile nell' alcool puro.

L' *Achilleato di calce* cristallizza in iscaglie irregolari od in aghi. Lo si ottiene direttamente facendo digerire a freddo per alcune ore la calce nell' acido Achilleico allungato di poca acqua, agitando di tratto in tratto il miscuglio, feltrando il liquido per carta, e lasciandolo cristallizzare. Questo sale è insolubile nell' alcool anidro.

L' *Achilleato di magnesia* cristallizza difficilmente; ma se si fa evaporare la sua dissoluzione all' aria, si ha in fine più facilmente una materia salina giallognola, solida, diafana, di apparenza gommosa, più solubile nell' acqua, che nell' alcool. Si prepara come quello di calce.

L' *Achilleato di chinina* si prepara a freddo, facendo digerire la chinina nell' acido Achilleico disciolto in poca acqua distillata, agitando alcune volte la miscella, e lasciando unite queste sostanze per varii giorni, cioè fino a che il liquido non cangia più in rosso la carta azzurra di tornasole. Feltrato il

liquido per carta, si aggiunge a questo un poco di spirito di vino, si scalda la mescolanza fino quasi alla bollitura, e si lascia raffreddare. Così operando il liquido si converte quasi tutto, entro breve tempo, in bellissimi cristalli prismatici disposti a raggi di stella, tendenti tutti cioè al medesimo centro. Questo sale ha un sapore amarissimo: è molto solubile nell' acqua e nell' alcool. Io inclino a credere, che per le sue particolari proprietà di essere solubilissimo nell' acqua, e composto di due principii egualmente vegetabili, questo sale abbia ad essere trovato un giorno più opportuno all' uso medico del solfato di chinina.

Queste sono le osservazioni e le sperienze fisico-chimiche che ho istituito sull' Achilleina, e sull' acido Achilleico; e giovami sperare, e le prove già fatte da istrutto medico sopra alcuni malati mi confermano in questa speranza, che pago sarà in appresso il mio desiderio di vedere impiegati con buon successo questi nuovi principii vegetabili indigeni, a sostituzione forse di altre sostanze, che traggono la loro origine in lontani paesi.

(Letta il 22 Gennajo 1844)

NOTE

(1) La pianta fu impiegata tutta intiera co' suoi fiori, meno la radice.

(2) Sebbene s' impieghi l' alcool sempre anidro, non è molto facile isceverare perfettamente l' Achilleina del primo processo da qualche piccolissima traccia di acetato di calce.

(3) Questa materia resinosa è solubile nell' alcool bollente col quale fornisce una soluzione amara, di color giallo tendente al rossigno, che reagisce come gli acidi deboli sulla carta azzurra di tornasole, cangiandola in rosso languido. Questa medesima soluzione alcoolica esposta all' aria libera in un vetro da orologio, si vaporizza, e rimane in fine la resina disposta in qualche maniera a guisa di una cristallizzazione salina.

RICERCHE

SOPRA IL COLORAMENTO IN VERDE DELLE BRANCHIE DELLE OSTRICHE

(*Ostrea edulis*, Linn.)

DERIVANTE DAL RAME CH'ESSE CONTENGONO

DEL

PROF. BARTOLOMMEO BIZIO

§. I.

Considerazioni preliminari.

Sono oggimai dieci anni che, avendo io scoperto il rame nella spira de' murici (*Murex brandaris* e *trunculus* Lin.), ed essendomi poscia rivolto a indagarlo in molti altri generi e in molte specie di molluschi, ne' quali dove più e dove meno mi venne fatto d'incontrarne, feci anche sperienza delle ostriche, e trovai le branchie di questo mollusco averne così da porsi a canto alla spira de' murici (1).

Il fatto veniva allora tutto nuovo e curioso, sì perchè non era per innanzi stato mostrato che il rame, come il ferro ed altre materie inorganiche, entrasse quale elemento ordinario della composizione organica animale; sì perchè a vederne nelle ostriche arricchite le branchie, potea venir desiderio di conoscere com' entrasse a pigliar luogo in quell' organo. Tuttavia queste attrattive, che sembravano esserci nel fatto, non bastarono a scamparlo dalla

obblivione; sia per la condizione della lingua nostra poco o nulla intesa dagli stranieri; sia perchè al di fuori poco si distendono i Giornali italiani; sia finalmente perchè la chimica è sì freddamente coltivata fra noi, anche in questo tempo di maravigliosa operosità universale, che forse siam venuti presso gli stranieri nella sfavorevole opinione di contribuire sì poco al verace progresso della scienza, che non metta il conto di leggerci. È certo poi che i due fatti principalissimi rispetto al rame ne' molluschi, cioè del trovarsi in copia nella spira de' murici e nelle branchie delle ostriche, dopo un dieci anni è ignorato universalmente da' chimici.

A chiarire la verità, ch' io allego, è a sapere, che le branchie delle ostriche, le quali sono ordinariamente di un colore volgente al cinereo, talvolta ci vengono trovate verdi. Allorchè io scopriva il rame in quest' organo, additava altresì il suo coloramento in verde quale un segno della esistenza del rame, anche in altri molluschi, qualora il medesimo coloramento apparisce (2). Ma siccome tutto ciò, com' io diceva, giacque sepolto, così il sig. Valenciennes ripigliando non ha gran tempo lo studio dello stesso fenomeno, e combattendo l' idea di quelli, che reputarono le branchie delle ostriche colorirsi a cagione delle ulve di che si nudriscono; come eziandio l' opinione degli altri, che la detta colorazione riposero nell' assorbimento di animaluzzi microscopici, opina che la verdezza delle branchie, che talvolta si osserva, consista in una speciale materia colorante, *distinta da tutte le sostanze organiche verdi finora studiate* (3); la quale egli dubbiosamente crede procedere da una speciale modificazione della bile, generante la prefata materia colorante, che per l' atto dell' assimilazione quindi si deponga nel parenchima delle fogliette branchiali.

Fermata l' idea che la colorazione venga da una materia speciale, egli entra a descriverci, com' essa si comporti sotto l' azione di alcuni speciali reagenti; e siccome la parte sperimentale si strigne entro cerchia ristretta, così io porterò qui per disteso le sue parole.

Dice egli adunque » ch' è insolubile sì a freddo che a caldo nell' acqua « distillata, nell' alcool, nell' etere, e che questi reagenti non cangiano punto « il suo colore. «

« Che tutti gli acidi la tramutano in colore azzurrognolo, e ciò lenta-
« mente a freddo e rapidamente a caldo. »

« Che l'ammoniaca fa ricomparire la tinta verde. »

« Che l'acido nitrico debole a freddo, le fa avere un colore turchino,
« dove a caldo distrugge il colore, partecipandovi quella tinta gialla, che si
« manifesta pressochè ognora nelle reazioni dell'acido nitrico sopra le materie
« animali. »

« Che il cloro scolora rapidamente la materia verde, lasciando le fo-
« gliette branchiali al tutto bianche. »

« L'idrogeno solforato fa nulla. »

» L'ammoniaca, dimorandovi sopra lungamente, tramuta il naturale
« colore in verde oliva chiara. »

« La potassa caustica scioglie le fogliette branchiali, producendo una
« soluzione bruna, dalla quale l'acido acetico precipita una materia fioccosa
« di colore verdastro chiaro. »

Queste proprietà della materia colorante, a chi sa esserci il rame in quell'organo, palesano la presenza di quel metallo, impigliato e nascosto nella sostanza animale, che nol lascia svelatamente mostrarsi all'azione dei reagenti.

§. II.

Sperimenti mediante i quali è prodotta artificialmente la colorazione delle branchie, stante il rame ch' esse contengono.

La colorazione verde delle branchie delle ostriche, quantunque naturale, tuttavia in quelle pescate in queste lagune è rara a vedersi, e non sembra ordinaria che in quelle studiate dal Valenciennes, dette perciò *ostriche verdi di Marennes*, e nelle altre pur *verdi* d' Ostenda; sicchè sembra essere una modificazione, un' alterazione fisiologica dell'animale, che induca mediante il rame quella tinta nelle branchie; e ciò tanto più ci sembra di poter credere, quanto che le *ostriche verdi* del Valenciennes si conservano ne' vivai, dove acquistano quel colore; anzi egli stesso propendeva a credere, venire il colo-

ramento da trasfusione della bile che sarebbe appunto un' alterazione fisiologica. Pare adunque probabile quella tinta verde essere o uno straordinario deponimento di grasso entro il parenchima delle fogliette branchiali, od anche una semplice trasformazione del grasso ordinario dell'organo in acido grasso, onde in tale stato reagisca nel rame e dia quel colore; se non fosse piuttosto una relazione, un posto diverso, che il rame entrasse ad assumere rispetto alla proteina spettante all' organo.

Ma comunque nell' animale vivente si produca l' alterazione e il consecutivo coloramento a cagione del rame, nulladimeno ciò addiviene sotto il governo della vita, e quindi ci si fa impossibile di riprodurre artificialmente nell' organo dell' animale morto quella esatta ed identica colorazione, che la natura, quantunque sviata dall' ordinario procedimento, opera nell' animale vivente.

Tuttavia certa cosa essendo trovarsi il rame in tutte branchie delle ostriche, e per conseguenza in quelle eziandio che non hanno il colore indicante le ordinarie combinazioni di quel metallo, io argomentava così: se piglierò di queste branchie scolorite e, messe nell' acqua, le abbandonerò ad un' alterazione spontanea, siccome sino da' primordi di questa spontanea alterazione, o corrompimento, si dee immancabilmente produrre l' ammoniaca, e si dee produrre mediante quegli elementi medesimi, che compongono la materia organica entro la quale sta il rame, così dee necessariamente avvenire che quest' ammoniaca allo stato nascente, imbattendosi nel rame dell' organo, vi si combini e dia quel coloramento azzurro, come che sia modificato dalla presente materia organica, che suole dare l' ammoniaca allorchè si combina coll' ossido rameico.

Guidato da questa previdenza teoretica io veniva agli sperimenti, i quali furono precisamente cominciati il giorno 9 di Giugno 1844, ed iterati nei successivi mesi di Luglio, di Agosto e di Settembre; nel quale spazio di tempo la naturale scomposizione fu sempre promossa e condotta da una temperatura bastevole, tale cioè che si tenne sempre fra gli estremi + 16° e + 23° di Reau.

Le sperienze furono instituite in questa maniera. Io separava da un certo

numero di ostriche esattamente le branchie, e queste lavava una sola volta coll' acqua distillata. Quindi le riponeva in un vase cilindrico, mescendovi tanto di acqua, che avanzasse da tre a quattro centimetri sopra le branchie, le quali si tenevano a fondo, però gonfiate così dall' acqua ed espante, da potersi sovente distintamente vedere e noverare le quattro fogliette lamellari di che le branchie si compongono; anzi a vederle così nell' acqua colle fogliette dispiegate le più sembravano affatto candide. La bocca del vase era chiusa da un velo assai rado, acciocchè l' aria avesse libero accesso, e fosse interdetto agl' insetti di penetrarvi.

Quando instituiva la prima sperienza la temperatura era a + 20° del mentovato termometro, e dopo il decorso di 24 ore tutto era quieto e le branchie serbavano il proprio odore.

Il dì seguente trovai sprigionamento di rade bolle; forte reazione alcalina; e un odore spiacevole, che principiava a sentire del putrido.

Dodici ore appresso, lo stesso sprigionamento di gas e forse più vigoroso; reazione alcalina, anzi ammoniaca, ch' esalava in copia, congiunta a poco acido solfidrico; odore decisamente putrido, e le branchie, che soprastavano, tinte in bel colore verde azzurrastro.

Nel quarto giorno l' odore era fetidissimo; colla esalazione dell' ammoniaca si accompagnava molto acido solfidrico; lo sprigionamento delle bolle pressochè nullo, e le branchie erano già tutte colorite in azzurro, tuttochè serbassero ancora la loro interezza.

Quando le branchie sono già divenute azzurre, esse conservano quella tinta; come seguitano gli altri fenomeni poc' anzi rammemorati. Se non che nel terzo o nel quarto giorno cessa qualunque benchè menomo sprigionamento di bolle, e l' odore fetido si fa ributtante, principalmente allorchè si agitano un poco, com' io praticava una volta ogni dì, acciocchè tutte provassero egualmente la influenza dell' aria.

Noterò inoltre che dopo otto giorni circa si dissolvono tutte in una materia liquida torbidiccia di colore azzurrastro, nella quale, se l' acqua sia troppa a proporzione della quantità delle branchie, si osserva uno strato superiore scolorito e torbidiccio ed uno inferiore di materia azzurrastra precipitata.

Verificata col fatto la previsione, ed assicuratomene pienamente collo avere ripetuto gli sperimenti più e più volte per quattro mesi consecutivi, faceva quest' altra considerazione. Se dunque è vero che le branchie si colorano perchè l' ammoniaca si combina col rame, ch' esse branchie contengono, dove io per un dato tempo faccia essere presente un corpo che prevalga sopra l' ammoniaca e vi si combini di mano in mano che si produce, non seguirà colorazione fino a tanto che questo corpo si tenga presente, e le branchie si coloriranno quando il detto corpo divenga tale, che la sua azione sia nulla, e torni come se fosse rimosso.

Per conseguire questo effetto, nel tempo medesimo in cui io ripeteva la prima sperienza, instituiva colle branchie delle ostriche un'altra serie di esperienze, nelle quali, anzichè valermi di un' acqua stillata pura, io adoperava altrettante acque acidulate con quanti erano gli acidi ch' io divisava di sottoporre all' esperienza, e così lievemente che solo bastassero ad arrossare le carte azzurre.

Gli acidi sperimentati furono l' acido solforico, l' acido nitrico, l' acido cloridrico, l' acido tartrico, e l' acido citrico. Di ognuno di questi acidi ne sciolsi nell' acqua la tenue quantità soprammentovata, acciocchè non valessero a indurre nella materia animale una modificazione, od alterazione diversa dalla naturale putrefazione, ed anche perchè il coloramento, quando avvenisse, non avesse a indugiare di troppo.

La prima serie di queste sperienze fu instituita il dì 20 di Giugno, e la temperatura era a $+ 21^{\circ}$ e mezzo di Reau.

In quella dove c' era l' acido solforico, dopo tre dì le branchie furono tutte trovate a galla, a cagione di molte bollicine che aderivano alle branchie stesse. L' odore era fetido; la reazione acida.

Nel quinto giorno, seguitando l' odore fetido, la reazione acida era fatta fievolissima. Nel sesto la reazione divenne alcalina, e le branchie cominciarono a colorirsi; finchè nel settimo giorno erano gia divenute compiutamente azzurre.

Due mesi dopo, essendo l' acqua dissipata totalmente restò poca materia di un color verde carico.

Nella sperienza instituita coll'acido nitrico, l'odore fetido si fece sentire nel quarto giorno. Nel sesto non solo era svanita totalmente l'acidità, ma c'era reazione alcalina. Le branchie si serbavano per guisa nella loro interezza da potersi distintamente vedere e noverare le quattro fogliette, che le compongono.

Nell'ottavo giorno le branchie si trovavano sollevate dal fondo; la tessitura organica si cominciava a scomporre, come eziandio cominciava ad apparire una languida colorazione azzurrastra inegualmente distribuita nella materia; colorazione che in tutto il lungo tempo dell'esperienza non fece progresso. La materia delle branchie si ridusse in una sembianza mucosa, che venne di un color verde, mediante la spontanea ed intera evaporazione dell'acqua.

Coll'acido cloridrico nel secondo giorno le branchie furono trovate a galla. Nel quarto, odore fetido. Nel sesto non solo era svanita l'acidità, ma ne tornava evidente la reazione alcalina. Le branchie si serbavano nella loro interezza ed erano colorite in azzurro. Nell'ottavo cominciarono a dissolversi, finchè vennero tutte in un liquido azzurrastro torbidiccio, che colla totale evaporazione lasciò una materia verdegialla.

Nella sperienza in cui fu adoperato l'acido acetico, l'odore di putrido fu sentito nel quarto giorno. Nell'ottavo era non solo dileguata ogni acidità, ma ne veniva pronta reazione alcalina. Le branchie si serbavano nella loro interezza, ed avevano assunto un colore rosso violaceo con chiazze in alcuni punti di un rosso vivace (4).

Nel decimo giorno la tessitura organica delle branchie si cominciò ad alterare, senza notabile diversità nel coloramento.

Dopo diciassette giorni il color rosso divenne paonazzo, e terminò successivamente in una tinta azzurrastra. Il dissipamento totale dell'acqua diede una materia di un verde carico e vivace.

Dove poi fu adoperato l'acido citrico, nel secondo giorno le branchie erano tutte a galla, e quivi rimasero nel terzo e nel quarto, mediante un sì fatto interiore sprigionamento di gas da sollevare una falda di spuma.

Dopo sei giorni la reazione fu trovata alcalina; l'odore fetido, e fu veduto qualche segno di coloramento, il quale progredì per modo, che nell'ot-

tavo giorno dell' esperienza tutte le branchie divennero di colore azzurrastro. Si ridussero quindi a sembianza di muco, ed evaporata naturalmente l'acqua, diedero una materia verde poco differente da quella avuta nella precedente sperienza coll' acido acetico.

Rispetto al fatto della colorazione non sarebbe da far parola della sperienza instituita coll' acido tartrico. Quivi quattro giorni dopo, senza essersi manifestato veruno di que' fenomeni, che costantemente si produssero negli altri sperimenti, le branchie si trovarono pressochè interamente scomparse. Il liquido esalava un odore particolare, che non sentiva punto di fetido, e la sua acidità era notabilmente accresciuta. Tutto ciò addivenne quietamente, cioè senza sprigionamento di bolle, senza il menomo movimento visibile.

Ne' giorni successivi la soluzione si compì vie meglio; si produsse una fievolissima residenza scolorita, come scolorito e quasi limpido restò il liquido.

Questo sperimento adunque serve nulla al fine per cui fu instituito; non ostante mi parve bene rammemorarlo, essendo un fatto curioso, come pochissimo acido tartrico sciolto nell'acqua, non solo impedisca la putrefazione delle branchie, ma adoperi per modo da sciorre la materia animale e insieme produrre un acido; lo che c'invita ad uno studio speciale.

Ora gli esperimenti, ch'io addussi, esprimono chiaramente il segreto lavorio adoperato dalla natura per colorire in verde le branchie delle ostriche; perocchè ordinate le cose in modo, che l'ammoniaca necessariamente si debba trovare a contatto di quel rame ch' esse branchie contengono, di scolorite che sono si colorano ad occhi veggenti. E se a taluno entrasse dubbio, che quello sia effetto dell' ammoniaca nel rame, badi agli altri fatti, ne' quali, essendoci presente un acido che di preferenza si unisce all' ammoniaca, s' inoltra bensì l'alterazione organica, la putrefazione si fa palese mediante l'odore fetido che ne esala, ma non ne segue coloramento, il quale viene appresso, ed allora solamente ch' è spenta la reazione acida, e che in suo luogo entra l' alcalina; tantochè torna evidente la colorazione essere subordinata e strettamente dipendere dalla libera azione dell' ammoniaca, i cui effetti coloranti si vedono essere quelli della combinazione sua coll' ossido rameico.

Delle molte sperienze per me instituite, comechè tutte costantemente, e

senza fallirne una, provassero lo stesso fatto, due n' ebbi, una del 22 Luglio, e l'altra del 5 Agosto, in cui, e per essere grande la massa, trattandosi di circa 150 branchie per ognuna, e pel favore dell' alta temperatura, la colorazione riuscì vaga, e piacente a vedere. Le branchie restavano per modo sospese nell' acqua da fare col liquido una massa. Le fogliette erano dispiegate così da poterne discernere comodamente la delicata tessitura, e a vederle nell' acqua sviluppate com' erano, parevano affatto candide. Bello fu dunque a vedere nel terzo dì lo strato superiore delle branchie, quelle, cioè, che meglio provarono l' azione ossidante dell' aria, divenute di un colore verde azzurrastro intenso, mentre quelle che soggiacevano, si serbavano ancora candide. Questa colorazione è sempre precorsa, come ho detto, dalla reazione alcalina, la quale si comincia a manifestare 24 ore appresso, e seguita aumentando finchè si produce un vigoroso sprigionamento ammoniacale, accompagnato da molto acido solfidrico, che nel processo della dissoluzione dà un odore insopportabile.

A proposito di questa reazione alcalina, che comincia subito a manifestarsi, e padroneggia sino alla fine la naturale scomposizione delle branchie, era al tutto inescogitabile che i corpi delle ostriche, a' quali fossero separate bene le branchie, abbandonati anch' essi alla naturale dissoluzione, dessero un fenomeno al tutto opposto, cioè una reazione acida che si palesa subito 15 o 16 ore dopo ordinata l' esperienza; che cresce vigorosamente sino ad una forte acidità, la quale, non che a imputridire, tende a preservare, anzi preserva effettivamente i corpi dalla naturale corruzione. Questo fatto addomandava uno studio particolare, com' io già feci; e quantunque si dilunghi, ed esca dal subbietto presente, reputai non disutile anticiparne la notizia, acciocchè si vegga la ragionevolezza di quella civile pratica, che al cibo prelibato e salutevole dell' ostrica vieta la rea mistione delle branchie.

Ora tra quelle reazioni del Valenciennes, ch' io addussi a principio, una ve n' ha col cloro, che portò la totale scolorazione delle branchie. Per mostrare quindi a guida del rame esistente nell' organo, quanto il secreto lavorio della natura fosse imitato dalla esperienza, e quindi dalla conformità de' risultamenti concluderne l' identità della cagione operante il fenomeno, era mestieri ch' io facessi sperienza del cloro sopra le branchie artificialmente colorite.

Prese adunque cento branchie di ostriche e messe in una boccia tubulata con sufficiente quantità di acqua, le serbai quivi sino al quinto giorno, cioè fino a tanto che il coloramento fosse compiutamente esteso a tutta la massa. Allora, allestito l'apparecchio per lo sprigionionamento del cloro, e diretta la corrente attraverso alle branchie, le quali serbavano ancora intera la tessitura organica, furono in brevi istanti compiutamente scolorite. Nulladimeno, veggendo il cloro essere tutto assorbito, sicchè una bolla non ne trascorse in una seconda boccia, che alla prima si continuava, feci che la corrente seguitasse per sei ore consecutive, ond'ebbi la disorganizzazione e dissoluzione delle branchie in un liquido torbidiccio di colore a mala pena giallognolo.

Dunque le branchie artificialmente colorite mediante la combinazione dell'ammoniaca col rame, ch'esse branchie contengono, furono, com'era facile antivedere, scolorate dal cloro, come furono scolorite le branchie verdi del Valenciennes, sicchè non solo la sua creduta materia colorante speciale io la riproduco a volontà, a guida del rame che ivi esiste, in quelle ostriche che non sono naturalmente colorite, ma ne comprovo eziandio l'identità della reazione collo sperimento del cloro, ond'è, che il soprammentovato naturale coloramento delle branchie si scorge chiaramente venire dal rame contenuto in quell'organo.

§. III.

Azione degli acidi e degli alcali sopra le branchie delle ostriche naturali e scolorite.

Che il naturale coloramento in verde delle branchie delle ostriche venga da una combinazione qualunque uscente dall'ordinario procedimento della vita col rame ivi contenuto, mi sembra ora abbastanza comprovato da fatti sperimentali. Nulladimeno ci sono ancora le reazioni degli acidi e degli alcali adoperate dal Valenciennes, verso le quali a prima giunta potria sembrare necessario un raffrontamento coll'azione che fossero per adoperare i medesimi acidi e gli alcali nelle branchie naturali e scolorite.

Prima d'imprendere questa ricerca è tuttavia necessario considerare che

nelle branchie verdi del Valenciennes, tuttochè il coloramento derivi dal medesimo rame contenuto in quell' organo, nulladimeno esse in quanto alla materiale composizione, non sono esattamente comparabili nè a quelle scolorite delle ostriche naturali, nè a quelle artificialmente colorate. Imperocchè nelle verdi, il rame dee avere un posto diverso da quello che tiene nelle branchie naturalmente scolorite, e diversissimo decisamente in quelle che si colorano ad arte, da che la materia organica in questo caso incontra un cangiamento di composizione; e perciò è al tutto ragionevole, che sperimentate cogli acidi e cogli alcali o le branchie scolorite, o le artificialmente colorate, dieno risultamenti diversi da quelli avuti dal Valenciennes; tuttavia i fenomeni che saranno per manifestarsi serviranno a rischiarare il subbietto, se ci verranno accompagnati da coloramenti, i quali abbenchè non si possano accertatamente accagionare al rame, che ivi esiste, riescono non ostante così speciali da differenziare la materia delle branchie delle ostriche da qualunque altra sostanza animale.

Per procedere in queste ricerche, accessorie all' argomento principale, separate le branchie secondo il solito, le seccava a 100° di temperatura.

La semplice diseccazione rendeva le branchie di un colore verde cupo, e questo colore si manifestò nelle foglietle branchiali, mentre alla radice dove si uniscono, tornano in un colore castagnino oscuro. Ridotte in polvere grossa le introdussi in un' ampolla, e v' instillai tanto acido cloridrico concentrato che fossero coperte, anzi l' acido avanzasse le branchie di qualche millimetro. L' acido penetrò prontamente la sostanza delle branchie. Elleno si gonfiarono, e qualche ora appresso si tramutarono in una massa gelatinosa, che si staccava dall' ampolla senza punto imbrattarla. Restando ivi per qualche altro tempo, esempigrazia, dieci o dodici ore, la materia si fuse; cioè a dire, si trovò operata una soluzione in vista di color nero, cui erano frammescolati de' fiocchi minuti di una materia di colore verde cupo.

Feltrata questa soluzione nera ed opaca, se vi si mesce due volumi di acqua, viene diafana e del colore preciso del caffè abbrustolito. Instillando in questo liquido una soluzione di concino, o *tannino*, estratto dai fiocini dell' agresto, sino al termine che si produca un visibile intorbidamento, e lasciata

quieta la mescolanza per alcune ore, si trova a fondo un precipitato fioccoso di un bel colore verdazzurro, che ha tutta la sembianza del verderame.

Raccolto questo precipitato sur un feltro, e messo in istato d' idratazione nell' ammoniaca allungatissima, si scioglie incontanente, e si produce una soluzione di colore castagnino scuro, cioè di un tal colore, che volge a quello del caffè, colore proprio della soluzione sperimentata.

La medesima materia verdazzurra ancor umida, posta nell' acido cloridrico allungato con un volume eguale di acqua stillata, a freddo non si scioglie; ma si scioglie bene e prontamente scaldata al fuoco, producendo una soluzione di quel colore medesimo del caffè abbrustolito, in che venne la soluzione cloridrica delle branchie; sicchè potremo dire la materia delle branchie esserci veduta, mediante la reazione dell' acido cloridrico, del concino de' fiocini bianchi acerbi, e dell' ammoniaca, di colore caffè, verdazzurra, e quindi ricondotta al colore primitivo.

Nella prefata soluzione cloridrica instillai tanta infusione di noci di galla finchè vidi prodursi intorbidamento. Dopo qualche tempo diede a fondo un precipitato di colore verde cupo, che a contatto dell' aria si oscurò fortemente. Messo così umido nell' ammoniaca, si sciolse instantaneamente, producendo una soluzione del solito colore del caffè abbrustolito.

Il pronto sciogliersi di questi precipitati nell' ammoniaca, e più di tutto i caratteri fisici di quello prodotto dal concino o *tannino* dei fiocini dell' uva bianca acerba, davano ragione di sospettare che in que' precipitati ci fosse il rame contenuto nelle branchie. Per assicurarmene, presi una certa quantità di quel precipitato, e, seccatolo bene, lo posi in un crogiuolo di platino, dove carbonizzato, feci pruova di ridurlo in cenere, che tornò in una materia nera, la quale conobbi essere ossido rameico quasi puro; perocchè si sciolse interamente nell' acido cloridrico producendo una soluzione verde, e quivi instillata tanta ammoniaca, che ne fosse un piccolo eccesso, s' ingenerò una colorazione azzurra con piccolissima rimanenza di una sostanza bianca, che parve essere acido silicico.

Non è dunque dubbio alcuno che il concino infuso nella soluzione cloridrica delle branchie non dia precipitato il rame, ch' esse contengono; ma

questa precipitazione si fa congiuntamente ad una materia organica, che, quantunque ne induca a scorgere il rame in quella originata dal concino dei fiocini, pure, subito che abbiamo ricorso all'ammoniaca ed all'acido cloridrico, sembra che non si possa ammettere, vedendo nella materia disciolta quella colorazione cupa di caffè abbrustolito, aliena totalmente dagli attributi del rame.

La soluzione poi acida che ci resta, dopo il precipitato prodottosi dalla infusione delle noci di galla, ha un colore fulvo traente al rossiccio; e se in questa soluzione v'instilliamo tanta ammoniaca, che vè ne sia un piccolo eccesso, si produce un abbondevole precipitato di colore cannellino, al quale soprastà un liquido torbidiccio di un bellissimo color verde. Se quindi facciamo di separare il precipitato mediante la feltrazione, il liquido esce del mentovato vivacissimo colore, che si fa un pocolino più intenso, stante il contatto dell'aria: lavando il precipitato, la prima acqua cola di bel colore smeraldo, e viene appresso di colore cannellino carico, perchè n'è sciolto parte del precipitato.

Queste sperienze dunque comprovano, che la materia animale delle branchie delle ostriche, sottoposta all'azione di alcuni reagenti, stante le modificazioni ch'essa incontra, è atta ad assumere diversi colori, che non ci vengono trovati in altre analoghe materie animali, alcuni de' quali per le circostanze in cui si manifestano, rammentano que' fenomeni di colorazione avuti dal Taddei, mediante *le reazioni dell' ossido rameico nelle materie organiche azotate in presenza degli alcali caustici* (5); talchè questa singolarità di reazioni coloranti sembra principalmente venire dalla presenza del rame.

Io per queste sperienze, come diceva, ho adoperato le branchie disseccate, e il Valenciennes, per quanto si può arguire dallo scritto di lui, sembra avere operato sulle branchie tali quali erano spiccate dal mollusco. Perciò volli eziandio instituire qualche sperienza sovra branchie che non avessero provata l'azione del fuoco; sicchè ne spiccai una certa quantità, e lavatele una sola volta nell' acqua distillata, parte ne infusi nell' acido solforico allungato con un volume doppio di acqua, parte nell' acido cloridrico, parte nell' acido nitrico, come il primo egualmente allungati; e parte finalmente in una soluzione d' idrato potassico, in cui era un peso d' idrato in dodici di acqua.

Quelle poste nell' acido solforico prima si aggrinzarono un poco, e parve in esse svanire il naturale colore cinereo, anzi si fecero compiutamente candide. Due giorni appresso, trovai il muco aderente alla superficie tinto in un bel colore verdeporro, del quale una piccola quantità era eziandio precipitata a fondo del recipiente, dove si vedeva questa deposizione del colore predetto. Ne' seguenti giorni le branchie acquistarono un gentile colore incarnato, che non cangiò per una più lunga dimora delle branchie nell' acido. A vederle entro il liquido, anche dopo dieci giorni che si trovavano a contatto dell'acido, serbavano intera la tessitura organica; nulladimeno, separatovi l' acido, si disfecero al toccarle, risolvendosi in una materia di colore incarnato, la quale era sciolta a freddo pressochè totalmente dagli alcali caustici, senza manifestazione di verun coloramento speciale.

Quelle infuse nell' acido cloridrico, oltrechè avere acquistato anch' esse un colore incarnato, mi vennero vedute sparse di strie di un colore rosso vivace. Le altre, sottoposte all' azione dell' acido nitrico, ingiallirono, come solitamente ingiallisce ogni sostanza animale messa a contatto di quell' acido.

Finalmente quelle branchie recenti, ch' io infusi nella soluzione dell' idrato potassico acquistarono, come quelle del Valenciennes, fin da principio un colore castagnino; quindi si gonfiarono, a somiglianza di quelle messe nell' acido cloridrico, e dopo due giorni d' infusione si cominciò a disfare la tessitura organica, originando una soluzione del medesimo colore castagnino. Furono lasciate per lo spazio di dodici giorni a contatto dell' idrato potassico, e quindi separata la materia indisciolta, mediante la feltrazione, la lavai leggermente coll' acqua distillata.

La soluzione feltrata serbava il suo colore castagnino, e instillando in questa soluzione a goccia a goccia tanto acido acetico, che ne venisse compiuta la neutralizzazione, si produsse un precipitato di quel medesimo colore cinereo che hanno le branchie naturalmente; ma a contatto dell' aria e nel decorso di alcuni giorni acquistò un colore azzurrognolo, e il liquido in cui si produsse, tornò in un deciso colore verdeoliva. Un minuto eccesso di alcali ridiscioglie incontanente il precipitato.

La materia delle branchie, che non fu sciolta dall'alcali, infusa nell'acido

acetico allungato, produce un liquido torbido di colore azzurrognolo, e la materia animale che resta a fondo, nello spazio di alcuni giorni, senza verun segno visibile di alterazione spontanea, si tigne in un colore verde volgente ad un languido azzurro.

Queste poche reazioni bastano a comprovare che la materia animale delle branchie delle ostriche è suscettiva di acquistare certi colori speciali, secondo che agiscono sopra di essa gli alcali o gli acidi, e se questi colori, come sembra, si producono nelle branchie naturalmente scolorite, stante il rame ch' esse branchie contengono, ne segue da ciò, e più di tutto da quelle sperienze ch' io allegai da principio, che il colore delle ostriche verdi del Valenciennes, anzichè consistere in una materia colorante speciale, non è altra cosa che una modificazione dello stato del rame in quell' organo, per cui io crederei che fosse da instituire una serie di sperienze dirette ad avere la proteina esistente in quell' organo, essendo molto probabile che, dirigendoci per tal via, ci verrebbe fatto di scoprire il posto che ivi tiene il rame, ed avremmo quindi la ragione del suo tramutamento in un composto verde, operante il fenomeno della naturale colorazione delle branchie del mentovato mollusco.

(Lette il 25 Novembre 1844.)

NOTE

(1) Annali delle Scienze del Regno Lombardo-Veneto. Tom. IV, pag. 90, anno 1834.

(2) Annali citat. Tom. cit. pag. 91 e 92.

(3) *Journal de Pharmacie*, pag. 155. Marzo 1842.

(4) Questa colorazione delle branchie si attiene molto a quella avuta dal Taddei nelle sue recenti sperienze circa l' azione delle materie azotate nell' ossido rameico, presente un alcali caustico. *Il Cimento*, Fasc. di Gennaio e Febbraio 1844).

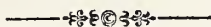
(5) *Il Cimento*. Fasc. di Gennaio e Febbraio 1844, pag. 7.

IN QUALE STATO

ENTRINO E SI MANTENGANO I GERMI CONTAGIOSI

NELL' ESSERE ORGANIZZATO

NOTA

DEL SIG. GIULIO SANDRI

1. Più volte io m' ebbi a dire che la vera e sola causa efficiente de' contagi vuol essere specifici germi, siccome pure germi specifici sono la vera e sola causa efficiente degli altri esseri naturali, che si riproducono sempre gli stessi. Ed è qui mio intendimento di venire un po' favellando sullo stato o sia condizione, in cui sono i germi contagiosi introdotti e serbati nell' ente organizzato, alle cui spese prendono poscia sviluppo col presentarsi il concorso delle relative opportunità.

2. Suolsi credere comunemente, ciò che d' infettivo insinuasi nella macchina organica, quello onde poi la contagiosa malattia si cagiona, essere una materia disciolta, un liquido, un vapore, che vi ecciti quindi un processo chimico-vitale capace d' ingenerare una materia della stessa natura, atta a produrre in altri individui gli effetti medesimi: sicchè, ammettendo pur che i contagi provengano sempre da proprio fomite, questo sempre si assorba e dimori dentro l' organismo in uno stato di scomposizione, di sfacimento; e non punto in quello di veri germi, di germi nella loro integrità, e due principali ragioni soglionsi addurre di ciò. L' una, che i germi così interi non

possano passare per gli angustissimi pori che dovrebbero accoglierli; e l' altra, che quand' anche passassero, non potrebbero stare per entro la macchina organizzata vivente senza venirne scomposti o disciolti.

3. Quanto alla prima delle dette ragioni vuolsi però considerare, essere ben altro le aperture od i fori di una macchina morta, e quei di una viva: quei della viva ponno al bisogno dilatarsi e rendersi molto maggiori, come danno anche a vedere i fenomeni che avvengono all' epoca della fecondazione eziandio delle piante, ed a quella del parto degli animali. E vuolsi considerare in oltre, che sebbene certe sostanze di una tal sottigliezza non sieno assorbite, ponno assorbirsi certe altre della sottigliezza medesima, in virtù di quella che dicesi forza o facoltà *elettiva;* per la quale anco si crede, che dallo stesso terreno varie specie di piante succhiino diverso alimento, donde l'utilità delle tanto raccomandate agrarie rotazioni o sia avvicendamenti de' raccolti. In terzo luogo è da por mente, ch' essendo i germi de' contagi come altrettanti parassiti di quella specie di viventi su cui hanno il loro sviluppo, certa tendenza natural vi debb' essere, che cooperi alla introduzione; imperciocchè egli è ben noto quante precauzioni usi natura per far giugnere i germi al luogo appropriato alla loro propagazione: delle quali io ricorderò solo qui la forma, che nelle uova e ne' semi, specialmente più minuti e minimi, tende generalmente al rotondo.

4. Tanto par vero che i germi de' contagi debbano passare nella macchina interi, che quelli i quali in tale stato non ponno passare attraverso della epidermide per comunicar l' infezione, abbisognano d' un mezzo che tolga loro quest' ostacolo, d' innesto, cioè, d' inoculazione, di taglio, scalfitura o ferita di qualsivoglia maniera, come veggiamo, per esempio, nel vaccino, nell' idrofobia, e ne' morbi carbonchiosi. Dal che tutto raccogliesi, che il germe de' contagi può benissimo, per non dir anzi debbe, insinuarsi nella macchina organizzata nello stato suo d' interezza, senza punto scomporsi prima, o disciogliersi comunque siasi.

5. Ma se il germe può così integro penetrar nella macchina viva, potrà poi mantenervisi in tale stato? Non verrà ivi scomposto, disciolto dalla forza vitale, dalle funzioni ch' ivi hanno luogo, come scompongonsi e si dissol-

vono tante altre cose, per assimilarsi in tutto od in parte, ove omogenee, od essere cacciate, ove eterogenee ad essa macchina? A prima giunta parrebbe che sì: parrebbe che in quegli umori e in quel calore, trattandosi di animali, entrar dovesse il germe in fermentazione, o per altra guisa distruggersi. Ma chi attentamente osservi la cosa, di leggeri avvedesi del contrario; perciocchè le forze vitali non hanno alcun poter di scomporre o disciogliere gli esseri vivi, siccome sono i germi; i quali solamente son germi in quanto, se non in atto, in facoltà almeno, godono della vita, cioè dell' attitudine di svilupparsi quando che sia e riprodursi.

6. Che poi ciò ch'è vivo dall'organismo vivente non sia sempre distrutto, ne porgono irrefragabili prove le tante fatte di vermi, che nelle varie specie d' animali, ne' varii organi loro, secondo la diversa età, condizione e circostanze vi allignano, cagionando anche bene spesso non lievi sconcerti; le quali certo non vi alligncrebbero se le loro uova, se i germi loro dall' organismo vivente fossero disciolti o scomposti.

7. Anzi le medesime forze digestive, che pure sono sì possenti a snaturare ciò che vien lor sottoposto, rispettano anch' esse ciò ch' è provveduto di vita. Gli animali voraci, i quali sovente inghiottono la preda lor tutta viva, come esempigrazia assai pesci, sparandoli, non di rado la mostrano ancor intera, e se da poco ingoiata, alle volte anche in istato di riprendere poscia la vita. Imperciocchè dessa preda non viene punto intaccata dal poter digerente, se non dopo che l' angustia e il disagio in cui si ritrova, a poco a poco l' abbiano uccisa.

8. È per somigliante ragione, che gli uccelli granivori han quel sì duro e sì forte preparatore della digestione chiamato *ventriglio*, i cui muscoli sono disposti e diretti per guisa, che, contraendosi successivamente, producono un moto simile a quello delle mole macinatrici de' mulini, per acciaccare ed estinguere i grani ingozzati interi, i quali altrimenti non si sarebbero potuti digerire: e ad agevolare l' operazione giovano pure col loro sfregamento i sassolini, che a bella posta da questi uccelli per ciò si tranguqiano.

9. Per la ragione medesima, che ciò che ha vita non viene intaccato dalle digestive funzioni, si dice che uno degli ufficii esercitati dagli uccelli

nell' economia della natura, si è quello di contribuire all' aumento e propagazione de' pesci, degl' insetti e delle piante, in quanto che divorano le loro uova e i loro semi, e non digerendoli, ma restituendoli ancor interi, gli spargono e li diffondono in altri luoghi.

10. Nè solamente dal vivo organismo i germi non sono distrutti, ma pare anzi che alcuni vi prendano forza e vigore novello. Così raccomandasi che le semenze dell'ulivo si facciano prima trangugiare dagli animali, e massime dalle capre, affinchè meglio si sviluppino e meglio provino. E così pure è osservazione che l' azione digestiva dello stomaco umano fa provenire dai semi del fico, i quali ad essa ebbero a soggiacere, delle piante assai vigorose.

11. Che se altri germi dalle forze vitali, ben lungi dal venirne guasti e distrutti, ben lungi dal soffrirne alcun nocumento, nè tornano anzi vantaggiati, molto meno saranno guasti o distrutti o soffriran nocumento quei de' parassiti che dalla natura si fecero appropriati a quelle date specie di esseri maggiori, nelle quali aver doveano il rispettivo sviluppo, e la successiva riproduzione... Il perchè, stando al consueto procedere di natura, vuolsi dire, che i germi de' contagi non solamente insinuansi dentro la macchina nello stato loro d' integrità, ma in tale stato pure vi si mantengono senza provarne alcuna scomposizione.

12. E quanto al solito procedere di natura, un' altra cosa ci si offre a considerare in questo proposito, cioè in quale stato essa natura esiga che si trovino i germi suoi, perchè riescano effettivi, perchè prendano sviluppamento. Per quanto si volga lo sguardo e si ricerchi nel vastissimo campo della storia naturale, niun germe conosciuto di vegetabile o di animal ci si affaccia, il quale per isvilupparsi debba prima essere disciolto o scomposto; anzi ci si dice essere necessarissimo requisito per lo sviluppo de' germi, che si trovino integri, che non sieno essenzialmente viziati. Il che essendo, vuole giusta induzione che anche i germi dei contagi, perchè tornino effettivi, perchè abbiano a svilupparsi, debbano rinvenirsi nello stato loro d' integrità. E come il contrario sarebbe un' eccezione, un deviare dalla consueta pratica naturale, non sarebbe lecito nè anche l' ammetterlo, nè il supporlo, senza le più chiare prove di fatto e le più convincenti: imperciocchè quanto più una

cosa sembra opporsi ad una legge cognita di natura, di tanto maggiori prove abbisogna per essere dalla ragione accettata.

13. Egli è per questo, che essendomi assicurato con variate ripetute sperienze, che la golpe del frumento è mal contagioso, e che il contagio dimora nella specifica polvere, la quale viene al contatto del grano o di sua radice, il che apparisce chiarissimamente da ciò che noi possiamo infettare con essa il grano puro, e il contaminato sull' aia purificare, togliendogli co' mezzi adatti essa polvere, io me ne andava argomentando così : se il contagio consiste in questa polvere aderente al seme, che è in nostra mano l' applicare od il togliere ; e se il fungherello, del quale essa è la semenza, sviluppasi poscia al tempo debito nel sito destinato pel grano ; per non incorrere nell' assurdo che le semenze si sviluppino dove non sono, deesi necessariamente concedere, ch' essa polvere dal seme germogliando, o da sua radice assorbita, alla spiga si rechi, occupandovi il posto che del grano suol esser proprio. E quantunque io non dichiarassi bene se intendessi che i germi si assorbano interi, oppur no, perchè ciò non importava nè anche troppo al mio assunto, a chiarirmi poi, se fosse possibile, eziandio su questo fisiologico punto, e vedere se alla sopraccennata analogia il fatto pure corrispondesse, tentai le cose seguenti.

14. Col mezzo stesso del quale suole usar la natura per iscomporre e disciogliere gli esseri organici, io pur avvisai l' anno scorso di scomporre i germi della golpe mettendoli a fermentare con acqua in una chiusa bottiglia, poi col prodotto di questa fermentazione, con questa golpe scomposta, imbrattai nel maggior modo che seppi del grano puro. Ma di esso non ammalò nè anche una spiga ; mostrandosi per tal guisa, che nè men questo germe quando è scomposto riesce punto effettivo.

15. Al principiare della primavera corrente, avendo intriso di golpe e seminato del frumento marzuolo, e di quello che i botanici dicono *triticum turgidum*, a varia epoca di germogliazione, volli esaminare se avesse assorbito essa golpe, e in quale stato assorbita l' avesse : e mi venne fatto di rinvenirne tanto nella radichetta che si sviluppava, quanto nella plumula, nelle sviluppate barbatelle e nel pargoletto stelo, e principalmente nel colletto e in

sua vicinanza : e i granelli di golpe assorbita apparivano allo stato lor naturale, senza aver provato il benchè minimo cambiamento. A bene eseguire questa osservazione, che non è difficile per chi possede un buon microscopio, si fa germogliare separatamente del grano puro e di quello imbrattato di golpe; e quest'ultimo, per maggior sicurezza di effetto, si può anche mettere in un piattello con sola golpe inumidita. Appena germogliato, si esamina attentamente del puro, per riconoscerne il tessuto, e la forma de' globuli della farina o non ancora scomposta o nell' atto che mutasi in sugo latticinoso, a fine di non prendere poscia in qualche punto lo scambio. Dopo ciò assoggettasi al microscopio della golpe, che sia stata un po' in infusione, a vedere quale aspetto debba mostrare anche quella inumidita dagli umori dentro la pianta. Fatte queste cose in preparazione, pigliasi l' infetto germoglio, lavandolo a più riprese nell' acqua e procurando che sia perfettamente netto al di fuori ; del che fa d' uopo assicurarsi eziandio col microscopio. Quindi, se la pianticina è appena germogliata, si può prendere o l' intero becchetto, o l'intera piumetta, schiacciandoli tra i vetri per osservarli come i corpi trasparenti. Se la germogliazione è avanzata, debbonsi fare picciole sezioni o delle barbole, o del colletto, o del tenero stelo, secondo ciò che si brama esplorare, ed esaminarle a parte a parte; avvertendo che sarà sempre tanto più agevole il rinvenire, e rinvenir più abbondanti i granelli di golpe, quanto più giovinetto è il germoglio, e quanto più la sezione si fa vicino al colletto ; perciocchè, a germogliamento inoltrato, allorchè dallo stesso grano sorsero varii steli, ed ogni stelo di nodi e internodi s'è provveduto, in tanta superficie può essere piuttosto effetto del caso il rinvenire i granelli di golpe nella minima sezione che sottoponesi al microscopio.

16. Similmente a ciò ch' io vidi qui della golpe, lessi poi nel Giornale di Orticoltura (*Le Jardin et la Ferme*, 10 Nov. 1844) avvenire in altra malattia de' cereali detta propriamente *carbone*, che affligge soprattutto l' avena e l' orzo, causata dall' *uredo segetum ;* i cui semi o sporule in esso Giornale si dice assorbirsi dalle radici, e poscia andar rimontando, sicchè discopronsi dentro lo stelo, facendone sezioni orizzontali.

17. Anche i germi della crittogama producente le macchie del gelso as-

sorbonsi dalla radice per andare quindi a svilupparsi al tempo debito nel luogo loro appropriato, vale a dir nelle foglie: del che mi sono chiarito comunicando questa malattia a piante che n' erano affatto scevre, col mettere della foglia infetta presso le radici di alcune lasciate al posto loro, e col trapiantarne delle altre, ponendo nelle buche quella foglia in cambio di letame, siccome ho distintamente indicato in una mia Memoria su tale argomento. Laonde in questa contagione, il cui germe si è pur discoperto, vedesi lo stesso procedimento notato per le due predette dei cereali.

18. Tralasciamo di allegare gli esempi de' contagi, i cui germi già conosciuti si sa ch' entrano interi negli animali; poichè ci sembra che il poco fin qui ragionato basti a conchiudere:

I. Nulla ostare che i germi de' contagi s' insinuino nell' ente organico in tutta la loro integrità. (NN.ⁱ 3. 4.)

II. Nulla ostare che tali pure vi si mantengano. (NN.ⁱ 5. 11.)

III. Che per legge di analogia tali anche debbono essere, affinchè possano tornar effettivi. (N.° 12.)

IV. Che oltre che per analogia, queste verità ci ponno venir confermate dal fatto, o sia dalle attente osservazioni eseguite ne' convenevoli modi. (NN.ⁱ 14. 17.)

V. Che dunque i germi de' contagi sono anche in questo simili a tutti gli altri che si conoscono, non vi essendo alcun appiglio a supporre che la natura siasi preso il disturbo di tenere per essi altro modo.

(*Letta il* 18 *Giugno* 1845.)

DEL PROCESSO

DEL PENSIERO

VERSO LA UNITÀ DELLA SCIENZA

MEMORIA

DEL DOTT. GIUSEPPE BIANCHETTI

I. Istrumenti primi della Scienza sono gli esercizi del pensiero applicati all' osservazione particolare di un genere o d' un altro di cose e degli accidenti che in quel tal dato genere medesimo possono essere stati prodotti da altri accidenti o dall' opera stessa dell'uomo. Vengono poscia, come istrumenti non meno necessari, e più vicini allo scopo, gli esercizi del pensiero applicato ad investigare le relazioni tra le cose osservate in un tal dato genere; esercizi tanto più elevati, e però tanto più utili, quanto più conducono innanzi, trapassando dalle relazioni alle relazioni delle relazioni. A ciascuno dei detti esercizi si è voluto imporre il nome un poco ambizioso di scienza; e tante scienze si sono oggi costituite, e tante se ne vanno tuttavia costituendo, quante varietà si trovarono o potranno mai trovarsi nei generi di cose a cui si volse l' opera di tali esercizi medesimi. Non credo che importi di fermarsi qui adesso a combattere questa ambizione dello spirito umano; cui si abbandonarono da prima anco i Greci, ma da cui, benchè non godano fama nelle storie di eccessiva modestia, pure furono ben presto ritratti dal

consiglio o dall' esempio di Pitagora, e dall' accortezza del loro senno. Credo utile piuttosto che ci soffermiamo un istante ad osservare alquanto intrinsecamente ciascuno di questi esercizi del pensiero che chiamiamo scienze. Domando : si avvicinano essi tanto più alla respettiva loro perfezione, quanto più si estendono, o quanto più si restringono ? Certo il molto estendersi è condizion necessaria del successivo loro restringersi ; condizion necessaria come lavoro preparatorio e fondamentale. Ma l' estensione non può essere che nella raccolta dei fatti ; e ad una raccolta di fatti, per ampia che si voglia supporla, non è certo applicabile alcun titolo di scienza. Questo titolo non può in qualche modo giustificarsi, anche rispetto a quei particolari esercizi del pensiero di cui parliamo, se non quando lo si applichi alle relazioni tra i fatti, cioè alle leggi da cui dipendono i fatti. Ora, non v' ha dubbio che una scienza avanza di mano in mano che sotto ad un minor numero di leggi raccoglie un maggior numero di fatti : dunque una scienza si avvicina alla sua propria perfezione, non quanto più si estende, ma quanto più si restringe ; perchè, non le osservazioni dei fatti isolati, ma le investigazioni dei legami tra di essi costituiscono veramente il processo scientifico. Così, per esempio, la fisica, considerata ne' suoi lavori preparatorii, ne' suoi fondamenti, acquista una maggior estensione di mano in mano che l' è dato di aggiungere un nuovo accidente, o fenomeno che vogliam dirlo, ai tanti che ha di già ritrovati, e che applica alla luce, al calorico, alla elettricità od al magnetismo. Ma la fisica, considerata rigorosamente come scienza, non si potrà dire che progredisca in sì fatto proposito, se non quando avrà esteso il numero di tali fenomeni per modo che le sia conceduto di restringere quello delle cause da cui li fa dipendere, riducendo a tre gli operatori od agenti invece di quattro, e meglio a due invece di tre, e meglio ancora ad un solo, se potesse mai giungervi. Fatica utilissima, anzi necessaria, fu alla chimica l' avere ritrovati i cinquanta cinque elementi, a' quali credo che sia oggi arrivata : ma la chimica progredirà veramente come scienza in tale argomento di mano in mano che, ricalcando in certa guisa le sue orme, potrà racchiudere in un numero sempre minore questi elementi medesimi, e però quello dei principii, e però quello delle leggi che regolano la formazione dei

corpi. Non era possibile alla psicologia di darsi un buon fondamento fuori d' un ampia raccolta di que' fatti che sono osservabili nella coscienza: ma la psicologia ha cominciato a rendere a se stessa legittimo il nome di scienza (intendo già sempre conforme all' uso in cui lo adoperiamo) solo allora che cominciò ad aggruppare tali fatti sotto alcune leggi; e tanto più progredirà come scienza, quanto più le sarà conceduto di poter diminuire il numero di queste leggi medesime. Così è, e dev' essere, di tutte quante mai sono o saranno le scienze; perchè l' intima natura di ognuna d' esse è tale, che di niente può avanzarsi verso alla sua propria perfezione, se non si avanzi in pari tempo verso un punto che divenga come il centro da cui parta ed a cui ritorni ogni opera sua.

II. E però, se questo ragionamento non è fallace, come credo che non sia, si può argomentare da esso con quanto di verità abbiano tanti declamato, e vadasi pur oggi da molti tuttora declamando, contro alla formazione dei sistemi in quegli esercizi del pensiero cui si dà il nome di scienze; quando invece tali esercizi non possono essere costituiti come scienze, se non per opera dei sistemi. Poichè, che cosa è un sistema? Non altro che il trovare un filo il quale unisca, un cemento, dirò così, che incorpori insieme una quantità maggiore o minore di cognizioni, le quali erano da prima disgiunte, e le sottoponga ad un principio e le diriga ad una tendenza comune. Certo in un lavoro cotanto difficile al pensiero, cui sono necessari tanti e si vari apparecchi, che può esssere interrotto ed offeso da tanti impedimenti, in cui possono aver luogo tante illusioni prodotte dalle apparenze esterne delle cose, e tante più dalle interne lusinghe dell' amor proprio; certo, ripeto, in un lavoro cotanto difficile, devono essere stati, come sono tuttavia e saranno sempre, frequentissimi gl' inganni. E chi voglia da essi trar partito, secondo che si usa, per combattere o disprezzare o deridere l' opera dello spirito umano intento alla formazione dei sistemi, avrà materia ampia di discorso. La sua materia a discorrere sarà ampia; tanto forse quanto lo è la storia medesima delle scienze: ma non per questo potrà dare al suo discorso fondamento alcuno di buona logica; poichè egli fa una perpetua confusione tra

gli errori incorsi nel formare i sistemi e l' esercizio del pensiero rivolto alla formazione di essi, e poichè mette in tal esercizio la causa di quegli errori medesimi. Ma sì fatte cose sono tanto distinte e indipendenti, che se gli errori, i cui motivi possono essere vari e molti (e ne parleremo particolarmente in altro luogo), se gli errori incorsi e riconosciuti in questo od in quel sistema devono rifiutarsi, e non di rado anche con essi tutto il sistema stesso nel quale sono incorporati; l' andamento, dirò così, sistematico nello spirito umano, la disposizione del pensiero che volge i suoi esercizi a creare i sistemi, non solo invece è lodevole, ma bisogna tenerla per necessaria, quando si voglia che un esercizio del pensiero, togliendosi allo sparpagliamento delle osservazioni di fatti separati e disgiunti, entri in quel processo a cui soltanto si può dar nome di scientifico. Non odo, per esempio, che i medici sieno generalmente disposti ad abbracciare il sistema di Brown; e nulladimeno ogni medico di mente elevata dee tenere che Brown col suo sistema ha tirato fuori la medicina dall' empirismo dei casi, per metterla sulla via della scienza; dee tenere, che, abbandonando anco affatto il sistema di lui, è pur necessario dare all' esercizio del pensiero nella medicina un eguale andamento di quello ch' egli diede al suo, cioè tentar di sostituire al sistema da esso creato un altro sistema, se si vuole mantenere la medicina stessa sulla via della scienza in cui egli la pose. Ho nominato di sopra la chimica. Or bene: che cosa era essa fino a poco più che cent' anni fa? Null' altro che un ammasso informe di fatti senza alcun legame. La chimica principiò ad avere un carattere scientifico, allorchè principiò a ricercare un vincolo che unisca un numero maggiore o minore di questi fatti, allorchè principiò a rendere ragione di alcuni di essi, allorchè principiò a darsi una regola per iscoprirne degli altri, allorchè principiò, in breve, ad avere un sistema. La prima insegna che la chimica abbia posseduto di scienza, le fu posta in mano dallo Stahl. Essa non potè andare lungamente con sì fatta insegna, e le fu ben presto mestieri d' innalzarne un' altra, sostituendo al flogistico l' ossigeno. Ma lo stesso modo nell' esercizio del pensiero che portò nella chimica lo Stahl, vi fu portato pure dal Lavoisier; ma che il sistema di Lavoisier rimanga o no, certo è che la chimica non potrà durare nè progredire come

scienza, se da quelli che la professano non sia continuata la traccia dello stesso modo nell' esercizio del pensiero. E poichè ho accennato di sopra anco alla psicologia, voglio aggiungere, che se il sistema di Locke trovò, specialmente in questi tempi, molti oppositori, contro alla potenza delle osservazioni, delle induzioni e deduzioni dei quali è assai difficile, credo, che possa sostenersi; non per questo vien di niente minore il merito sommo ch' ebbe Locke d' aver impresso, egli pel primo, col suo sistema, un carattere scientifico alla psicologia, ed insegnato come si possa mantenerglielo; quando innanzi di lui, poco diversa dalla chimica, non possedeva che una raccolta più o meno numerosa di fatti, da cui si traevano non di rado regole utili per la condotta della vita, che si trasformavano spesso in immagini delle quali si abbellivano le lettere, ma che lo spirito umano non aveva per anco notati che come materiali qua e là sparsi, e non si era di essi servito che come di materiali l'uno dall' altro disgiunti, senza che avesse tentato di unirli, di trovare tra di loro un cemento, di farsene l'architetto, di comporne una fabbrica.

Or è in questo tentativo che consiste il lavoro di formare un sistema; e questo tentativo non è altro che il processo scientifico medesimo. Chi dice dunque lavoro di formare un sistema, non dice nè più nè meno che processo scientifico; e chi dice sistema, non dice nè più nè meno che opera di un processo scientifico. La qual opera, non cesserò di ripeterlo, può riuscire, come riuscì spesso, più o meno fallace, può essere, come fu spesso, anche fallace del tutto; e nulla ostante è tanto assurdo di voler discreditare, a causa di ciò, il modo nell' esercizio del pensiero che la produce, quanto questo modo non è confondibile con l' opera stessa che in un caso o nell' altro o in tutti i casi ha prodotta, e quanto ci è mestieri di tenerlo sempre per necessario, allorchè si voglia imprimere ad un esercizio qualunque del pensiero il carattere di scienza. Poichè un tal carattere (giova ripeter anche questo) non può mai competere ad un esercizio del pensiero che non vada in altro che in raccoglier fatti, per quanto abbondante si voglia supporne la raccolta; ma allora solo può legittimamente cominciare ad assumerlo, quando cominci ad inoltrarsi nella cognizione dei legami che uniscono i fatti, cioè nelle relazioni ch' esistono tra di loro, quando cominci ad inoltrarsi nelle

cause da cui derivano i fatti, cioè nelle leggi sotto le norme delle quali e nascono e s' avvicendano, cioè quando cominci nell' opera di formare un sistema. Or siccome un sistema tanto più progredisce verso la sua propria perfezione, quanto più gli è conceduto di potersi, a dir così, compendiare, cioè quanto più può lasciar da parte le relazioni, per concentrarsi nelle relazioni delle relazioni, quanto più può lasciar da parte le leggi, per concentrarsi nelle leggi delle leggi ; e siccome il processo che conduce al sistema non è che una ed identica cosa col processo scientifico, ed un esercizio del pensiero che abbia il carattere di scienza, non può essere che un sistema più o meno inoltrato ; così questo poco di discorso intorno ai sistemi ci fa ritornare al principio posto di sopra, cioè, che tutti gli esercizi del pensiero cui si è dato il nome di scienze, si avanzano veramente come tali, cioè come scientifici, non di mano in mano che si allargano, ma quanto più si restringono.

III. Il qual principio, studiandolo bene, non ci sarà difficile conoscere che da ciascheduna scienza in particolare lo si può estendere a tutte le scienze considerate insieme, a tutto il loro complesso, a ciò che chiamiamo lo scibile. Certo lo spirito umano, volgendo la sua attenzione ad un ordine di accidenti non prima osservati o non abbastanza osservati, e raccogliendone in numero da poter discoprire più o meno delle loro relazioni, e quindi facendosi scala di esse, procedendo ad investigare le cause da cui derivano e le norme con le quali derivano ; certo, dico, lo spirito umano, con questo suo nuovo esercizio del pensiero, con questa nuova scienza da esso creata, fa opera sommamente meritoria dello scibile, perchè ne allarga il campo. Ma l' allargamento del campo dello scibile è bensì una condizione senza della quale esso non potrebbe inoltrarsi verso la sua propria perfezione ; ma non è già una via diretta che lo conduca alla sua perfezione. In quella guisa che ogni scienza tanto più si perfeziona, quanto più le è dato di poter ridurre alcune leggi particolari sotto a leggi sempre più generali, e tendere per sì fatto modo a quell' unità relativa che le è propria ; nella guisa medesima, il complesso delle scienze, lo scibile, tanto più avanzerassi verso la perfezione, quanto maggiormente gli sarà conceduto di poter raccogliere sotto ad una

sola insegna e fatti e leggi che diedero materia ad esercizi del pensiero diversamente nominati, adunando così più scienze, e spingendosi sempre più innanzi verso quell' unità suprema, che potrebbe dirsi l' unità delle unità. Onde la perfezione dello scibile è tanto lungi dall'essere nello allargarsi che è invece nel restringersi; onde l' accrescere il numero delle scienze è bene un lavoro preparatorio, fondamentale, necessario; ma lo scibile andrà sempre più verso la perfezione di mano in mano che il numero delle scienze medesime si potrà diminuire. Così, per esempio, se mai venisse un giorno in cui la statistica e l' economia pubblica, la morale ed altri esercizi, or più o meno separati del pensiero, si raccogliessero sotto ad una stessa norma, e dessero quindi luogo ad un medesimo esercizio del pensiero stesso; se potesse mai arrivare un giorno in cui la fisiologia levasse dal novero delle scienze la psicologia, e poscia ne fosse levata essa medesima dalla fisica o dalla chimica, o pur viceversa, avremmo già fatti due gran passi verso quell'unità suprema che diceva, verso quell'unità assoluta in cui è mestieri di riporre la scienza.

Affermo ora che ci è mestieri riporvela; poichè son omai giunto in luogo da poter dichiarare più esplicitamente, che la scienza non può risiedere fuori di là dove non sia concepibile un punto fermo in cui si arresti e si adagi il pensiero dell' uomo: al quale dev'essere interdetto, come illegittimo, il vanto d'aver raggiunta la scienza, finchè trovasi dove, se gli vien meno la volontà o la forza, non gli manca nuova via da percorrere. Or siccome niuno di quegli esercizi del pensiero, cui diemmo il nome di scienze, può condurre il pensiero medesimo a trovare il detto punto, perchè da niuno può essere posto in luogo, d' onde non vegga la possibilità di procedere indefinitamente innanzi, così i detti esercizi non danno termini, ma gradi; non danno fini, ma mezzi: il termine è la scienza; il fine è la scienza: la quale non può essere che una, come la natura è una, come la verità è una, come Dio è uno. Questo è l' ideale della scienza che il pensiero, portato alla sua maggior forza, è giunto a formarsi di essa in tutti i luoghi e in tutti i tempi, dove vi è stata una gran forza di pensiero; questo è l' ideale della scienza, il cui concepimento non è interdetto ad alcuno, il quale, trapassando i limiti che da ogni

parte ci attorniano e serrano, abbia il potere di spingere una mente vigorosa a slanciarsi sulle ali d'una forte immaginazione ed a tenersi alquanto librata nell'immenso mare dell'essere. Lo raggiungeremo noi giammai un sì fatto ideale? La religione e la poesia di tutti i popoli, sotto la forma di varie allegorie, ci hanno risposto, son già molti e molti secoli, che nol potremo, e che il gran verbo rimarrà sempre per noi, secondo l'espressione di Dante, in *infinito eccesso.* Io rispondo, che non so se il potremo, e che non credo che il potremo. Ma quello che pur so e credo senza dubbio egli è, che ci è data possibilità di progredire indefinitamente verso questo ideale medesimo, attuandone ognor più una parte maggiore: ma quello che so senza dubbio e credo egli è, che un'opera potente del pensiero umano a tal effetto dobbiamo tenerla per compiuta da quegli uomini che impiegano l'esercizio del loro pensiero a ridurre sotto la quantità minore di leggi ch'è lor possibile, tutte o molte delle varie leggi, ed anco delle più comprensive, che si sono trovate in un numero maggiore o minore di que' particolari e separati esercizi del pensiero che chiamiamo scienze.

Ora, quest'opera, a chi niente vi guardi, non è altro che quella stessa onde lo spirito umano forma i sistemi più o meno generali. È adunque mediante i sistemi più o meno generali che unicamente ci può esser dato modo di concentrare una scienza nell'altra, e però quello di diminuirne il numero, e quindi, per quanto abbiamo detto, quello di progredire sempre più verso l'unità della scienza. Onde i sistemi più o meno generali traggono gli argomenti alla loro difesa da quegli stessi principii da cui li cavano i sistemi particolari in ciascheduna delle scienze. Ma certo mi son ora abbassato dicendo, gli argomenti alla loro difesa, quando dovevo tenermi all'altezza in cui mi trovo, e dire invece, le prove della loro necessità. Poichè, siccome tra molte vie, ninna delle quali abbia un'uscita sua propria, ma ciascuna entri nell'altra, in guisa che vadano tutte ad un solo termine comune; siccome per avanzarsi verso a sì fatto termine, sarebbe d'assoluta necessità di non fermar il passo in alcuna delle dette vie, ma di procedere sempre da questa a quella in cui la prima riesce; così è del pari necessario al pensiero di non chiudere l'opera sua in alcuno di quegli esercizi che diciamo scienze, ma di

estenderla ad adunarne quanti più può, concentrandoli sotto alle stesse norme, se vuol procedere verso quel punto dov' essi, rientrando prima a vicenda l' uno nell'altro, mettono infine tutti, cioè, verso quel punto dove può essere unicamente la scienza. I sistemi adunque più o meno generali sono necessari a progredire verso di essa. Sono necessari; ma deggio ricordare la distinzione, forse un poco sottile, ma vera, che abbiamo fatta di sopra, tra la causa produttrice e l' effetto prodotto, tra il sistema creato e l' esercizio del pensiero che lo creò. Dico necessari i sistemi più o meno generali, in quanto sono necessari al progresso dello scibile gli esercizi del pensiero che li formano, ed in quanto non sono possibili questi esercizi stessi senza che n' esca la formazione dei sistemi medesimi, mentre è tale l' unico intendimento, tal è l' unico effetto, e non può essere diverso, di così fatti esercizi del pensiero. Ma infine i sistemi non sono gli esercizi del pensiero; ed un sistema e molti sistemi e tutti anche si potrebbero accusare d' inesattezze, di errori, di fallacie parziali o totali; e tuttavia non ne verrebbe altra conclusione, se non che la necessità di sostituirne di nuovi; perchè sarebbe pur sempre mestieri di continuar ad affermare, che i sistemi più o meno generali sono necessari, mentre, a progredire verso la scienza, sono necessari quegli esercizi del pensiero da cui essi necessariamente derivano.

IV. Parlo di esercizi del pensiero conducenti alla scienza, della ognor più crescente efficacia dei quali non è possibile dubitare. Ma il pensiero non si rimase sempre, nè si rimane, e, dirò anche, non può rimanere, contento ad acquistar per tal guisa, con la sicurezza, ma nello stesso tempo con la lentezza inevitabile a così fatti esercizi, ad acquistare quel tanto che gli credo solamente conceduto, cioè d' inoltrarsi sempre più nella via che riesce alla scienza. Poichè gli è dato di concepire il termine cui sono dirette tutte le fatiche del suo viaggio; poichè gli è dato di concepire a che lo condurrebbero le sue osservazioni e le conseguenti speculazioni, se potesse quanto vuole continuare le une e le altre; poichè gli è dato, in breve, di concepire l' ideale della scienza, e di concepirlo sotto alla forma dell' unità; esso non di rado, sdegnando le dimore, soverchia tutti gl' impedimenti, ed assumendo

un mirabile ardire, con uno slancio impetuoso della sua forza, creasi esso medesimo di *quanto per mente o per occhio si gira*, creasi una unità, in cui si pone a dirittura, a fine di spiegar ivi tutta l' opera della sua potenza. E quando quegli esercizi del pensiero de' quali abbiamo parlato se li possiamo figurare come altrettante linee, che muovendo da diversi luoghi, si dirigano, più o meno avanzando, verso un punto comune; questo, per contrario, a cui ora accenniamo, ci è mestieri rappresentarcelo come un punto da cui partano quante linee si vogliono tirare o sono possibili a tirarsi, a fine di condurle a vari luoghi, da' quali poi riflettendosi, ritornino nuovamente al punto medesimo d' onde erano prima partite. E come il prodotto di quegli esercizi è la creazione dei sistemi particolari in ciascuna scienza o dei sistemi generali che abbracciano più o meno scienze; così il prodotto di questo è ancora la creazione di sistemi, che si possono chiamare universali, e che hanno assunto ed assumono un diverso nome, secondo il modo diverso che il pensiero ha impresso alla creatasi unità.

Or, che diremo di così fatti sistemi, i quali occupano un luogo tanto esteso ed importante nella storia dei pensieri umani, e danno pur oggi, come hanno dato e daranno sempre e devono dare, una materia sì feconda e grave al pensiero umano? Che diremo di loro? Non diremo certo che, quantunque ciascun d'essi abbia più o meno le apparenze di esservi arrivato, niun d' essi c' inspiri la fiducia d' aver raggiunta la scienza. Questo io sono tanto lungi dal dirlo, quanto dal credere che lo si potrà dire giammai; perchè il contrastarsi l' uno all' altro, ed il prendere le mosse ciascuno di tali sistemi, non dalla realtà di una rappresentazione del pensiero, ma quasi da un postulato ch' esso fa a se medesimo per darsi materia d' esercizio; non da un fatto, ma da una supposizione, in cui entra il pensiero per dare un fondamento al suo esercizio stesso; basterebbe per togliere a ciascheduno di loro qualunque siasi titolo a tal pretensione: pretensione la quale, dall'altra parte, non credo intendessero di concedere ad essi nè pur quelli medesimi che li crearono. Del che, quantunque mi fosse dato di addurne, non voglio ora addur altro in prova, se non quanto diceva, or sono due anni, preludendo solennemente alle sue lezioni in Berlino, il creatore del più profondo e

fecondo di così fatti sistemi, lo Schelling. Egli diceva, « che non terrà per » buono il suo sistema, se non fino a tanto che n' esca uno di migliore. » Ma se questi sistemi (e sieno essi prodotti da quelli che diciamo naturalisti, o pur da quelli che chiamiamo metafisici) non ci mettono, e, come stimo, non potranno mai metterci in ciò ch' è, vale a dire, nella scienza; essi sono però esercizi potenti, forse i più potenti, del pensiero umano rivolto all' intendimento di sapere ciò ch' è, vale a dire, alla ricerca della scienza; e quindi non possono mancare d' aiutar grandemente l' umanità nella sua opera di progredire verso la scienza medesima. Or qual' è il genere dell' uffizio loro? Qual' è l' aiuto che prestano a tale effetto? Questo specialmente, di tenere sempre più abituato il pensiero a conservare, anche ne' suoi particolari esercizi, quella costante tendenza verso l' unità, senza cui, come notammo, è impossibile alcun progresso scientifico in niun particolare esercizio del pensiero medesimo: questo specialmente, di rendere sempre più manifesto, che quei particolari esercizi del pensiero, cui diamo il nome di scienze, non hanno e non possono avere termine alcuno loro proprio; che il termine è comune ed unico, verso cui non si può andare se non concentrandoli, come pure abbiamo notato, quanto più sia possibile di concentrarli.

La manifestazione della qual cosa è un necessario effetto della natura intrinseca di questi sistemi universali cui accenniamo. Poichè il racchiudere il pensiero in una unità, per rimanervi, può dar origine ad una idea più o meno infeconda, come, per esempio, tra gli antichi, in Parmenide; può dar origine ad un idolo della fantasia, più o men bello, come, per esempio, tra gli antichi medesimi, in Virgilio, quando canta dell' intimo spirito che nutre il cielo, la terra, il mare e gli astri titanii, e della mente che si mesce in un col gran corpo, infusa in ogni membro. Ma qui non è discorso nè di semplici idee, nè di fantasie; è discorso di sistemi. Ed a formare uno di quelli di cui parlo, è mestieri di mostrar tirati vari fili, che partendo da un punto unico, e spargendosi in moltiplici luoghi, ritornino poscia, come dicevo, al punto stesso: fuor di metafora, è mestieri di percorrere quel maggior numero che si può delle varie parti dello scibile, intorno alle quali si è esercitato separatamente il pensiero, per provare o tentar di provare, che tutte

si adunano nell' unità medesima; è mestieri, in breve, raccogliere le prove della detta unità. Or siccome il lavoro di raccogliere queste prove non può consistere in altro, che nello schierarsi dinanzi in certa guisa ad un tempo i diversi esercizi a' quali si è dato il pensiero; nel mettere in certa guisa a contribuzione tutte le scienze, per valersi or dell' opera di alcune, or di quella di molte, or di quella di tutte insieme, e per sostituire talora vicendevolmente all' opera dell' una quella dell' altra; così egli è impiegando la potenza del suo esercizio in sì fatto lavoro, che il pensiero potrà unicamente far acquisto di quel maggior numero di relazioni più o meno intime, ed anco di quelle identità di processi o di fini che sono possibili a discoprirsi tra le scienze. E siccome questo lavoro non è in fine che il lavoro stesso ond' esce la creazione d' uno di quei sistemi dell' unità, considerata sotto d' un aspetto o d' un altro, di cui parliamo; così tali sistemi, non per le loro conclusioni, ripeto (sopra cui ci è interdetto, e forse ci sarà sempre, io credo, ogni giudizio), ma pei mezzi che adoperano, e devono necessariamente adoperare, ad andarvi, intervengono sulla via che conduce alla scienza, per aiutare grandissimamente l' uomo a progredire verso di essa. E certo, per esempio, anche non volendo affermare niente intorno alla conclusione in cui va ad arrestarsi quel sistema che, rinovato nel secolo XVI da alcuni forti ingegni italiani, e particolarmente da quello del Telesio, si riprodusse poi nel secolo passato e al cominciare di questo con tanta ampiezza di osservazioni e splendore di raziocini, in alcune menti francesi, e particolarmente in quelle del Lamarck e del Geoffroy: certo, anche astenendosi, per esempio, dal porsi nella conclusione in cui vorrebbe condurre quell'altro sistema, il quale, rinovato ancora nel secolo XVI sotto il cielo d' Italia, e specialmente da Giordano Bruno, or si è fatto tanto esteso e sì potente nei libri e nelle scuole di Germania, ed in particolar modo per parte dello Hegel e molto più per quella dello Schelling; certo, io dico, distogliendosi pure dalle conclusioni di tali sistemi, non è possibile, senza negare ogni fede alla storia dei progressi scientifici dello spirito umano, non è possibile non riconoscere di quali e quanti fatti, che servono a legar insieme le più disgiunte materie del pensiero, di quali e quante più o meno legittime induzioni e deduzioni, che servono a

legare insieme i più disgiunti esercizi del pensiero, non siasi impadronito il pensiero medesimo, sia per opera degli autori di que' sistemi, nell'atto che lo impiegavano a crearli, sia per opera di quelli che gli abbracciarono, nell'atto che l'impiegavano o lo impiegano a svilupparli e condurli a sempre maggior perfezione. Or questo che, a chi sappia leggerla, dice avvenuto la storia dei progressi dello spirito umano, non poteva avvenire in altro modo; poichè, se i tentativi senza lo scopo propostosi dai detti sistemi o da quelli che sono loro analoghi, ed anco gli accidenti possono mettere in possesso dell' uomo alcuno di que' fatti de' quali è qui discorso; del maggior numero di essi, e sopra tutto delle induzioni e deduzioni che ne derivano, applicabili alle relazioni più intime, anzi alle identità delle scienze, non è dato di far acquisto all' uomo stesso, che occupando la forza della sua intelligenza a creare od a perfezionare i sistemi di cui parliamo.

V. Nella qual affermazione io entro con tanto più di sicurezza, quanto più penso che se i fatti danno generalmente il fondamento alle speculazioni; le speculazioni, fondate sui fatti, indicano le esperienze da farsi e le dirigono; perchè l' uomo, secondo l' alta sentenza di Kant, non dee stare in faccia alla natura come uno scolaro cui il maestro detti ogni cosa e ciò che più gli aggrada, ma come un giudice che obbliga i testimoni a rispondere alle domande le quali va loro facendo. Penso altresì, che se le sperienze, dirette dalle speculazioni, valgono a dare i fatti; le successive speculazioni unicamente valgono a dare l'espressione e la importanza dei fatti medesimi: onde chi dice speculazione, non dice infine che opera in via di creare un sistema. Siccome poi tutto ciò ch' esprime ed importa un fatto in un esercizio particolare del pensiero, o vogliam dire in una scienza, non ce lo posson dare che i sistemi particolari o l'opera del crearli; e tutto ciò ch'esprime ed importa un fatto in un numero maggiore o minore di esercizi particolari del pensiero, o vogliam dire di scienze, non ce lo possono far conoscere che i sistemi più o meno generali o l'opera del crearli; così, nella guisa medesima, tutto ciò ch'esprime ed importa un fatto nella totalità degli esercizi del pensiero, o vogliam dire nel complesso dello scibile, non può uscire che dai sistemi universali o dall' opera

del crearli. Onore a quegli uomini che passano una vita affaticata e paziente a disponere e descrivere quel maggior numero di cose, di un genere o d'un altro, le quali vanno traendo fuori dall' immenso deposito della natura! Onore a quegli uomini che stanno di continuo occupati nell'osservazione interna od esterna dei vari andamenti, dirò così, della natura e degli effetti che ne derivano! Onore a quegli uomini che non si stancano d'interrogare la natura stessa coll'istrumento dei sensi o con quello della coscienza, registrandone le risposte, che non si stancano di mettere la natura sensibile o la insensibile in quella maggior varietà di circostanze che sanno e possono, per notare le risposte diverse che ne ricevono! Onore ad essi! Eglino han fatto e continuano a far ricca l' umanità di tantissime notizie, molte delle quali si mutano in regole più o meno utili, e non poche anco in regole più o meno necessarie al ben essere fisico ed alla condotta morale dell' umanità medesima. Eglino, per non uscire del presente tema, forniscono al pensiero umano quello che gli è indispensabile di possedere, se vuol intraprendere e continuare il viaggio verso la scienza. Ma eglino medesimi non possono dire di esservisi un poco inoltrati, se non dal momento che alla fatica delle osservazioni e dell' esperienze, congiungono quella delle induzioni e delle deduzioni; poichè un tal viaggio non comincia veramente che con esse, e non si avanza se non in quanto si avanzi l' opera della speculazione elevata ad un certo grado, o sia l'opera dell'esercizio del pensiero rivolto alla creazione dei sistemi, o sia l' opera di ciò che chiamasi lo spirito sistematico. È la potenza soltanto dello spirito sistematico (lasciamo pure che molti, prendendolo in mala parte, siensi fatti oggi una specie di moda di deriderlo o di sprezzarlo) è la potenza soltanto dello spirito sistematico che può dare le cause e le analogie : or sono le cause e le analogie che legano i fatti e conducono ai principii. È una più grande potenza soltanto dello spirito sistematico che può dare le cause delle cause, le analogie delle analogie: or sono le cause delle cause, le analogie delle analogie, che legando e fatti e cause ed analogie che offrirono materie a separati esercizi del pensiero, o sia legando un numero maggiore o minore di scienze, conducono ad una sempre maggiormente comprensiva generalità di principii, vale a dire ai principii dei principii.

Ond' è lo spirito sistematico che mette proprio sulla via, la quale dà l'unico modo ad andare, e farà sempre più progredire verso quell' unità in cui è la scienza.

VI. Però, da quanto abbiamo finora discorso, chiaramente apparisce che si agevolerà l'opera di questo progresso di mano in mano che andrassi innalzando ciascuno di que' particolari esercizi del pensiero, a' quali diemmo il nome di scienze, dallo stato quasi puramente descrittivo od esperimentale, in cui molti di essi si trovano, perchè vi si tengono tuttavia, allo stato razionale o speculativo in cui tutti possono più o meno inoltrarsi. D' onde ne deriverà pure l'effetto di dare anche aiuto in grandissima parte a togliere o diminuire un altro grave impedimento al procedere dell' intelletto umano verso la detta unità: intendo quello ch' ei trova, fino dal primo suo aprirsi, in quegli scompartimenti che abbiamo fatti dell' esercizio del pensiero, i quali si reputano in generale contenere materie tanto fra loro diverse quanto sono diversi i nomi sotto cui gli abbiamo compresi, e che generalmente s' insegnano come se fossero tra essi separati da termini ancora più forti che non sono le pareti delle scuole fra le quali s' insegnano. Certo io non sono qui ora a dire che l' intelligenza di un uomo possa abbracciare ad un tempo nè tutti nè molti di quegli esercizi del pensiero che chiamiamo scienze; e meno ancora che possa essere condotta a contemporaneamente mettersi nello studio di tutti o di molti di questi esercizi medesimi. Ma dico che ciascuno di loro dee abbracciarsi, non come un tutto, ma come una parte integrante di un tutto; dico, se mi è lecito valermi di tal immagine un poco materiale, che ciascuno deve portare da ogni sua parte l' addentellato che il mostri da ogni parte incompiuto, e disposto da ogni parte ad unirsi con tutto il rimanente dell'edifizio dello scibile: e ripeto poi, che nulla di questo si potrà mai effettuare con le sole osservazioni dei fatti, nè tampoco con le sole sperienze intorno ai fatti, se alle une ed alle altre non si congiunga quella forza speculativa del pensiero che può dare unicamente la significanza ai fatti stessi.

La qual forza (è ora mestieri che ci fermiamo alquanto a ben notarlo) può sollevarsi a tal grado da condurre il pensiero ad induzioni e deduzioni

tanto distanti dai fatti, che ne sembrino quasi indipendenti; come già vedesi in alcuni esercizi del pensiero medesimo, quand'esso s'inoltri in tali idealità intorno a ciò che riguarda la natura morale dell'uomo, che appena ritengono qualche somiglianza con quello che accade; di che fu un solenne esempio ne' tempi antichi la *Republica* di Platone, e ne' più recenti, l'*Utopia* del Moro. Ma ciò si scorge specialmente, e più manifesto, in tutto quell'esercizio del pensiero che diciamo geometria, il quale cominciò sino dal suo nascere ad allontanarsi tanto dai fatti, che niente del punto e della linea d'onde parte sarebbe possibile a vedersi in alcun fatto; che progredì mettendoci in possesso di un numero indefinito di verità, che sono irrepugnabili, e tuttavia non si potrebbero comprovare con alcun fatto; e che giunse a darci un altro numero di verità egualmente irrepugnabili, le quali, non solo sono impossibili a comprovarsi da alcun fatto, ma si trovano contraddette da tutti i fatti; come, per esempio, che di due cerchi concentrici il contenuto sia eguale al continente; che l'iperbole si avvicini di continuo alla sua assintota, e nulladimeno, prolungata all'infinito, non possa mai incontrarla. Gli effetti della forza speculativa sono tali non di rado che sembrano piuttosto presentimenti o creazioni, di quello che induzioni o deduzioni del pensiero; sono tali che sembrano piuttosto dar essi il fondamento all'esperienza, di quel che sia riceverlo dall'esperienza medesima; come quando, per esempio, Pitagora preannunziò i nuovi pianeti che si sono poscia scoperti, molti secoli dopo, tra Marte e Giove; come quando Newton, speculando nel suo gabinetto, giudicava schiacciata la terra ai poli, assai prima che alcuna nave andasse a verificarlo sotto al tropico ed al cerchio polare; come quando Kant, seduto pur egli al suo tavolo, pensava che dovessero esistere corpi celesti al di là di Saturno, molti anni prima che Herschel discoprisse Urano con l'aiuto de' suoi telescopi. Ma già chi legga la storia degli esercizi del pensiero, dagli antichissimi tempi venendo in giù fino a noi, di queste speculazioni che lasciarono tanto lontani i fatti dai quali partirono, da non saper più d'onde partissero, e che giunsero dove niuna esperienza od osservazione si era per anco approssimata; chi legga questa storia, ne troverà in copia grande.

Dissi, che lasciarono lontani i fatti, perchè certo da fatti devono essere state precedute, da fatti devono essere state dirette, e perchè certo non intendo io qui di dar credito alcuno in argomento di scienza a quegl' impeti, dirò così, del pensiero che non prendessero le mosse da fatti di cui l' osservare o lo esperimentare abbia messo in possesso l' uomo. Senza dubbio, la speculazione non ha verun titolo di prodursi in faccia alla scienza medesima, se non sia un movimento del pensiero, il quale parta da fatti osservati od esperimentati. Ma appunto perchè parte da fatti, è mestieri che vada oltre i fatti medesimi; e chi potrebbe presumere di assegnarle il come, il dove, il quando ed il quanto? Or, la speculazione va oltre i fatti mediante le induzioni e le deduzioni che ne costituiscono l' essenza sua propria: queste si aggirano intorno alle cause ed alle analogie, le quali congiungono i fatti esistenti, e rendono unicamente possibile all' intelligenza umana di darsi un fondamento a congetturare altri fatti. La speculazione ha dunque due uffizi; l' uno di scoprire le relazioni di somiglianza e d' identità tra i fatti osservati ed esperimentati e determinarne le cagioni; l' altro di presagire scientificamente dei fatti ai quali non è giunta per anco l' osservazione o l' esperienza. Così furono presagiti i fatti a' quali testè accennavo; così il giusto concetto sul più probabile sistema dei cieli anticipò di tanti secoli in alcune vigorose menti degli antichi le osservazioni ed i calcoli del Copernico; e così l' influenza degli astri e la trasmutazione dei metalli, dopo che furono speculate da alcuni forti intelletti, lasciarono dietro di loro tanto spazio di tempo da essere stoltamente o furbescamente abusate, e tanto più ne lasciarono da venire sì lungamente ingiuriate o beffate, prima che quella fosse un poco confermata mercè le osservazioni ed esperienze che si cominciarono in questo secolo da alcuni medici italiani, ed or si continuano fervorose da alcuni tedeschi; e prima che per la seconda, la chimica si facesse innanzi a moderare alquanto que' risi ed a calmar quegli sdegni, ponendosi al grado, come oggi si è posta, di procedere fin non so dove con la sua legge degli equivalenti. Ond' è legittima conseguenza di tutto questo, che il dare ai fatti disgregati e muti, il dar loro, dirò così, una voce con cui si chiamino d' intorno, non solo i fatti più prossimi, ma i più lontani, non solo i più lontani, ma i lontanissimi,

non solo i lontanissimi, ma quelli ancora che non esistono per la mente umana, è soltanto l'opera della speculazione. La qual opera non saprebbe mai troppo essere proclamata in un tempo in cui tanti e tanti confinano quasi tutto il processo scientifico nei fatti e nell'esperienze; quando i fatti e le esperienze non ne possono dare che il fondamento; e quando, se pur si voglia che ne costituiscano una parte (su di che ora non importa di tornar a contendere), indubitabilmente la speculazione, portata ad un certo grado, ha una parte di gran lunga più grande, e senza dubbio la più diretta nel processo scientifico medesimo, per farlo ognor più inoltrare verso quell'unità della scienza di cui parliamo.

VII. Al suo maggior inoltramento verso la quale, l'ostacolo sommo che si è sempre affacciato ed affaccierassi ognora a tutte le menti più vigorose che abbiano intrapreso o sieno mai per intraprendere il viaggio che conduce alla scienza, è in quel duplice, ed apparentemente contrario, aspetto che offre all'uomo tutto ciò a cui può drizzare il pensiero; duplice aspetto, di cui la impronta più solenne ci la porta e la trova di continuo in se medesimo. Dico, il visibile da una parte, l'invisibile dall'altra; il reale da questa, l'ideale da quella; qui la necessità, là la libertà; qui, in breve, tutto l'aspetto delle cose che diciamo il mondo fisico; là tutto quello cui diamo il nome di mondo morale. Finchè il pensiero si rimanga e si agiti separatamente nell'uno o nell'altro di essi, ei procede incuorato da una certa buona speranza, poichè conosce ad ogni passo di potersi togliere sempre più dinanzi gl'impedimenti, e quindi salire di grado in grado a sintesi ognor più comprensive verso quell'unità, dirò così, relativa ch'egli può concepire in ciascuno di questi due mondi medesimi. Ma, allorchè, dispiegando la maggior potenza delle sue ali, si volga per abbracciarli contemporaneamente ambidue, e consideri la perpetua opposizione ch'esce dal dualismo che producono, e vegga che senza prima distruggerla affatto, gli sarebbe impossibile di andarsi mai a collocare in quella suprema ed assoluta unità della scienza cui anela; impossibile, perchè nella distruzion di una tale opposizione consiste appunto, com'è da lui ideata, la detta unità; egli, facendo già stima dell'ostacolo da una parte, e

delle sue forze dall'altra, comincia innanzi tratto a disperare dell'altezza. Comincia a disperar dell'altezza; ma non per ciò si perde di coraggio, e continua il suo volo; poichè, quantunque gli sia forse interdetta la meta, conosce bene che gli è pur conceduto di potersi minorare la distanza che lo separa da essa, di mano in mano che andrà scoprendo un maggior numero di relazioni tra que' due aspetti diversi che gli si affacciano in ogni materia del suo proprio esercizio, assumendo l'apparenza dei due mondi diversi che dicevo; ed ancor più di mano in mano che gli sarà dato di far ascendere tali relazioni al grado d'analogie, e render prossime le analogie a quello d'identità.

Nella quale fatica non è piccolo il guadagno che il pensiero ha fatto. E quanto non ne potrà fare ancora, se già nelle menti più elevate molti de'suoi esercizi, i quali appartengono a questo od a quello delli due mondi, si sono omai quanto più hanno potuto inoltrati anche nell'altro, o col mezzo delle cause o con quello degli effetti! La fisiologia (intendo sempre in queste alte menti di cui parlo) si è più che molto allontanata dalla parte sensibile, conoscendo di non poter far senza degli studi della psicologia; e viceversa, questa ha cessato di rimanersene in certa guisa fuori della possibilità delle osservazioni sensibili, poichè ha veduto di non poter dar ragione di molti di quegli accidenti che diciamo morali od intellettuali nell'uomo, senza l'intervento degli studi fisiologici; onde, la materia introdotta nella psicologia, lo spirito nella fisiologia, e tutta una scuola di fisiologhi spiritualisti. La storia naturale, rendendo legittimo il suo nome di storia, cessò omai, pegl'ingegni più vigorosi, di essere una pura descrizione delle cose naturali, e va studiando uno sviluppo successivo delle produzioni ognor più crescenti in perfezione della natura medesima, attribuendo così a questa un pensiero che procede oltre oltre in via retta, e non si ripiega sopra se stesso che nella coscienza dell'uomo: natura bruta, natura che vive, natura che sente, natura che, per servirmi dell'espressione di Dante, *sè in sè rigira;* divenendo allora materia, d'uno altro genere di storia, della storia della specie umana; la quale pure, dopo l'alto concepimento del Vico, non può essere più, se non pel volgo degli scrittori e dei lettori, una raccolta empirica di fatti, come se fossero prodotti

dal solo accidentale arbitrio degli uomini; ma ponendo che il corso delle nazioni non dee mancare di leggi costanti, ma tentando di scoprire queste leggi, e però dando a se stessa il modo di avere una guida che la conduca tra le vicende accadute e l'aiuti a presagir le future, essa, per tutti gl'intelletti più distinti, assunse un vero carattere scientifico, ed introdusse la necessità od il realismo nell'umanità, come si è introdotta in certa guisa la libertà o l'idealismo nella natura. Domando: allorchè il pensiero si aggira intorno a quelle materie informi e brute che, a vari strati ravvolgendosi, accerchiano ed incrostano il pianeta che abitiamo, qual soggetto potrebbe mai dare al suo proprio esercizio, che più di questo lo allontanasse dal rivolgerlo alla considerazione delle abitudini, delle azioni, dei sentimenti, delle idee degli uomini? Certo non credo alcuno; perchè niuna maggior differenza mi par possibile ad immaginarsi che tra un pezzo di granito od un mucchio di calcarco, e un desiderio, un affetto, un concepimento, una determinazione qualunque della libera volontà dell'uomo. Or bene: le menti più vigorose che si sono oggi date allo studio della geologia, togliendola dallo stato in cui pur l'altro dì ritrovavasi, cioè dal non essere che una serie descrittiva di pietrami e d'altre formazioni senza significanza alcuna, e messala nella sua necessaria corrispondenza con la geografia fisica e con la climatologia, la spinsero quindi tanto innanzi nel mondo morale, che bisogna pur si valga anco di essa chi voglia rendere la più probabile ragione del motivo per cui in questo luogo avvennero piuttosto che in un altro i tali fatti, in questo piuttosto che in un altro si svilupparono i tali pensieri o s'introdussero i tali costumi. Qual uomo, per esempio, di estesa intelligenza, poniamo pure profondissimo nelle storie, potrebbe oggi confidarsi di discorrere fondatamente le diversità tante che notansi ne' popoli italiani, senza valersi della geologia? Essa non appartiene adunque tanto all'uno dei due mondi, che non appartenga anche molto all'altro. La fisica, in ispecialità dopo Eulero, può partire dalla molecola come dalla forza. Or, se nell'ipotesi della molecola non vi ha niente di spirituale, in quella della forza non vi è niente di materiale. Cosa notabile: la scienza la qual tiene tanto al mondo fisico che ne trae il suo proprio nome, può dare ragione dei fenomeni che costituiscono

il soggetto de' suoi studi anco se cominci ad imprimere l'orma nel mondo spirituale! Cosa notabile: questa scienza medesima che tutta si aggira intorno alla materia, quando parla di ciò cui dà il nome di agenti principali della materia stessa, non può parlare che de' loro effetti, cioè a quel modo medesimo con cui i psicologhi parlano dell'anima ed i fisiologhi sono costretti a parlare della vita! Certo tutti coloro i quali non vogliano o non sappiano aggirarsi che nell'uno o nell'altro di quegli scompartimenti in cui si è disgregato l'esercizio del pensiero, e si avvezzarono nelle scuole o poscia a considerar ciascuno di essi come in certa guisa una fabbrica che si possa cominciare, progredire e compiere in se medesima; certo, dico, tutti questi troveranno in quanto or accennavo una grave mancanza nella fisica. Ma chiunque valga ad innalzare la mente alla considerazione generale dello scibile, non vi vedrà se non una delle prove che ogni scienza dev'essere necessariamente incompleta, perchè non è che una parte più o meno grande di un tutto: non vi vedrà che il bisogno di portare quell'esercizio del pensiero cui diamo il nome di fisica, di portarlo talvolta nelle più alte speculazioni, come si fa oggi da alcuni in Italia ed in Francia, da non pochi in Germania, e particolarmente dalla scuola dello Schelling: non vi vedrà, infine, che una di quelle più intime relazioni tra i due mondi delle quali parliamo, e che appariranno sempre più numerose e luminose, quanto più ci riuscirà di continuare negli studi cominciati e già bene spinti innanzi da alcune forti intelligenze, che videro il costante movimento dell'unità alla varietà, e il ritorno costante della varietà all'unità, o sia la stessa identica suprema legge dell'espansione e dell'attrazione, costituire l'essenza e conservare l'armonia di ciascuno dei due mondi medesimi.

VIII. Le relazioni tra i quali, gli esercizi del pensiero, o sia le scienze, le possono bene determinare e distinguere, imprimendovi un andamento, un carattere, un'importanza, dirò così, scientifica, ma non già discoprire; imperocchè non vi fu mai tempo, come non vi potrà essere, in cui non fossero, ben in confuso, ma più o meno fortemente sentite dall'umanità, ed essa non le abbia espresse in varie forme con maggiore o minor energia. L'umanità,

per esempio, non ha mai cessato nè cesserà mai di far intervenire un'opera, in qualunque modo la chiami od abbiala chiamata, che sia del tutto indipendente da lei, di farla intervenire nelle sue azioni più libere; cioè di meschiare nelle sue azioni la necessità alla libertà. L'umanità non cessò o cesserà mai di credere ad una corrispondenza reciproca tra la sua propria volontà e la natura, anco la più lontana da se medesima, onde, date certe condizioni, possano operare a vicenda l'una sopra dell'altra, cioè di ammettere un reciproco dominio tra le cose ed il pensiero, tra l'ideale ed il reale. L'umanità non ha mai cessato nè cesserà d'accogliere i fatti dei presentimenti e delle ispirazioni, cioè di ritenere la possibilità d'immedesimare se stessa in certi istanti con esseri invisibili, alla potenza dei quali ella partecipi. Ma valga per tutto quella specie d'istinto che la spinse ognora e la spinge e spingeralla sempre a ritrovare tra sè e la natura un vivo, continuo e reciproco riflettersi, dirò così, d'idee, di fantasie, di sentimenti, di passioni; onde può significar quasi sempre gli atti suoi proprii con immagini tolte dagli atti della natura, e gli atti di questa con immagini tolte da quelli di sè medesima; dal che nelle lingue e morte e vive di tutti i popoli, e nei loro usi continui e più volgari, un perpetuo tramutarsi di vocaboli che trapassano a vicenda dall'uno all'altro dei due mondi.

Egli è in particolar modo con l'opera delle lingue che l'umanità manifesta istintivamente la grande analogia, per non dir altro, che vi è tra di essi. E lo studio delle lingue, omai venuto in alcune menti che si addrizzano alla scienza, e già costituito esso medesimo in uno di quegli esercizi del pensiero che diciamo scienze, quando s'avanzi ancor più nel suo cammino, nel quale è già molto bene inoltrato, dopo il Vico, il Colebroocke, e lo Schlegel, diverrà di un aiuto grande a tutto il progresso dello scibile. Imperocchè, portando le sue osservazioni intorno ad un ampio fatto che comprende in certa guisa, e fino ad un certo punto, tanti di que'fatti che sono possibili ad osservarsi in ambidue i mondi, potrà rendersi abile a spingere le sue induzioni e deduzioni assai avanti, e contemporaneamente, nell'uno e nell'altro di loro, e però abile a svelare in vari esercizi del pensiero un sempre maggior numero di quelle intime relazioni che uniscono i mondi medesimi. Io non so,

per esempio, se la frenologia giungerà mai a tanto da occupare una sedia sua propria tra quegli esercizi che chiamiamo scienze; ma questo so bene, che se il Gall ha tentato, e molti de' suoi seguaci tentano tuttavia, di racchiuderla soltanto in uno dei due mondi, già basterebbe l'osservazione filosofica della lingua per farli subito accorti della necessaria corrispondenza ch' essa dee avere con l' altro; poichè, qual' è quel frenologo a cui, trattando le materie proprie del suo studio, non sia mestieri, senza pur ch' egli vi ponga mente, di adoperare, come Gall medesimo la adoperò, una quantità grande di parole e di frasi, le quali non possono essere state coniate che nel mondo razionale? Se Broussais, per esempio, con la sua molta potenza di sapere e non minore di scrivere, e talvolta pure con un certo non so qual impeto di soldato, fece anch' egli da ultimo, dopo tanti altri medici, lo stesso tentativo per la fisiologia; ecco ancora la lingua opporvisi nello stesso modo, ed a lui particolarmente si oppone, non che con altro, col titolo medesimo di una delle sue opere più celebrate, poichè la parola *irritazione* appartiene, senza dubbio, al mondo morale, e non è che una metafora nel mondo fisico. Se la storia non ha potuto penetrare nei fatti degli antichissimi popoli d' oriente vi è penetrato lo studio filosofico delle lingue, per iscoprire nelle impronte che ha trovate in que' parlari molto delle loro religioni, delle loro leggi, delle loro letterature, e generalmente dei modi della loro civiltà. E dall' altra parte, se la storia medesima nei fatti d' altri popoli americani od asiatici non seppe vedere che l' esclusiva loro tendenza all' aspetto fisico delle cose, lo studio delle lingue, o, come dicono, la linguistica, ha ben saputo discoprirvi la tendenza non tanto minore ch' essi hanno od avevano verso l' aspetto morale. Quindi un tale studio, ripeto, va rendendosi ogni dì più abile a portare in vari esercizi del pensiero un sempre maggior numero di quelle intime relazioni che uniscono i due mondi; è però abile a far procedere il pensiero stesso verso l' unità della scienza.

Del qual processo verso la detta unità voglio che mi basti questo tanto che ne ragionavo; di cui mi sarà dato forse, io spero, farne conoscere ancor più l' importanza, quando, mettendo a riscontro la scienza con la vita, vale a dire, conducendo la scienza medesima in certa guisa tra le moltitudini,

verrò a sottoporre al vostro giudizio l'esame nel quale dovrò allora entrare; cioè, se sia possibile che la civiltà giunga ad un certo grado degno di qualche attenzione mediante un esercizio del pensiero che si volga unicamente all' aspetto morale, od unicamente al fisico della scienza; poscia, se la primissima origine di qualunque specie di civiltà, presso qualunque siasi popolo, sia da attribuirsi specialmente all' uno od all' altro di tali esercizi; ed infine, quale di essi abbia la maggior potenza per condurre la civiltà medesima ad un grado assai elevato. Investigazioni che giudicherete, ne sono certo, di non poca rilevanza, se riguardano direttamente il ben essere degli uomini e dei popoli. Investigazioni che, mi confido, non vorrete stimare inopportune, se vengono in tempo nel quale tantissimi, anche di quelli che fanno pur manifesta professione di cercare il vero, sembrano assai disposti a snaturare, dirò così, l' uomo; questi sollevandolo tutto nel mondo invisibile, per non cibarlo in certa guisa che del pane degli angioli; e quelli immergendolo tutto, all'opposto, nel mondo materiale, per non dargli come buono a studiare od utile a sapere se non quant' egli può gustar con la bocca, vedere cogli occhi o toccar con le mani.

(*Letta il 24 Marzo 1844.*)

SULL' UFFIZIO

DELLA

LETTERATURA NELLE ADUNANZE ACCADEMICHE

DISCORSO

DEL DOTT. GIROLAMO VENANZIO

Le parole e le cose hanno la loro fortuna al pari degli uomini. Imperciocchè il corso dei tempi è sempre accompagnato da una serie di cause arcane e di circostanze contingenti che danno alle parole un significato diverso e talora lontano da quello che sortirono nella prima loro formazione, ed alle cose un aspetto, una qualità, un carattere che non concorda nè con la origine e con la natura delle cose medesime, nè con la ragione e con l'uso. La verità di questa proposizione parrà evidente a chiunque siffatta materia voglia esaminare attentamente. La Filosofia, la prima scienza, la scienza che fornisce alle altre i principii ed i metodi, non si vide col mutarsi dell' età ridotta a prestare il suo nome e la sua dignità ora agli errori più strani della mente, ora ai più deplorabili traviamenti della volontà, e fino a coprire col suo manto la stravaganza o la inverecondia, o la brutalità, e il sudiciume? La bellezza, che è pure la potenza da Dio posta nel Mondo per governare la umana moralità, fu per lunghissimi anni riguardata dal maggior numero come un vago idolo, una leggiadra fantasia, una illusione, un nulla. La

poesia, che è il fiore dell' anima fecondata dalla bellezza onde poi si hanno frutti d' immortale virtù, la poesia stessa da molti e sovente si giudicò che fosse non altro che un dilettoso trastullo, uno sfogo di anime appassionate, od al più una splendida prova d' ingegno, un nobile ornamento della vita. Nè le lettere furono più avventurose, nè meno provarono le varie influenze della fortuna. Poichè, destinate da principio ad essere le compagne e le ausiliarie della scienza, a seconda delle sorti propizie od avverse, ora stettero ad esse congiunte, ora ne furono bruscamente divise: ora nelle sedi delle scienze furono accolte con festa, ora allontanate come straniere e poco men che profane; ora furono da alcuni lodate come utili ed operose, ora da altri spregiate e poste in deriso come oziose e ciarliere. Ciò non avviene, o Signori, fra voi, chè ben sapete come tutte le discipline che appartengono alla umanità hanno un comune vincolo e come da una certa cognazione sono fra loro congiunte. Onde l' Augusta Maestà dello Imperatore e Re nostro chiamò le lettere nell' ampia luce di questo Istituto, e ad esse tra le scienze severe, e le utili arti diede luogo onorato. Il quale sapientissimo provvedimento confortommi a ricercare in qual modo le Lettere possano a tanto Sovrano favore corrispondere degnamente; ed oggi perciò, confidando nella benevolenza vostra di cui feci tante volte sperimento, vengo, illustri colleghi, ed esporvi alcune mie riflessioni sull' uffizio delle Lettere nelle adunanze accademiche.

La letteratura, propriamente parlando, è la forma universale dei pensieri e dei sentimenti degli uomini operata col linguaggio. Perciò la parola è lo stromento piuttosto unico che principale della letteratura; e questa ha relazioni eguali con la verità e con la bellezza, con la scienza e con la poesia, con le opinioni e coi costumi, con la religione e con la civiltà. Havvi però una notabile differenza tra l'uffizio che riguardo ai pensieri esercita la parola, e quello ch' esercita riguardo ai sentimenti. Poichè si presta a significare i sentimenti quando nell' anima sono già formati; ma per quanto concerne i pensieri, oltre al significarli, contribuisce altresì a formarli. Infatti le idee sono relazioni avvisate dall' intelletto fra due termini, relazioni che non hanno in sè stesse alcuna realtà, cui nulla havvi al di fuori che somigli, che nascono

dall' ordine stesso dell' universo, che sono quindi assolute come le leggi che quest' ordine costituiscono, necessarie come la verità, indipendenti come la ragione. In sostanza le idee sono vedute dell' anima che balenano nella mente a guisa di lampi, e che balenate appena spariscono e vanno in dileguo, quando non siavi un segno cui si possano affiggere ed in cui si possano consolidare ; e questo segno è la parola. Perciò tutto il processo intellettuale si compie mediante la parola ; poichè la sola parola ferma, per così dire, le idee fuggenti, e fa in questo modo abilità all'anima di contemplarle a suo piacimento, di disporle secondo i fini ai quali intende, di avvicinarle, di paragonarle, di formar con esse quei giudizii e quei raziocinii per cui nuove idee rampollano sulle idee già concepite. La parola libera lo spirito immortale dagli impedimenti della materia, e dalle ombre dei sensi lo innalza alla luce delle idee e alla splendida libertà delle trascendentali speculazioni. La parola, accanto al mondo esteriore pieno di realtà e di sensazioni che si apre alla sperienza, crea un maraviglioso mondo interiore, popolato di enti razionali che alla contemplazione si rivela. La parola, la sola parola, manifesta luminosamente il principio attivo dell' anima, la potenza dello ingegno, i tesori della scienza, la prerogativa della spiritualità. Ma questa parola, come già abbiamo detto, è uno stromento ; e non già uno stromento che all' uomo sia stato conceduto intero, perfetto, immutabile, ma uno stromento bensì che ad ogni istante si modifica, e che è suscettivo d'incrementi progressivi e di continui perfezionamenti ; è anzi uno stromento che dovendo servire ai processi analitici della mente, deve altresì accomodarsi alle diverse qualità di questi processi, alla infinita varietà dei pensieri, ed alle loro più tenui e più delicate graduazioni. Laonde allora soltanto l' analisi sarà esatta, lucida, profittevole, quando la parola sarà chiara, precisa ed esente del pari dalla fallacia dei significati arbitrarii e dalla confusione delle apparenti sinonimie ; e per questo motivo appunto alcune scienze, che più delle altre sono schive di tal pericolo e di tale licenza sdegnose, vollero farsi parte da se stesse, e si formarono un linguaggio proprio e dal comune affatto diverso.

Ora il magistero il quale fa che la parola divenga un perfetto stromento delle analisi che dalla mente devono operarsi è il magistero delle Lettere.

Poichè la cura di tutto ciò che alla lingua riguarda appartiene alla letteraria disciplina; e quanto serve a determinare il valor delle parole, quanto giova a chiarirne la espressione, quanto vale a stabilire una graduazione nei significati cui corrispondano i diversi modi delle idee e per cui possa la mente far delle idee stesse una esatta estimazione ed un giusto discernimento, tutto spetta alle Lettere, e costituisce una parte principalissima dell' uffizio che pel bene della società devono esercitare. Il quale uffizio le Lettere adempiono, esaminando le etimologie, e consultando l' uso. Poichè, sebbene molte parole sembrino convenire nei loro significati e paia che in questi nessuna differenza sia, pure la differenza è sempre; saravvi bensì affinità e somiglianza fra quelle parole, ma eguaglianza e identità non mai; e quando si sappia con diligenza analizzarne il senso, si troverà che nella idea espressa da un sinonimo havvi sempre un elemento che dalla idea espressa dall' altro sinonimo la distingue. Ciò che avviene perchè nelle lingue vive, o per la ignoranza, o per la ignavia o pel capriccio stesso di quelli che le parlano, o pel semplice corso del tempo che seco porta grandi mutamenti specialmente nella favella, o per quegli straordinari rivolgimenti che danno una diversa tendenza ai costumi, un diverso aspetto alle cose, un diverso impulso ai pensieri, o per le mescolanze di lingue che talvolta le varie sorti politiche o la fortuna militare producono; avviene, diciamo, nelle lingue vive, che si fanno continue giunte o sottrazioni nelle idee che sono espresse dalle singole parole; onde i significati si alterano e si confondono fra loro. Per rimediare pertanto a queste alterazioni, per impedire che crescano, per togliere che i valori delle parole sieno sempre incerti e ondeggianti, come quelli delle cose, egli è mestieri rimontare alle antiche origini, riconoscere i primi significati, considerare le successive permutazioni, consultar l' uso seguito da' più accreditati scrittori e quindi, confrontando e conciliando le ragioni dell' etimologia con l' autorità dell' uso, restituire alle voci il loro legittimo significato ed il proprio carattere alla lingua. Per tal modo le lettere adempiono il precipuo loro uffizio che è quello d' insegnare quale sia il vero senso delle parole, e di preparare così un sicuro ed efficace stromento all' analisi delle idee.

Che se questo letterario magistero è in tutti i paesi necessario lo è singolarmente nel nostro, in cui furono tante vicissitudini, tanta gloria, e tante lagrime. Poichè questa nostra gran madre Italia, questa famosa terra saturnia, fu corsa in guerra da quasi tutte le genti di Europa; e dopo i remotissimi tempi della Etrusca dominazione, vidde, stupefatta, e certo di sè stessa mal conscia, con varia ed incredibile vicenda mostrarsi e passare la Romana maestà, la Gallica audacia, la barbarie Scandinava, la rabbia degli Unni, la ferocia dei Mussulmani, la gravità Spagnuola, la Tedesca possa, e la Francese alacrità. Aggiungasi a ciò la classica sapienza de' primi Greci venuti a fondare le colonie del Mezzogiorno, e la ciarliera vanità dei secondi Greci, cui la nostra patria offrì un asilo dopo la caduta dell' impero d'Oriente; aggiungasi la dura tirannia delle discipline peripatetiche, e quella più dura delle teologiche; aggiungasi infine quella mostruosa congerie di abusi, di guastamenti, di adulazioni, di licenze, che sono le male erbe che germogliano nell' abbiezione della servitù o nella prosperità della conquista; e si vedrà che pur troppo la lingua italiana, dalla Lupa del Campidoglio sino alla libertà di Francia dell' ultimo secolo, ebbe un soverchio numero di balie che le porsero un latte qualche volta puro e sano, ma più sovente torbido, agro e corrotto. Quindi ebbe, non già un naturale incremento prodotto da salute e da forza, ma una specie di vegetazione esuberante bensì, ma inferma ed irregolare; nè dee recar maraviglia se con questa svariata maniera di nutrimento la si vidde assumere in diverse epoche diverse sembianze, se quasi nello stesso tempo si udirono le caste e gentili Muse del Chiabrera e del Redi, e la Musa svergognata del Marini e dell' Achillini; se in quel singolare Seicento la stessa lingua fu nobile, efficace, sapiente parlata dai filosofi, e fu vile, ridicola e quasi farneticante parlata dai poeti. Perciò ognuno fra noi, per quanto sia digiuno di lettere, pure si accinge a scrivere francamente, nè si lascia distogliere da dubbi, nè sgomentare da difficoltà; e trova una lingua che lo lusinga colle sue attrattive, e gli fa copia di se stessa con meretricia facilità, una lingua ricca, dolce, arrendevole, pronta ad ogni desiderio, ad ogni concetto adeguata; una lingua che per esprimere qualsivoglia idea molteplici vocaboli gli fornisce. Ma quelle scritture che sono l' opera di un

giorno hanno comunemente la vita di un giorno, ed attentamente esaminandole si scorge che in esse quella ricchezza diventa ingombro, quell' arrendevolezza languore, quella dolcezza fastidio, e che non havvi nè chiarezza, nè ordine logico, nè proprietà di espressione, nè colorito decente; e ciò nasce perchè il magistero delle lettere non insegnò agli Scrittori ad osservare le avvertenze che furono di sopra indicate e non apprese loro a dare mediante le parole quelle forme ai pensieri che valgono, non solo a rappresentarli acconciamente, ma eziandio a rettamente concepirli.

Che se di tanto momento è il magistero delle Lettere quando l' uomo solitario e tranquillo intende ad analizzare e ad esporre le proprie idee, che diremo che sia quando gli uomini si uniscono nelle Accademie per procedere congiuntamente alla conquista della verità? Poichè quando si parla di Accademie vuolsi parlare dei lavori accademici, e non già dei lavori degli Accademici. Questi rappresentano un pensiero individuale, nascono dall'arbitrio e qualche volta dall' accidente, e vengono alle Accademie a cercarvi asilo e protezione e forse voti e plausi: laddove i lavori accademici sono il risultamento di studi comuni e cospiranti, si prefiggono di chiarire una scienza od una parte di scienza non bene ancora apertasi alle ricerche dei dotti, sono quindi ordinati ad uno scopo, sono condotti con un metodo, e chiedono sopra ogni altra cosa concordanza di pensieri e d' intendimenti. E mezzo principalissimo ed anzi unico per ottenere questa concordanza sarà un linguaggio che abbia costruzioni regolari, procedimenti logici, forza ed esattezza, un linguaggio composto di parole rettamente e chiaramente definite, un linguaggio in fine quale soltanto le lettere possono dare alle scienze. Senza tale soccorso nella trattazione delle materie scientifiche si moltiplicano i dubbi fastidiosi, gli equivoci importuni, e quelle vane dispute che consumano del pari il tempo, l'ingegno e la pazienza; nella stessa guisa che se molti si volgessero ad osservare la natura con istromenti fabbricati con diversi principii, e con regole diverse, le osservazioni riuscirebbero discordi e disordinate, e sarebbero la disperazione degli osservatori. Perciò nelle Accademie le lettere sono le vere unitrici dei pensieri, poichè esse soltanto possono dare retto senso alle parole, e quindi acconci segni alle idee, ed esattezza ed efficacia alle analisi della mente.

Dopo l' uffizio che prestano le lettere di ben definire le parole, un altro loro uffizio nelle Accademie quello si è di esporre chiaramente e convenientemente le osservazioni e le scoperte, con cui mano a mano il patrimonio dell'umano sapere si arricchisce e la gloria nazionale fassi più ampia e più bella. E questo uffizio è gravissimo ; poichè puossi senza esitazione affermare che il maggior numero di quelle osservazioni e di quelle scoperte riparano alle Accademie, e sono quivi accolte e custodite gelosamente, o come lavori che sono in se stessi importanti ed utili, o come materiali che possono ad altri lavori servire. Ora spetta alle Lettere insegnare a raccontare nettamente i fatti, a porne le circostanze nel debito riguardo, ad impedire che si confondano fra loro o che rimangano stipate fra una minutaglia di note inconcludenti o superflue. Per riuscire al qual fine le Lettere, dopo aver provveduto con la definizione delle parole all' analisi delle idee, provvedono affinchè il procedimento dei discorsi relativi o delle relative scritture ritragga dal procedimento delle idee stesse, e con una giusta distribuzione di parti rappresenti la serie e l' ordine delle operazioni intellettuali, e mostri come le une alle altre si succedano e quali conseguenze ne derivino, e quale sia la estensione, quale la forza, quale la utilità di queste conseguenze. E col magistero delle Lettere tutti i mezzi, tutti gli artifizii di una lingua ricca, energica, pieghevole, armoniosa concorrono a rendere adeguata ed efficace la manifestazione del pensiero : onde i suoni ora si fanno dolci, ora aspri, ora forti, ora si congiungono maestrevolmente affinchè possano temperarsi a vicenda, ora si dividono per togliere i duri urti e gl'importuni contrasti; ed il numero e la melodia e, come disse Dionigi, « la proporzione dell' un membro con l' al-
» tro e il giro de' periodi aventi non so che di nitido e di elegante e da mi-
» surate poggiature circoscritto, e soprattutto le figure del dire, i suoni con-
» trapposti, i consimili, i pari, ed altri siffatti onde lo stile si adorna, » giovano mirabilmente a fare che il concetto emerga intero dalle parole e netto e lucido si spicchi da esse, e che anche i gravi e severi discorsi trovino grazia nelle orecchie più schive e ritrose. Ma se invece a ciò non si bada, se nelle scritture non havvi nè giusta distribuzione di parti, nè diligente uso di parole, nè regolarità di costrutti; se non vi sono nè principii ben posti, nè prove

ben fondate, nè ben dedotte conseguenze, nè applicazioni ben dimostrate; qual maraviglia che in tal caso il concetto dello scrittore rimanga per così dire sommerso in un pelago d' idee sconnesse e di parole torbide e rimescolate? Qual meraviglia che la osservazione o la scoperta non appaia agli altri fornita di quel valore che in sè stessa può avere, e che giaccia invece negletta e spregiata, finche altri razzolando nella mondiglia ne tragga l' oro nascosto, e lo purghi, e lo brunisca, e lo faccia della sua propria luce risplendere? Sotto questo punto di vista non sembra che sieno del tutto fondate e ragionevoli le continue querele che si muovono contro gli stranieri per l' onore che usurpano agl' Italiani in fatto di Scienze, e di Arti. Certo, o Signori, di grandi idee è madre la nostra Italia; forse tutte le dottrine filosofiche che negli ultimi tempi levarono tanto grido nei regni di oltremonte e di oltremare furono insegnate da quei famosi Santi Italiani, Lanfranco, Anselmo, Bonaventura e Tommaso di Aquino, che sono nel tempo stesso la gloria del cielo e della terra; forse di tutte le idee per le quali ai tempi nostri le scienze fisiche, metafisiche ed economiche si rinnovellarono di novella virtù, di tutte le invenzioni, di tutte le scoperte, cui vuolsi attribuire il progresso della presente civiltà, i primi lampi proruppero da quei fervidi ingegni di Pietro Pomponaccio, di Gio. Battista Porta, di Girolamo Cardano, di Giordano Bruno, di Tommaso Campanella; ingegni in verità che fanno tremare di meraviglia e di paura chiunque si ponga a considerare la smisurata loro potenza e la loro inconsumabile fecondità. Ma perchè tante idee sublimi, tante peregrine osservazioni, tante nobili dottrine o non uscirono giammai delle povere celle dove nacquero, o rimasero sepolte nelle tenebre degli archivii o nella polvere delle biblioteche? Perchè non si ebbero l' onore, e i seguaci che pur si meritavano, perchè non diedero il profitto che pur dovevano dare? Perchè, o Signori? Perchè singolarmente ne' primi secoli dopo il risorgimento fu in Italia una deplorabile divisione tra le Scienze e le Lettere, sicchè sovente i dotti sgrammaticavano, e gli scrittori vaneggiavano; perchè innanzi al Secolo XVII non si pose mente che le Lettere sono la forma universale del pensiero e che sempre, finchè gli uomini andranno vestiti di polpe e di nervi, spetterà alla forma aprire gli aditi alla sostanza, e fare che sia bene

accolta e compresa; perchè quindi in quei tempi la forma imperfetta e manchevole faceva che la sostanza, sebbene ottima, restasse ignota e spregiata. Infatti una osservazione, una scoperta, un sistema non è in origine che una veduta della mente; una veduta larga bensì, alta, luminosa, ma eziandio improvvisa e fuggevole. Perciò non basta notare questa veduta quando la si coglie: bisogna avanzarla, estenderla quanto più innanzi può spingerla l' intelletto; bisogna seguirla in tutte le sue possibili diramazioni; avvisare le relazioni che ha col resto della scienza, gli usi che può avere a prò della vita e della società; bisogna applicarvi un' analisi acuta, esatta, profittevole, e farla poscia manifesta con una esposizione chiara, ordinata ed intera; bisogna in una parola che questo germe, che per divino favore cade nella mente, sia in buon terreno deposto, sia con opportuno metodo coltivato e guardato da ogni danno ed amorosamente educato, finchè ne sorga una pianta che sia di tutte parti compiuta e che possa co' suoi fiori rallegrare la vita e giovarla co' suoi frutti. Ed a ciò appunto con sollecita cura si prestano le Lettere, le quali se si tratta di esporre una nuova dottrina ed un nuovo sistema non forniscono già i materiali per erigere l' edifizio, ma ne formano il disegno e mostrano quali sieno le linee da seguirsi, quali i lati da rafforzarsi, quali parti si debba ristringere, quali allargare; ed in tal bisogna il vincolo della logica con la filologia è così manifesto, che non parmi aver d'uopo di alcuna dimostrazione. Perciò quando all' epoca del risorgimento si conobbe che la scienza divisa dalle Lettere non era che una scienza scomposta e sformata, il Card. Sadoleto e Nicolò di Cusa e Lorenzo Valla, e Mario Nizolio ed altri famosi Italiani, diedero opera a togliere questa improvvida divisione, ed i loro studii riuscirono a por fine alle miserabili logomachie degli scolastici. Ed in tanto pregio teneva il grande Leibnizio i lavori filologici di Mario Nizolio, che non dubitò di chiamarlo « il modello di una eloquenza filosofica saggiamente riformata, » e volle farsi egli stesso editore delle opere di questo Scrittore, che fu più grammatico che filosofo. Ora spetta alle Accademie, che sono adunanze in cui la volontà devono tutte cospirare ad un solo fine ch' è il progresso dell' umano sapere, ed in cui perciò tutte le umane discipline trovar devono eguale accoglimento ed essere con eguale zelo coltivate, spetta,

dico, alle Accademie dare l'esempio di questa avventurosa alleanza tra la filosofia e la letteratura, spetta ad esse dimostrare col fatto che non si può essere dotti veramente, nè agli altri utilmente comunicare le proprie dottrine senza l' aiuto delle buone lettere: spetta ad esse vincere quelle confidenze vanitose, quelle infingarde illusioni, quelle abitudini accidiose in fatto di lingua che rendono così poveri ed infecondi gli studi, e così grette e squallide le scritture: spetta ad esse in una parola serbar nel proprio seno alle lettere i naturali loro uffizii, che sono quelli di giustamente concretare le idee e di esporre adeguatamente i pensieri ed i ragionamenti degli uomini.

Ora io non dirò, o Signori, che sia un altro uffizio di queste Lettere che ricevono qualità e sembianza dalla bellezza e che tanto si onorano del titolo di umane, non dirò, ripeto, che sia un altro uffizio quello d' indurre gli uomini alla gentilezza, alla calma, alla mansuetudine, e di togliere tutto ciò che può essere di duro nei modi, di aspro nella favella, di concitato nelle discussioni, d' iracondo nelle contese. Non farò di ciò parola; poichè a me sembra che tale uffizio, che è pure eminentemente utile ed opportuno nel consorzio sociale, non lo sia del pari nei consorzii accademici. Imperciocchè nelle Accademie non può essere altro amore che quello della verità, nè altro interesse che quello della scienza, nè altra ira che contro l' errore; perciò in questo senso le Lettere altro far non possono nelle Accademie che crescere con la loro amenità le dolcezze dei confidenti colloquii, conciliare viemmeglio l' attenzione di qualche spirito inquieto e di ristarsi impaziente, rammorbidire la soverchia austerità di qualche scientifica disciplina, confortare coi loro blandimenti gli animi dalle lunghe ed ardue ricerche affaticati. Dirò bensì di un uffizio delle Lettere non ultimo nè meno degli altri prestante, che è quello di dar dignità alle Accademie, poichè in tuttociò che alla umanità appartiene gran cosa è la dignità; e se Omero affermava che l' uomo privo di libertà perde mezzo l' intelletto, puossi affermare del pari che l' uomo cui manchi la dignità perde gran parte dei diritti che gli furono nella universale creazione sortiti. La dignità consiste nel far al di fuori manifesto con atti accomodati e decenti ciò che dentro viene significando, o una coscienza pura, libera, di sè stessa consapevole, o un sentire alto e generoso che sprezza

del pari le ire dei potenti e le insidie dei codardi, o quella sublime ragione cui Dio diede il privilegio di comprendere il suo verbo, che è la verità, e di rivelarlo; onde la dignità diviene il fondamento della forza morale dell'uomo, lo sorregge, e fa che si astenga dalle dimostrazioni abbiette, dalle meschine simulazioni, dagli ossequii paurosi che formano quella gran classe di umane miserie che si chiama col nome generale di viltà. Ora siccome fra gli atti esteriori che gl' interiori palesano il primo ed il più efficace è quello della parola, e siccome il magistero della parola parlata o scritta alle Lettere spetta principalmente, così la dignità dell' uomo principalmente al presidio delle buone Lettere si affida e si raccomanda. E se l'uomo considerato come individuo dee in ogni tempo saper conservare la propria dignità e riguardarla come lo scudo della sua virtù, egli che pure è sempre esposto alla furia delle passioni, all'imperversare della fortuna, alle lusinghe della vita, ai mutamenti di una civiltà ora progressiva, ora retrograda, quanto più di questa dignità dovranno esser sollecite le Accademie le quali, collettivamente considerate, non hanno altri oggetti di amore e di cura che la verità, il sapere, il progresso e la gloria, e che dalla stessa loro costituzione sono difese dalla licenza dei desiderii, ed affrancate dalla oppressione dei bisogni e dalla stessa schiavitù delle speranze? Ma per conseguire questo scopo che per esse è così agevole egli è mestieri che le Accademie facciano udire una voce nobile insieme ed animosa, una voce che presti forma e decoro conveniente agli alti pensieri ed ai sentimenti generosi, una voce in una parola quale soltanto le buone Lettere sanno porre sulle labbra degli uomini da esse educati. Oltre a ciò le Accademie esercitano una legittima autorità ed una vera magistratura, poichè sono corpi posti a sopravvegliare le scienze e le arti in ciò che al loro progresso riguarda. Quindi ad esse spetta sovente dar sentenza sopra gravissimi argomenti, ad esse dar conto delle scoperte e dei trovati che loro si affidano ed alla loro tutela si raccomandano; ad esse distribuire premi e ricompense, ad esse risolvere i quesiti che in materia specialmente di legislazione, di morale e di economia dai reggitori dello stato sono ad esse proposti. Hanno pertanto le Accademie una doppia dignità da sostenere, la dignità della scienza e la dignità della magistratura. Quella deriva dagli im-

prescrittibili privilegii della ragione e dall' alta e potente aristocrazia dell' ingegno ; questa dagli usi della civiltà, dalle convenzioni sociali, talora da politiche prerogative ; l' una e l' altra per farsi manifeste hanno bisogno di un linguaggio ad esse corrispondente, di un linguaggio alla qualità delle circostanze accomodato. E per parlare questo linguaggio, e serbare con esse la loro dignità, devono le Accademie far ricorso alle Lettere, che, pronte aiutatrici e consigliere benevole, prestano all'uopo ogni maniera di avvertimenti e di forme, ogni più fino accorgimento, ogni più squisita eleganza. E che ciò sia vero, voi chiamo in testimonio, miei onorevoli colleghi ; voi dite quanto giovamento nell' adempiere le diverse vostre incombenze vi abbiano recato le lettere nostre, quanta luce da esse ricevessero i vostri pensieri, quanta forza e quanto calore i vostri sentimenti, quanta dignità in fine i vostri studii!

Che dirò poi della gloria? Dee certamente nelle Accademie il desiderio della gloria cedere il luogo a più gravi e più rilevanti desiderii, come al desiderio della pubblica utilità e del vero progresso delle scienze : però quello a questi si aggiunge molto opportunemente ed esalta l' animo, e ad egregie opere lo stimola gagliardamente. E sebbene la gloria sia il sole che illumina la seconda vita e questa giunga tarda per le Accademie, hanno però anche queste un tempo che passa, una posterità che le giudica, una storia che ne descrive le geste. Ma qual pensiero può arrivare alla posterità se una chiara ed illustre parola nol sorregge? Qual dottrina, qual sistema potrà attraversare i secoli e conservare l' intrinseca sua virtù, se in tutte le sue parti non è pienamente sviluppato, e se il magistero delle lettere non si adopera a comporre una esposizione che sia lucida, ordinata e compiuta? Se nelle scritture le parti son male distribuite, sconnesse, sformate, manchevoli; se le idee, invece di procedere congiunte, e le une alle altre seguenti, guizzano da ogni lato e si sbandano; se lo stile ora si striscia a terra, ora si erige e getta tumori ed ampolle; se non vi sono nè scelta nè proprietà di parole, nè acconcezza di frasi, ma soltanto un uso negligente e cieco di voci, di modi, di particelle; chi potrà mai pensare che quand' anche sode ed importanti dottrine stieno nascoste in così strani viluppi, possano siffatte scritture non esser dai posteri severamente giudicate, e possano le Accademie che le

produssero evitare le querele e i rimproveri della storia? Eranvi forse un tempo tante Accademie in Italia, quante vi sono città; e tutte avevano sedi cospicue, e frequenza di dotti, e studi operosi, e nomi sonanti. Tutte però cessarono, e di tutte quasi insieme col nome si spense la fama; e ciò avvenne, o perchè al bello stile mancò la sostanza di buoni pensieri, o perchè lo stile ai pensieri mancò. Ma ben visse l'Accademia del Cimento, e tuttavia la memoria ne vive, ed anzi ogni giorno più ne fiorisce la gloria. La quale per la restaurazione della filosofia della sperienza sorse in Italia innanzi ad ogni altra; e fu quindi principio e modello delle primarie società scientifiche di Europa; e provando e riprovando parve sin della sua origine informata del doppio spirito di Bacone e di Galileo. Ma essa oltre all' essere accolta nella Reggia dei Medici, oltre all' avere que' Principi che ne onoravano gli esercizii col loro intervento e li promovevano con la loro potenza, ebbe altresì nel suo seno letterati chiarissimi che ne scrissero gli atti, e questi divennero poscia testi di lingua, e servirono alla compilazione del gran Vocabolario della Crusca; onde gli studi del Cimento andarono per tutta Europa famosi e lodati non meno che per l' intrinseco pregio, per la forma loro esteriore. Noi felici! che per singolare benignità del cielo sortimmo noi pure e nobili prerogative e larghi provvedimenti e stanze regali e la protezione di un Monarca, Augusto per munificenza di principe non meno che per clemenza di padre. Ma più felici ancora se il nostro zelo e le assidue nostre applicazioni varranno a far sì che siccome siamo emuli al Cimento nella fortuna, così possiamo esserlo del pari nella grandezza delle opere e nel decoro delle parole!

E con questo augurio veramente italiano, mi giova, o Signori, dar fine al mio dire.

(*Letto il* 18 *Aprile* 1843.)

SUL MOVIMENTO

DI UN LIQUIDO

CHE DISCENDE IN MODO PERFETTAMENTE SIMMETRICO

RISPETTO AD UN ASSE VERTICALE

CONSIDERAZIONI

DEL PROF. GIUSTO BELLAVITIS

1. Lo studio della dotta memoria sull'efflusso dei liquidi dai vasi di rivoluzione che il Prof. Turazza presentò non è molto all'Istituto (1) fu di eccitamento a me pure per occuparmi di tale problema, e le indagini e considerazioni che mi si offersero al pensiero formano il soggetto della memoria che ora presento. Debbo specialmente invocare l' indulgenza ed i consigli di chi cortesemente mi presta attenzione, poichè e la difficoltà dell' argomento e la scarsezza delle mie cognizioni mi danno troppo timore d' essermi ingannato nel credere di rettificare quanto fu scritto da chiarissimi matematici intorno a questo problema d' idraulica.

2. S' immagini un largo bacino di acqua stagnante nel cui fondo orizzontale si apra un foro circolare ; il movimento che prenderà il liquido sarà tale che ogni molecola descriverà una curva il cui piano comprenderà l' asse verticale elevato dal centro del foro, e tutte queste trajettorie saranno simmetricamente distribuite da tutti i lati del predetto asse : tale è la natura del

movimento che ci proponiamo considerare. — Serbando la perfetta simmetria rispetto all' asse verticale il movimento può seguire differentissime leggi, a seconda della diversa distribuzione della pressione sulla superficie del liquido, e delle differenti velocità iniziali che per qualunque guisa sieno state impresse alle molecole liquide. In questa infinita varietà di movimenti si distinguono due casi, secondo che le trajettorie descritte dalle molecole sono costanti per tutto il movimento oppure variabili, cioè secondo che ogni molecola segue la strada tracciata da quella che la precedette oppure descrive una nuova strada: nel primo caso può immaginarsi che tutte le trajettorie aventi una medesima distanza dall' asse formino la parete di un vaso rotondo, e così il problema si riduce a quello dell' efflusso da un vaso rotondo ad asse verticale. Si noti che se al bacino d' infinita larghezza si sostituisca un qualunque vaso rotondo, la forma di questo influirà sulla natura del movimento, dovendovi essere una serie di trajettorie fisse che coprano interamente la sua parete. Poichè parmi non potersi muover dubbio che il velo di liquido che tocca una volta la parete debba seguire la medesima per tutta l' estensione del vaso, oppure staccarsene per qualche tratto, in guisa che tra la parete e quel velo rimanga qualche spazio di forma anulare chiuso da ogni lato e nel quale il liquido sia in riposo.

3. I matematici avevano cercato di calcolare l'efflusso da due sole forme di vasi rotondi; il Prof. Turazza ne aggiunse una terza: le soluzioni analitiche riguardanti questi tre casi contengono, come in seguito farò osservare, tali condizioni che ben difficilmente potrebbero realizzarsi, sicchè quelle soluzioni deggiono considerarsi come puramente ipotetiche, e sono soltanto casi particolarissimi delle soluzioni complete che non furono ancora trovate. Fui un poco più fortunato nella soluzione relativa ad una quarta specie di vaso, che è quello generato dalla rotazione di un' iperbola equilatera intorno ad un suo assintoto, poichè le condizioni implicitamente ammesse riescono conformi alle ordinarie circostanze, rimanendo peraltro la supposizione del movimento iniziale.

4. Per risolvere il problema, i matematici supposero differenziale esatto il così detto trinomio delle velocità, io non assoggettai la soluzione a questa

quasi arbitraria ipotesi, e mi proposi di soddisfare soltanto alla legge di continuità e ad un' altra condizione che risulta necessariamente dalla determinazione della pressione, la quale (pel principio idrostatico ammesso anche nell' idrodinamica) è per ciaschedun punto uguale in tutte le direzioni. Con questa maggior generalità mi riuscì facile trovare la legge di un particolare movimento che può eseguirsi dentro del predetto vaso generato dalla rotazione di un' iperbola del 2.° grado.

5. L' asse verticale rispetto a cui il movimento è simmetrico sia quello delle ordinate y, che si prendano dall'alto al basso; siccome si trovano nelle medesime circostanze tutti i punti delle circonferenze dei circoli orizzontali che hanno i centri su quell' asse, così ci basterà considerare un' altra coordinata, che sarà il raggio x di ciascuno di quei circoli. I differenziali ossia derivate segnate con d si riferiscano al tempo t, cioè si ponga $\mathrm{d}t=1$, così saranno $\mathrm{d}x$ $\mathrm{d}y$ le componenti orizzontale e verticale della velocità di una data molecola. Queste $\mathrm{d}x$ $\mathrm{d}y$, non meno che le coordinate x y di una speciale molecola, sono funzioni del tempo t e delle coordinate $x_0\, y_0$ della posizione iniziale della molecola; ora può supporsi che mediante le x y si sieno eliminate le x_0 y_0 dai valori di $\mathrm{d}x$ $\mathrm{d}y$, così si ottengono le u v che sono le componenti della velocità spettante dopo il tempo t al punto che ha le coordinate x y. La pressione in quel punto sarà p, funzione essa pure di t, x, y.

6. Prendiamo per elemento del volume il cilindro cavo che ha l' altezza η, il raggio interno x e l'esterno $x+\xi$, essendo η ξ infinitesime, il volume di questo elemento è $=2\pi x\xi\eta$; ora nel supposto movimento, durante l' istante infinitesimo τ, x diventa $x+\tau u$, $x+\xi$ diventa $x+\xi+\tau\,(u+\xi\,\mathrm{D}_x u)$, sicchè ξ diventa $\xi+\tau\xi\,\mathrm{D}_x u$, similmente η diventa $\eta+\tau\eta\mathrm{D}_y v$. Si osservi che con D indico le derivate prese unicamente rispetto alla variabile posta al basso di tal caratteristica, mentre invece la caratteristica d si riferisce alla t compresa esplicitamente od implicitamente nella funzione che vuol differenziarsi. Il volume dell' elemento diventa dunque

$$2\pi\,(x+\tau u)\,(\xi+\tau\xi\,\mathrm{D}_x u)\,(\eta+\tau\eta\,\mathrm{D}_y v)\ ,$$

e siccome esso dee rimanere costante, perchè il liquido si suppone incompressibile, così la continuità del liquido è espressa dall' equazione

$$(1) \qquad \frac{u}{x} + D_x u + D_y v = 0 \, ,$$

la quale ci dà $\qquad (1') \qquad u = -\frac{1}{x}\int D_y v . x dx \, .$

7. Un elemento di quel cilindro elementare avrà la massa che potremo esprimere con n, ed esso sarà spinto all' ingiù dal peso gn, e spinto all' insù dalla differenza di pressione fra le sue facce orizzontali inferiore e superiore, perciò il differenziale della velocità verticale sarà dato da $n d^2 y = gn - n D_y p$; simil cosa si dica della forza orizzontale e del differenziale della velocità che ne proviene, e si vedrà che le leggi riguardanti le forze sono espresse dalle

$$(2) \qquad D_x p = -d^2 x \, , \qquad D_y p = g - d^2 y \, .$$

Quando in luogo di $d^2 x$ vorremo scrivere du, ricorderemo che questo differenziale si riferisce anche al t compreso nelle x y di cui è funzione la u; perciò $du = D_t u + u D_x u + v D_y u$, lo stesso si dica di $d^2 y = dv = D_t v + u D_x v + v D_y v$. Perchè le (2) soddisfacciano alla condizione che p sia funzione di t, x, y bisogna che sia $D_x dv - D_y du = 0$, la quale equazione sviluppata, e posto $\varepsilon = D_x v - D_y u$, dà l' equazione di condizione $D_t \varepsilon + u D_x \varepsilon + v D_y \varepsilon + (D_x u + D_y v)\, \varepsilon = 0$. Essa, combinata colla (1), può anche scriversi così $dL\, \varepsilon = \frac{u}{x}$, ricordando che nel differenziare il logaritmo di ε bisogna porre u v in luogo di dx dy; si faccia adunque $\varepsilon = \lambda x$ e si avrà $d\lambda = 0$, cioè sviluppando

$$(3) \qquad D_t \lambda + u D_x \lambda + v D_y \lambda = 0 \, ,$$

la cui integrazione dipende, come tutti sanno, da quella del sistema di tre equazioni differenziali $\qquad dt = \frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{d\lambda}{0}$; $\qquad$ dopo di che sarà $D_x v - D_y u = x\lambda$.

Se sia (4) $D_x v - D_y u = 0$
l' equazione (3) sarà soddisfatta; la (4) esprime che sia differenziale esatto il trinomio delle velocità.

8. Quando si abbiano le u v che soddisfacciano le (1) (3) il sistema di due equazioni fra tre variabili

$$(5) \qquad dx = u \, , \quad dy = v$$

darà coll' integrazione le coordinate x y, in funzione del tempo t e delle coordinate iniziali x_0 y_0: eliminando t avremo l' equazione della famiglia delle trajettorie. Se in tale equazione le costanti x_0 y_0 possano comporsi in un solo parametro, cioè se l'equazione sia riducibile alla forma $F(x, y) = F(x_0, y_0)$ le trajettorie saranno stabili, altrimenti la trajettoria appartenente a ciascun punto dipenderà dal tempo. Avrà sempre luogo il primo caso se nell' equazione $\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u}$ non entri t.

9. In quanto alla pressione essa si dedurrà dalle (2) (purchè sia soddisfatta la (3)) col mezzo della formula

$$(6) \qquad p = -\int (du)\, dx + \int (g - v)\, dy$$

aggiungendo al primo integrale tal funzione di t, y che lo faccia sparire insieme con x, poscia ponendo $x = 0$ nel secondo integrale. — La superficie libera del liquido si comporrà di due parti, la superiore e l' inferiore; chiamando x_0 y_0 le coordinate dei varii punti della superficie superiore quando $t = 0$, $p(0, x_0, y_0)$ darà la pressione iniziale sulla superficie superiore, la quale nei casi reali si esprime con la pressione atmosferica e non può essere che indipendente da x_0 y_0: dopo il tempo t le molecole che erano in quella superficie saranno ancora nella superficie superiore del liquido, perciò la $p(t, x, y)$ (essendo x y funzioni date delle predette x_0 y_0) dovrà nei casi reali esser uguale per tutti i punti ed eguale alla pressione atmosferica, o dipendente dal tempo se il vaso si supponga chiuso e sia variabile la tensione dell' aria contenutavi. Le stesse cose potranno dirsi della superficie libera inferiore; solamente potrà supporsi che questa sia sempre nell' estremità del vaso, e che colà le stille liquide si stacchino dalla massa del liquido con le velocità loro

proprie, nè più abbia luogo la legge di continuità; allora la superficie inferiore sarà fissa e potrà supporsi conformata in guisa che la pressione in ogni suo punto sia eguale a quella atmosferica. Voler attribuire un'egual proprietà alla superficie superiore dicendo che il vaso debba mantenersi sempre pieno, è lo stesso come esigere che le nuove molecole pervengano alla superficie superiore con quelle variabili velocità che spettano ai punti di quella superficie; in questa maniera s'immaginano delle condizioni che forzatamente soddisfacciano alla soluzione trovata, anzichè adattare la soluzione alle condizioni reali del problema; si fa servire la fisica al calcolo anzichè questo a quella. Vedremo quanto poco le soluzioni finora trovate sieno conformi a questi precetti, ai quali dee eziandio aggiungersi quello relativo allo stato iniziale, poichè sarebbe troppo arbitrio supporre il moto iniziale quello che meglio accomoda, anzichè partire dalla supposizione naturale che il liquido sia originariamente in quiete. Fu promosso qualche dubbio contro il principio che le molecole situate sulla superficie libera superiore vi si mantengano durante tutto il movimento; non mi pare che tali dubbii sussistano nel caso del movimento che consideriamo: si noti bene che se si volesse che parte delle molecole appartenenti alla superficie libera entrassero per un intervallo sensibile nell' interno della massa liquida, bisognerebbe che altre molecole che erano nell' interno passassero alla superficie libera. Se il calcolo fece vedere che le molecole originariamente sottoposte alla sola pressione atmosferica erano nel progresso del tempo sottoposte ad altra pressione, ciò prova soltanto che le date soluzioni dei problemi di efflusso sono imperfette, e che ammettono implicitamente o che la massa liquida si accresca per nuove molecole sulla superficie libera, o che la pressione sulla superficie libera non sia costante per ogni tempo e per ogni punto.

10. Nel caso del trinomio differenziale esatto la (4) può soddisfarsi ponendo

$$(7) \qquad u = D_x\varphi \qquad v = D_y\varphi$$

essendo φ una funzione di t, x, y: allora l'altra equazione fondamentale (1) diventa

$$(8) \qquad D^2_x\varphi + D^2_y\varphi + \frac{1}{x}D_x\varphi = 0\ ;$$

dopo di che osservando che $\mathrm{d}u = \mathrm{D}_t\mathrm{D}_x\varphi + u\mathrm{D}_x^2\varphi + v\mathrm{D}_x\mathrm{D}_y\varphi =$ $= \mathrm{D}_t\mathrm{D}_x\varphi + \mathrm{D}_x\varphi\mathrm{D}^2\varphi + \mathrm{D}_y\varphi\,\mathrm{D}_x\mathrm{D}_y\varphi$, $\mathrm{d}v =$ ecc. la (6) dà

$$(9) \qquad p = \pi + gy - \mathrm{D}_t\varphi - \frac{u^2 + v^2}{2}$$

11. Potremo viceversa soddisfare immediatamente all' equazione di continuità (1) ponendo

$$(10) \qquad v = \Phi'^{,}(x^2, y) \qquad u = -\frac{1}{2x}\Phi^{,\prime}(x^2, y)$$

dove Φ è una funzione di x^2, y, t, e le derivate espresse dagli apici si riferiscono al primo *argomento* x^2 od al secondo y, secondo che gli apici sono seguiti o preceduti dalla virgola. La condizione (4) del trinomio integrale darà

$$(11) \qquad 4x^2\,\Phi''^{,}(x^2, y) + \Phi^{,\prime\prime}(x^2, y) = 0$$

equazione differenziale parziale che credo non si sappia integrare sotto forma finita. Le (10) combinate colle (5) danno

$$2x\,\Phi'^{,}(x^2, y)\,\mathrm{d}x + \Phi^{,\prime}(x^2, y)\,\mathrm{d}y = 0$$ e se la Φ non conterrà t si avrà integrando

$$(12) \qquad \Phi(x^2, y) = 0$$

ommettendo la costante che può supporsi compresa nella Φ. Questa (12) è una delle due primitive delle (5) che determinano il movimento di ciascuna molecola, e non contenendo t sarà l' equazione delle trajettorie. — Che se si voglia soddisfare soltanto la (3) $\mathrm{D}_t\lambda + u\mathrm{D}_x\lambda + v\mathrm{D}_y\lambda = 0$ si dovrà (§ 7) integrare il sistema di tre equazioni $\mathrm{d}t = \frac{-2x\mathrm{d}x}{\Phi^{,\prime}(x^2, y)} = \frac{\mathrm{d}y}{\Phi'^{,}(x^2, y)}$ $= \frac{\mathrm{d}\lambda}{0}$, che non potrà integrarsi se non se nel caso che Φ sia funzione delle sole $x\ y$.

I. *Caso. Trinomio differenziale esatto.*

12. Se i valori di u e v si vogliano esprimere in serie infinite procedenti secondo le potenze ascendenti di x, osserveremo che per la natura del movimento i valori di v e di $\frac{u}{x}$ debbono esser funzioni di x^2, e che u v non debbono divenir infiniti quando $x = 0$. Se si rappresenti con K, funzione di t e di y, il primo termine dello sviluppo di v, l'equazione (1′) ci darà $-\frac{x}{2} D_y K$ pel primo termine dello sviluppo di u, poscia, mediante la (4), ne dedurremo il termine $-\frac{x^2}{4} D^2_y K$ dello sviluppo di v, e così, mediante l'uso alternativo delle (1′) (4) troveremo le formule già date anche dal Prof. Turazza.

$$(13)\quad \begin{cases} dy = v = K - \frac{x^2}{4} D^2_y K + \frac{x^4}{4.16} D^4_y K - \text{ecc.} \\ dx = u = -\frac{x}{2} D_y K + \frac{x^3}{4.4} D^3_y K - \frac{x^5}{4.16.6} D^5_y K + \text{ecc.} \end{cases}$$

sarà poi

$$(14)\quad \varphi = \int K dy - \frac{x^2}{4} D_y K + \frac{x^4}{4.16} D^3_y K - \text{ecc.}$$

$$(15)\quad \Phi = \Theta + x^2 K - \frac{x^4}{4.2} D^2_y K + \frac{x^6}{4.16.3} D^4_y K - \text{ecc.}$$

essendo Θ funzione della sola t.

13. Attribuendo a K le forme più semplici, si deducono dalle predette formule generali quelle che finora furono date come soluzioni di particolari problemi. Cioè se $K = \frac{T}{y^2}$, essendo T funzione della sola t, si hanno le formule che furono date come completa soluzione del problema riguardante il vaso conico. Se $K = Ty$ abbiamo le formule pel vaso generato dalla rotazione dell' iperbola del 3.° grado. Se $K = Ty^2$ abbiamo le formule date dal prof. Turazza. — Sarebbe facile ed inutile estendere ad arbitrio la considerazione di questi casi particolari.

II. Caso.

14. Pel caso che in luogo dell' equazione (4) si voglia soddisfare soltanto alla (3), limitandoci alla supposizione che ε sia funzione della sola x, avremo $u\,\mathrm{D}_x\mathrm{L}\,\varepsilon=\frac{u}{x}$, quindi $\varepsilon=a\,x$; si osservi che per la forma delle equazioni basterà trovare dei valori particolari di v e di u, ai quali potranno poscia aggiungersi quegli espressi dalle (13) che riducono $\varepsilon=0$. È facile vedere che tali valori particolari sono $v=ay^2$, $u=-a\,xy$; perciò, quando non si esiga che il trinomio delle velocità sia differenziale esatto, si ha una soluzione espressa dalle equazioni

$$\mathrm{d}y=v=ay^2+K-\frac{x^2}{4}\mathrm{D}^2_y K+\text{ecc.}$$

$$(16)\qquad \mathrm{d}x=u=-axy-\frac{x}{2}\mathrm{D}_y K+\text{ecc.}$$

$$\Phi=\bar{\Theta}+ax^2_{\,\prime}y^2+x^2K-\text{ecc.}$$

III Caso.

15. Moltissime altre soluzioni più o meno generali possono ottenersi soddisfacendo in vario modo alle equazioni (1) (4); così, per esempio, se poniamo $v=X+y\,\mathrm{d}T$, essendo X funzione di x^2 e di t, e T funzione della sola t, la (1′) dà $u=-\frac{x}{2}\,\mathrm{d}T$; poscia, segnando con $X'\,X''$ le derivate di X rispetto all'argomento x^2, abbiamo $\lambda=2X'$ e per la (3).

$$\mathrm{D}_t X'-x^2X''\mathrm{d}T=0$$

la quale c' insegna che X' dev' essere funzione di x^2e^T, perciò integrando rispetto ad x^2 avremo $X=\theta+e^{-T}f'(x^2e^T)$, quindi finalmente

$$(17)\qquad \begin{aligned} dy&=v=\theta+e^{-T}f'(x^2e^T)+y\,\mathrm{d}T\\ dx&=u=-\frac{x}{2}\mathrm{d}T \end{aligned}$$

dalle quali si deduce

$$(18) \quad \Phi = \Theta + \theta x^2 + e^{-2T} f(x^2 e^T) + x^2 y \mathrm{d}T$$

$$(19) \quad p = \pi + gy - (\mathrm{d}\theta + \theta \mathrm{d}T) y - (\mathrm{d}T^2 + \mathrm{d}^2 T) \frac{y^2}{2} - (\mathrm{d}T^2 - 2\mathrm{d}^2 T) \frac{x^2}{8}.$$

Discussione di alcuni casi particolari.

16. Se nelle equazioni del §. 14 poniamo $K = 0$ abbiamo
(20) $\mathrm{d}y = ay^2 \quad \mathrm{d}x = -axy$, e differenziando rispetto al tempo t, di cui sono funzioni le x y, si ottiene $\mathrm{d}^2 y = 2a^2 y^3$ $\mathrm{d}^2 x = 0$, e quindi per la (6)

$$(21) \quad p = \pi + gy - \frac{1}{2} a^2 y^4$$

Il movimento espresso dalle (20) è permanente. In forza della (21) le superficie di egual pressione sono piani orizzontali, due di questi piani possono dunque tener luogo di superficie libere; resta poi da vedere se durante il movimento le superficie libere del liquido possono mantenersi piane. — Le equazioni primitive delle (20) sono

$$(22) \quad y = \frac{y_0}{1 - ay_0 t} \qquad x = x_0(1 - ay_0 t),$$

le costanti arbitrarie x_0 y_0 essendo i valori corrispondenti a $t = 0$; la prima di queste (22) fa vedere che tutte le molecole del piano determinato dall' ordinata y_0 continuano sempre a trovarsi sopra un piano orizzontale; sostituendo nella (21) si scorge che la pressione sulla superficie determinata da $y = \frac{m}{1 - amt}$ può ridursi costante ed eguale alla pressione atmosferica disponendo convenientemente della π funzione arbitraria di t; ma ciò non potrà farsi nello stesso tempo per le due superficie libere $y_0 = m$, $y_0 = n$. — Se nella superficie libera inferiore il liquido perde la continuità, e se facciamo astrazione dall' azione del liquido che oltrepassò quella superficie, questa superficie rimane immobile ed è determinata da $y = n$, e perchè la

pressione corrispondente sia nulla basterà porre $\pi = -gn + \frac{1}{2} a^2 n^4$. La pressione sulla superficie libera superiore sarà

$$(23) \qquad p = g(y-n) + \frac{1}{2} a^2 (n^4 - y^4)$$

essendo $y = \frac{m}{1 - amt}$, e sarà costante nel caso di $m = 0$.

17. Rimane da cercare se il liquido col supposto movimento possa esser compreso in un vaso, e quale sia la forma di questo. Tanto dalle (20) quanto dalle (22) si deduce la (24) $xy = x_0 y_0$; dunque (§. 8) le trajettorie descritte dalle molecole sono fisse, e sono iperbole equilatere; una di esse ruotando intorno al suo assintoto verticale descriverà la parete del vaso rotondo in cui può essere contenuto il liquido. Il vaso dovrà esser troncato alla distanza n dall'assintoto orizzontale, e dovrà supporsi che le molecole si stacchino dalla superficie piana che ne forma l'apertura inferiore e che quella superficie non sia sottoposta ad alcuna pressione. La superficie superiore del liquido sarà pure orizzontale, e discenderà con la legge espressa da $y = \frac{m}{1 - amt}$, ma bisognerà che la pressione su di essa sia variabile; invece se supponiamo che il vaso sia riempiuto fino al piano infinito generato dalla rotazione dell'assintoto orizzontale, questa superficie rimarrà immobile, e fatto $a = \frac{1}{n^2} \sqrt{2gn}$ sarà nulla anche la pressione su di essa. Così le predette formule presentano l'efflusso da un vaso della supposta forma, purchè il liquido abbia per qualsiasi guisa acquistato il movimento che esso conserva invariato, giacchè il vaso, attesa la sua estensione infinita, rimane sempre pieno.

18. Si cerchi per secondo esempio quale sia la legge del movimento del liquido quando tutte le trajettorie sono rette concorrenti in un medesimo punto. L'equazione (25) $y = \frac{y_0}{x_0} x$ di queste trajettorie dà (mediante l'eliminazione del parametro $\frac{y_0}{x_0}$) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$; perciò $v = \frac{yu}{x}$; sostituendo

questo valore di v nella (1) ne viene $y\mathrm{D}_y u + x\mathrm{D}_x u + 2u = 0$, e posto $\frac{y}{x} = \mathrm{d}$ si trova $u = \frac{1}{x^2} f(\alpha)$, $v = \frac{y}{x^3} f(\alpha)$, poscia

$$\lambda = -\frac{3y}{x^5} f(\alpha) - \frac{y^2}{x^6} f'(\alpha) - \frac{1}{x^4} f'(\alpha) ,$$

e sostituendo nella (3) si ha $\mathrm{D}_t \lambda - \frac{4}{x^3} f(\alpha) \lambda = 0$, la quale dovendo sussistere qualunque sia x dà $\lambda = 0$; dunque la stabilita forma delle trajettorie rende integrabile il trinomio delle velocità. Dalla $\lambda = 0$ si deduce il valore di $f(\alpha) = -T(1+\alpha^2)^{-\frac{3}{2}}$ essendo T funzione del solo tempo, perciò, posto per brevità $x^2 + y^2 = r^2$, sarà

$$(26) \qquad \mathrm{d}x = T\frac{x}{r^3} \qquad \mathrm{d}y = T\frac{y}{r^3}$$

poscia (27) $\varphi = -\frac{T}{r}$, (28) $\Phi = \Theta - \frac{2Ty}{r}$

$$(29) \qquad p = \pi + gy + \frac{\mathrm{d}T}{r} - \frac{T^2}{2r^4} .$$

Per dedurre dalle (26) le espressioni delle coordinate in funzione del tempo, osserveremo che rispetto al tempo le $\alpha = \frac{y}{x}$, $\beta = \frac{y}{r} = \frac{\alpha}{\sqrt{(1+\alpha^2)}}$ sono costanti, e troveremo

$$(30) \qquad x^3 = 3\frac{\beta^3}{\alpha^3}\int T\mathrm{d}t + x_0^3 \qquad y^3 = 3\beta^3 \int T\mathrm{d}t + y_0^3 .$$

19. Il liquido che si movesse con la legge espressa dalle precedenti formule potrebbe esser contenuto in un vaso conico di una forma e di una posizione qualunque, e non soltanto, come ordinariamente si suppone, in un vaso conico rotondo coll' asse verticale; poichè la parete del vaso può formarsi riunendo in qualunque guisa un sistema di trajettorie, le quali nel nostro caso sono tutte rette concorrenti in un punto. Tale osservazione fu già fatta dal prof. Turazza nella sua Memoria inserita negli Annali delle Scienze (Tomo X, pag. 245); noi però continueremo a supporre che il vaso sia

rotondo e ciò per servire alla chiarezza, che già le conclusioni facilmente si applicherebbero ad ogni altro cono.

20. Consideriamo dapprima il caso che il liquido sia originariamente in quiete, perciò T sparisca con t. Siccome riguardiamo il cono col vertice rivolto all'ingiù, così supporremo che le x y r sieno negative; i rapporti $\alpha=\frac{x}{y}$, $\beta=\frac{y}{r}$ si riferiscono alla parete del cono. Se il cono è troncato alla distanza n dal vertice, l'orlo del foro corrisponderà ad $y=-n$, $r=-\frac{n}{\beta}$; perciò, affinchè la pressione in questo foro sia costantemente nulla, dovrà essere

$$(31)\qquad \pi=gn+\frac{\beta\,\mathrm{d}T}{n}+\frac{\beta^4 T^2}{2\,n^4};$$

la superficie libera inferiore prenderà la forma espressa dell'equazione

$$(32)\qquad p=0=g(n+y)+\left(\frac{\beta}{n}+\frac{1}{r}\right)\mathrm{d}T+\left(\frac{\beta^4}{2\,n^4}-\frac{1}{2\,r^4}\right)T^2;$$

supporremo che tutte le molecole liquide che si staccano da questa superficie continuino a muoversi nelle loro rispettive direzioni senza imbarazzarsi le une colle altre nè reagire sulla superficie libera. — In quanto alla superficie libera superiore le circostanze fisiche dell'efflusso indicano che debba esser nel principio del movimento, quando cioè il liquido è in quiete, un piano orizzontale; ma le nostre formule si rifiutano a tale supposizione, poichè non può verificarsi la

$$(33)\qquad g(n+y)+\left(\frac{\beta}{n}+\frac{1}{r}\right)c=0$$

(c è il valore di $\mathrm{d}T$ quando $t=0$) per un determinato valore di y e qualunque sia r. Ci conviene dunque supporre che al principio del movimento la superficie libera superiore tagli il cono nei punti corrispondenti a $y=-m_0$ $r=-\frac{m_0}{\beta}$, e tagli l'asse nel punto corrispondente a $y=r=-h_0$, essendo

$$c=\frac{g\,m_0 n}{\beta},\qquad \text{e}\qquad g(n+m_0)-gh_0-\frac{g\,m_0 n}{\beta h_0}=0$$

(si prenderà il maggior valore di h_0 che soddisfa l'ultima equazione, poichè il minore corrisponde alla superficie libera inferiore). Dopo il tempo t i punti che in origine avevano le precedenti posizioni avranno le nuove posizioni espresse rispettivamente da

$$y = \beta r = -\sqrt[3]{(m_0^3 - 3\beta^3 \int T\mathrm{d}t)} = -m, \qquad \text{e da}$$

$$y = r = -\sqrt[3]{(h_0^3 - 3\int T\mathrm{d}t)} = -h$$

e soffriranno le pressioni

$$(34) \qquad \begin{aligned} p_1 &= g(n-m) + \left(\frac{\beta}{n} - \frac{\beta}{m}\right)\mathrm{d}T + \left(\frac{\beta^4}{2n^4} - \frac{\beta^4}{2m^4}\right)T^2 \\ p_2 &= g(n-h) + \left(\frac{\beta}{n} - \frac{1}{h}\right)\mathrm{d}T + \left(\frac{\beta^4}{2n^4} - \frac{1}{2h^4}\right)T^2; \end{aligned}$$

così noi abbiamo le due equazioni $p_1 = 0$, $p_2 = 0$ per determinare l'unica funzione T. — L'impossibilità che le molecole che in origine erano sulla superficie libera, determinata dall'equazione (33), continuino ad avere la pressione nulla si renderà ancora più palese considerando che dev' essere $p_1 = 0$ per tutti i valori di β da 1 fino a β: ora si ha $m_0 = \frac{c}{gn}\beta$,

$$m = \sqrt[3]{\left(\frac{c^3}{g^3 n^3} - 3\int T\mathrm{d}t\right)}.\,\beta$$

perciò l'equazione $p_1 = 0$ si decomporrà nelle seguenti

$$(35) \qquad gn - \frac{\beta}{m}\mathrm{d}T - \frac{\beta^4}{2m^4}T^2 = 0, \quad -g\frac{m}{\beta} + \frac{\mathrm{d}T}{n} = 0, \quad \frac{T^2}{2n^4} = 0$$

che non possono soddisfarsi altrimenti che con la quiete permanente. Dunque il supposto movimento non corrisponde con le circostanze fisiche dell' efflusso da un vaso conico.

21. Esaminiamo in secondo luogo la supposizione che il movimento sia permanente in ciascun punto dello spazio. Sarà T costante, e la superficie

libera quando $t=0$ sarà espressa da

$$(36) \qquad p=0=\pi_0+gy_0-\frac{T^2}{2r_0^4},$$

e dopo il tempo t dovrebbe essere

$$(37) \qquad 0=\pi+gy_0\sqrt[3]{\left(1+\frac{3Tt}{r_0^3}\right)}-\frac{T^2}{2r_0^4}\left(1+\frac{3Tt}{r_0^3}\right)^{-\frac{4}{3}}$$

qualunque fosse il rapporto fra y_0 ed r_0, e qualunque fosse t, il che è impossibile.

22. Osservazioni analoghe alle precedenti potranno farsi anche per le altre due forme di vasi rotondi considerate dai professori Giulio e Turazza, ed ancora si troverà che le loro soluzioni non corrispondono con le circostanze fisiche che naturalmente accompagnano l' efflusso dei liquidi da un vaso; sicchè essendo d' altronde l' efflusso un fatto certo, bisogna di necessità conchiudere che le date soluzioni non sieno abbastanza generali. Anche il prof. Turazza, con una schiettezza meritevole di lode non meno che d' imitazione, aveva esposto que' gravi dubbii che la natura degli ottenuti risultamenti gli faceva concepire intorno alle equazioni fondamentali ed alle condizioni assunte nella soluzione del problema. A me sembra che possano giustificarsi tutte le conseguenze trovate dal prof. Turazza solo che si riguardino le condizioni fisiche ch' esse implicitamente presuppongono. Così se la superficie superiore del liquido presenta la convessità rivolta all' insù, mentre nelle ordinarie circostanze di efflusso dovrebbe invece conformarsi ad imbuto, ciò dipende dalla implicita supposizione che a quella superficie continuamente si aggiungano nuove molecole liquide, che abbiano le velocità competenti a ciascun punto della superficie, sicchè le molecole che pervengono alla periferia sieno più veloci di quelle che pervengono al centro, e così cessa la meraviglia che il centro si mantenga più elevato della periferia. In quanto alle due formule fondamentali non mi sembra che vi si possa promuovere alcun forte dubbio; la supposizione poi dell' integrabilità del trinomio potrà condurre a soluzioni troppo particolari, non mai false; credo poter dimostrare che le soluzioni finora trovate sono troppo particolari, anche indipendentemente da

quella supposizione, e perciò anche nel caso che il liquido sia originariamente in quiete, nel qual caso si ammette che il trinomio si mantenga integrabile.

Osservazione sull' insufficienza delle date soluzioni.

23. I metodi di soluzione finora adoperati sono a mio credere difettosi perchè con essi si risolvono le equazioni fondamentali introducendovi implicitamente la forma di tutte le trajettorie, mentre si dovrebbe assoggettare la soluzione soltanto all' esistenza di quella trajettoria che ruotando genera la parete del vaso; così le soluzioni non conservano quella sufficiente generalità che sarebbe necessaria per soddisfare alle condizioni relative alle superficie libere del liquido. Può infatti notarsi che quando si determinano le componenti della velocità di ciascuna molecola mediante le equazioni (1) (4) oppur quando (ammessa l'integrabilità del trinomio) s'integra l'equazione differenziale parziale del secondo ordine (8) $D^2_x\varphi + D^2_y\varphi + \frac{1}{x} D_x\varphi = 0$ non si fa che soddisfare alla legge di continuità ed al principio che la pressione sia uguale in tutti i sensi, e niun riguardo si ha alle forze che agiscono sul liquido, nessuno alle superficie libere; sicchè poscia si determina la pressione in dipendenza delle già stabilite velocità e delle forze cui il liquido è sottoposto: alla gravità potrebbe sostituirsi una forza verticale, funzione del tempo e della coordinata verticale, ed una forza orizzontale, funzione della distanza dall' asse del vaso, ed ancora rimarrebbero invariate le proposte soluzioni; chi potrebbe persuadersi che tanta varietà di forze possa sempre conciliarsi con la forma rettilinea delle trajettorie che si pretende essere la sola possibile nei vasi conici?

24. È per certo meritevole d' osservazione l' idea del dottor Piola di giovarsi della forma della parete del vaso per rendere fin dal principio meno generali e quindi più trattabili le equazioni fondamentali; forse il problema dell' efflusso dell' acqua difficilmente potrà risolversi ove non si trovi modo di limitare le equazioni fondamentali mediante la condizione relativa alla iniziale superficie libera del liquido ed alla costanza di pressione

che debbono soffrire le molecole che in essa si trovavano al principio del movimento. Ma io credo che il Piola, non meno di altri illustri geometri, abbia troppo particolarizzato la questione mediante la considerazione delle speciali trajettorie che sono determinate dalla forma delle pareti. E valga il vero, le equazioni fondamentali si riducono ad una equazione differenziale parziale del secondo ordine; perciò la compiuta soluzione dee contenere due funzioni arbitrarie; si è detto che una trajettoria serve a determinarne una e che due trajettorie le determinano ambedue; e che nel nostro caso le due trajettorie sono l'asse e la linea meridiana del vaso rotondo; ma queste due trajettorie, e più altre se ve ne fossero, possono esprimersi mediante una sola equazione, la quale dovrà esser un caso particolare della funzione cercata, e perciò rimarrà ben più di quella sola costante arbitraria che si trova in tutte le soluzioni finora presentate dai geometri.

25. Senza dubbio il modo più convincente per mostrare che le date soluzioni sono troppo particolari sarebbe quello di dare le più generali soluzioni che si accordano con le due trajettorie rettilinee; a tal fine (ristringendosi al caso del trinomio differenziale esatto, ed alla supposizione, peraltro pochissimo probabile, che tutte le trajettorie sieno fisse) bisognerebbe saper integrare l'equazione

$$(11) \qquad 4x^2 \Phi''' (x^2, y) + \Phi'' (x^2, y) = 0$$

rimanendo Φ indipendente dal tempo, giacchè poscia si scriverebbe $T\Phi$ in luogo di Φ, e bisognerebbe saper determinare nel modo più generale le funzioni arbitrarie contenute in Φ in guisa che l'equazione $\Phi = 0$ si riducesse per un determinato valore del parametro a $(xy^2 - \alpha^2 x^3) \Psi = 0$, essendo Ψ tale funzione di x e di y che non divenga infinita nè per $x = 0$ nè per $y = \pm \alpha x$, dove α è quel particolare rapporto competente alle pareti del vaso, che ora è di necessità conico rotondo. Ma non credo facile di eseguire tali determinazioni nè parmi che possa giovare il porre nella (11) $\Phi = (xy^2 - \alpha^2 x^3) \Psi$ per poscia determinare Ψ. — Nulladimeno mi sembrano irrecusabili le due ragioni: 1.ª che la legge di movimento espressa dalle solite formule riguardanti il cono, le quali presuppongono le

trajettorie, rettilinee non soddisfà alle reali circostanze fisiche, quantunque queste circostanze non sieno per certo in contraddizione con la legge di continuità e con la supposizione del trinomio integrabile; 2.[da] che per alcune particolari forme di cono è facilissimo trovare delle leggi di movimento le quali dieno trajettorie curvilinee, tranne quelle due dell' asse e della parete. Così, per esempio, se il cono sia generato dalla retta $2y - x = 0$ potremo supporre $\frac{\Phi}{T} = 4x^2y^2 - x^4$ ed avremo un movimento le cui trajettorie espresse da $4x^2y^2 - x^4 = c$ saranno rettilinee soltanto quando il parametro c si annulli: se il cono sia generato dalla retta $2y = x\sqrt{3}$ potremo supporre che le trajettorie sieno espresse dall' equazione $\frac{\Phi}{T} = 4x^2y^3 - 3x^4y = c$; ecc.

Movimento in un piano.

26. Il problema del movimento simmetrico rispetto ad un asse può ricever luce dal problema tanto ad esso analogo del movimento di un liquido riferito a due coordinate. Come finora abbiamo studiato il movimento in un piano meridiano di un vaso rotondo, così ora considereremo il movimento in una sezione retta del vaso prismatico, in cui si suppone contenuto il liquido, e ritenendo le stesse denominazioni, la legge di continuità ci darà facilmente l' equazione

$$(1) \qquad D_x u + D_y v = 0 ;$$

e se P Q sieno le componenti della forza applicata a ciascheduna molecola del liquido avremo

$$(2) \qquad D_x p = P - d^2 x \qquad D_y p = Q - d^2 y$$

e nella supposizione che $P dx + Q dy$ sia differenziale esatto il principio dell' egual pressione in tutti i sensi richiederà che posto

$$D_x v - D_y u = \varepsilon \quad \text{sia} \quad (3) \qquad d\varepsilon = 0$$

dove nel differenziare ε dee porsi u in luogo di dx e v in luogo di dy. Alla (3) può soddisfarsi ponendo

(4) $\varepsilon = 0$, che è la condizione del trinomio differenziale esatto. In questo caso si può supporre

$$(7) \qquad u = \mathrm{D}_x \varphi \qquad v = \mathrm{D}_y \varphi$$

ed allora la (1) dà (8) $\mathrm{D}_x{}^2 \varphi + \mathrm{D}_y{}^2 \varphi = 0$ e quindi

(8') $\varphi = f(x + y\sqrt{-1}) + f_1(x - y\sqrt{-1})$. Le (2) danno

$$(9) \qquad p = \pi + \int (P \mathrm{d}x + Q \mathrm{d}y) - \mathrm{D}_t \varphi - \frac{u^2 + v^2}{2}$$

27. Alla prima equazione fondamentale può sempre soddisfarsi ponendo

$$(10) \qquad v = \mathrm{D}_x \Phi \,, \qquad u = -\mathrm{D}_y \Phi \,,$$

poscia la condizione particolare (4) ci darà

$$(11) \quad \varepsilon = \mathrm{D}^2{}_x \Phi + \mathrm{D}^2{}_y \Phi = 0 \quad (11') \quad \Phi = F(x + y\sqrt{-1}) + F_1(x - y\sqrt{-1})$$

Invece la più generale (3) ci darà

$$\mathrm{D}_t \varepsilon - \mathrm{D}_y \Phi \, \mathrm{D}_x \varepsilon + \mathrm{D}_x \Phi \, \mathrm{D}_y \varepsilon = 0$$

e se la Φ non contenga la t,

$$\varepsilon = \mathrm{D}^2{}_x \Phi + \mathrm{D}^2{}_y \Phi = F(\Phi).$$

28. Le equazioni delle trajettorie si deducono dalle due equazioni

$$(5) \qquad dx = u \qquad dy = v$$

fra le tre variabili t x y. Se sieno fisse non solamente le trajettorie corrispondenti alle pareti del vaso ma anche tutte le altre, e qui ben si noti che tal condizione può non essere ammissibile, dovrà sparire il tempo t

dal rapporto $\frac{v}{u}$; in tal caso alle (10) potremo sostituire le $v = T D_x \Phi$ $u = -T D_y \Phi$, essendo T funzione della sola t, e Φ delle sole x y, ed avremo $D^2_x \Phi + D^2_y \Phi = F(\Phi)$. Poscia l'integrale completo della $\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u}$ sarà $\Phi = c$, essendo c il parametro che diversifica fra loro le varie trajettorie; rimane poi da determinare la Φ in modo che $\Phi = 0$ comprenda le due trajettorie che formano le pareti del vaso.

29. *Ammessa l'ipotesi del trinomio differenziale esatto* le equazioni (1) (4) ci danno con tutta facilità le espressioni di u v in serie infinite procedenti secondo le potenze della x e contenenti le H K funzioni arbitrarie delle y t

$$(13)\quad \begin{aligned} u &= H - x D_y K - \frac{x^2}{2} D^2_y H + \frac{x^3}{2.3} D^3_y K + \frac{x^4}{2.3.4} D^4_y K - \text{ecc.} \\ v &= K + x D_y H - \frac{x^2}{2} D^2_y K - \frac{x^3}{2.3} D^3_y H + \text{ecc.} \end{aligned}$$

se ne deduce

$$(14)\qquad \varphi = \int K\, dy + xH - \frac{x^2}{2} D_y K - \text{ecc.}$$

$$(15)\qquad \Phi = -\int H\, dy + xK + \frac{x^2}{2} D_y H - \text{ecc.}$$

30. *Ammessa l'ipotesi del trinomio differenziale esatto ed ammessa la stabilità di tutte le trajettorie*, se le pareti del vaso sono le due rette espresse da $y^2 = \alpha^2 x^2$, essendo α un numero dato, si dovrà determinare la $\Phi = F(x + y\sqrt{-1}) + F_1(x - y\sqrt{-1})$ in modo che Φ contenga il fattore $y^2 - \alpha^2 x^2$; dopo di che sarà $\Phi = c$ l'equazione di tutte le trajettorie. Credo difficile soddisfare nel modo più generale a tal condizione; ecco del resto alcuni casi particolari che non sono compresi nella soluzione che finora fu creduta completa

$$\Phi = y^2 - x^2 \quad \text{pel caso di} \quad \alpha = 1$$

$$\Phi = y^3 - 3x^2 y \quad \text{pel caso di} \quad \alpha = \sqrt{3}, \ \text{ecc}$$

31. L'illustre prof. Venturoli e dopo lui tutti i matematici ritennero che pel caso delle pareti rettilinee Φ fosse funzione di $\frac{y}{x}$; in questo modo si vengono a sciogliere nello stesso tempo tutti i casi corrispondenti ai diversi valori di α, ma si viene anche implicitamente a supporre che tutte le trajettorie sieno rettilinee. Con facile calcolo si trova

$$\Phi = \text{A} \tang \frac{y}{x} \quad \text{poscia}$$

$$(26) \qquad u = \frac{Tx}{x^2 + y^2} \qquad v = \frac{Ty}{x^2 + y^2}$$

$$\text{e} \quad (29) \quad p = \pi + \int (P\,dx + Q\,dy) - \frac{dT}{2} L\,(x^2 + y^2) - \frac{T^2}{2\,(x^2 + y^2)}$$

Stando adunque alla dimostrazione del Venturoli si verrebbe a stabilire questo teorema che basta annunciare per sentirne l'inverisimiglianza: un velo piano di liquido compreso fra due linee rette dee necessariamente muoversi in guisa che tutte le sue molecole descrivano linee rette concorrenti in uno stesso punto, e ciò qualunque sia stato il movimento iniziale, purchè il binomio delle velocità vi fosse differenziale esatto, e qualunque sieno le forze che agiscono sulle singole molecole, purchè sia differenziale esatto il binomio delle forze.

32. Ciò che dovrebbe servire a limitare la generalissima soluzione indicata nel §. 28 non è già un'arbitraria supposizione che tutte le trajettorie, oltrechè esser fisse (il che pure credo inammissibile) sieno di forma analoga alle pareti, bensì la considerazione delle condizioni, cui nei casi reali dev'essere sottoposta la pressione per le molecole che stanno sulle superficie libere; ed invece niuno si occupa della formula che dà la pressione, e questa si determina dopo trovata la legge del movimento facendola soddisfare alle condizioni che nascono dalle forze applicate alle molecole (delle quali fino a questo punto del calcolo non si tenne alcun conto) ed alle supposizioni arbitrariamente introdotte.

33. Esaminando la legge di movimento espressa dalle formule del prof. Venturoli, non trovo che possa accordarsi con nessun caso reale, nemmeno

con quello semplicissimo che non vi sia alcuna forza sollecitante, che il movimento sia permanente e che in un dato istante sia conforme alle formule proposte; poichè anche con tutte queste restrizioni rimane impossibile (ammessa quella legge di movimento) che le pressioni sulle due superficie libere sieno costanti.

Conclusione.

34. Se nel terminare questa memoria mi pongo a considerarne il contenuto, e ciò ch' essa aggiungerebbe alla scienza idraulica, veggo potersene dedurre la sola sconfortante conseguenza che nemmeno un solo dei problemi da me esaminati sia stato finora risolto in modo conforme alle reali circostanze del problema fisico; pure, se questa conclusione fosse giusta, non temerei che il mio lavoro potesse essere accusato di affatto lieve importanza, perciocchè è sempre assai vantaggioso il palesare l' errore di false soluzioni quand' anche non si sappia sostituirvi le vere. Ma altro pensiero più mi sconforta, il timore cioè d' essermi ingannato in confronto di sì dotti matematici che prima di me trattarono questo argomento; è vero che ragioni a mio credere evidentissime stanno in mio favore, ma opposte ragioni si saranno pure presentate al pensiero di quei matematici.

(*Lette il* 24 *Marzo* 1844.)

NOTA

(1) La Memoria del prof. Turazza vedesi a pag. 93 del presente volume.

INTORNO

ALLA SIMBOLICA FIGURATIVA ORNAMENTALE NELLE CHIESE CRISTIANE DEL MEDIO EVO

E SPECIALMENTE IN QUELLE DEI X, XI E XII SECOLO

OSSERVAZIONI

DEL NOB. PIETRO SELVATICO ESTENSE

SOCIO CORRISPONDENTE

Lunghe e ravviluppate quistioni mossero gli eruditi intorno all' origine di quella architettura sacra dei tre secoli che seguitarono il nono, cui è distintivo carattere una strana maniera di ornare, tutta mostri e capricci, disgiuntissima in apparenza da quelle di Grecia e di Roma, le quali non s' incatenano punto alle fogge varie e fantastiche dell' arte settentrionale nel suo pieno fiore; maniera di ornare rude, selvaggia, misteriosa come la età, e come essa rinsaccata di principii varii e lottanti fra loro. Numerosi esempii ci porgono d' essa in Italia, le cattedrali di Parma, di Piacenza, di Modena, di Ferrara, d'Ancona ecc. ecc., ed oltre Alpe moltissime chiese di Francia, specialmente nella Normandia, parecchie della Svizzera, ed un gran numero di quelle che fiancheggiano la destra e la sinistra sponda del Reno.

Coloro che nella notte del medio evo credono si serbasse unico un raggio di sole dentro alla sfarzosa Bisanzio, dicono di là ci venisse una così

fatta stranezza, senza por mente come in Bisanzio l'arte non vestisse mai quelle bizzarre forme. Altri, che stimano gli Arabi maestri di ogni utile cosa nelle età mezzane, ed intanto dimenticano come il sapere raccolto nel chiostro cristiano, dal chiostro uscisse a dar luce all' Europa ancor barbara, affermano che gli Arabi ci abbiano regalato quella singolar foggia d'ornamenti, nè s'accorgono come questo mirabile popolo non abbia mai nelle sue costruzioni offerto nulla di somigliante, nè lo potesse, perchè impedito da suoi riti religiosi di rappresentare uomini ed animali. Vi fu chi vedendola florida più che altrove in Normandia, la proclamò discesa a noi da quella famosa terra delle *chiese e dei castelli*. Chi, riconoscendola non altro che una degradazione dell'arte antica di Roma, la chiamò *romanza*, quasi fosse, al paro delle favelle d'Italia, di Francia, di Spagna, una corruzione dell'antico mondo romano. Chi poi, arruffando la matassa ancor più, le diede nomi in opposizione con la origine, o, valutando essenziali certe minime differenze fra le costruzioni sincrone di paesi fra loro lontani, la suddivise con tanta minuzia di distinzioni, che sfido la favolosa pazienza di Teseo a tener dietro al filo regolatore di così fatto labirinto. Nè certo oserei cimentare la cortesia vostra, o Signori, qui notando le differenze che alcuni scrittori si piaccion far correre fra *gotico-anteriore* e *gotico-posteriore*, fra *anglo-sassone* ed *anglo-normanno*, fra *arabo-greco* e *romano-bisantino*, fra *neo-greco* e *romano-barbaro*. Tanto varie denominazioni, che tutte accennano soltanto allo stile di architettura di cui toccai, bastano già di per loro a chiarire quanta oscurità regni ancora sull'origine di esso.

Per altro l'inglese Hope e l'italiano conte Cordero di S. Quintino, portarono una luce viva fra mezzo al bujo in cui cozzavano alla cieca tanto diversi parteggiamenti (1), e mentre il primo dimostrava, più con logica induzione che con evidenza di fatti, aver avuto quell'arte principio in Lombardia, l'altro metteva in aperto fatti importanti dai quali incontrastabilmente appariva come quell'architettura dovesse dirsi lombarda, perchè in Lombardia ebbe nascimento e di là fu portata oltremonte. Peccato che di fiaccola così luminosa egli non si valesse per togliere tante inutili suddivisioni da lui supposte nell'architettura dell'undecimo secolo.

Non tutte però le quistioni cessarono dopo i lavori dell' Hope e del San Quintino, che anzi altre suscitaronsi più intralciate che prima non erano, forse perchè più difficili a stenebrarsi.

Quest' architettura doveva tenersi simbolica così nelle sue disposizioni come nei suoi ornamenti, o veramente era frutto del capriccio dei costruttori? In quei capitelli ed in quelle cornici tutte rinzeppate di ghiribizzi e di animali, chiudevansi forse profondi e mistici concetti allusivi al Cristianesimo, oppure ricordavano turpi eresie, o piuttosto furono imitazione rozza di altre architetture? È domanda cui taluno s' accinse a rispondere, ma con quanto frutto nol so; giacchè a me pare che prendendo in esame le varie ipotesi esposte, e contrapponendovi gli ostacoli che le rendono per lo meno vacillanti, si vegga chiaro come nessuno finora s' accostasse a verità.

Sarebbe mia intenzione, o Signori, lo schierare qui queste ipotesi varie, ed aggiungere le ragioni che me le fanno considerare non ben fondate; ma abuserei della vostra benivoglienza, se notassi qui tutte quelle che furono portate in campo, così sulla simbolica fondamentale, che al sommo Romagnosi piaceva di chiamare *ermetica*, come sull' altra che puramente pareva destinata a rendere significativi gli ornamenti. Avviso quindi pretermettere quanto spetta alla prima, e risparmiarvi la noia di udir parlare sul tenebroso *numero pittagorico*, sull' *aritmetica finale* e sull' antico *algoritmo*, ch' erano, a quanto sembra, elementi al sacro edificare di allora. Neppur toccherò delle pindariche, ma spesso mal assodate congetture di Mazure, di Ramèe, di Boisserie, i quali, volendo di forza vedere da per tutto un arcano simbolismo, ed impinguando le interpretazioni simboliche dal venerabile Beda attribuite al tempio di Salomone, uscirono a raccontarci che le porte della chiesa figuravano il nostro ingresso nella vita fisica e spirituale; le due torri laterali il segno del poter temporale e dell' ecclesiastico; che il coro significava la luce dello Spirito Santo, la balaustrata intorno all' altare era cupa immagine dei rigori della penitenza; che i muri si prendevano come emblema dei popoli cristiani uniti dal cemento della fede, e così via.

Permettetemi invece, o Signori, che oggi parli solo di quanto si riferisce a quegli ornamenti che d' ordinario sono considerati come simbolici

nelle chiese dei tre secoli surricordati, e, confutate che avrò l'erronee opinioni dateci finora intorno ad essi, permettetemi del pari che vi dica il pensamento mio.

Il dottissimo orientalista Hammer, in una sua erudita dissertazione *De mysterioso Baphomete*, parve tenere i mostri e le figure strane che si veggono nei capitelli e negli ornamenti delle chiese appartenenti ai tre secoli sopra accennati, come simboli che ricordino il culto gnostico, il quale diviso in tante sette, una però ne possedeva cui tornava comodo interpretare sensualmente alcune parole dei sacri libri, ed abbandonarsi ad ogni più immonda licenza, sotto pretesto che gli stimoli del senso essendoci largiti da Dio, sarebbe assurdo il credere ch' egli ci comandasse di soffocarli e di vincerli con la volontà. Codesta setta, che, non meno delle altre gnostiche, e forse più assai di quelle di Bardassane e di Basilide, aveva posto dimora nella Siria e nell' Oriente, e più di tutto nel Korassan presso Hussan Saback, fondatore della celebre setta degli *Assassini*, pare, secondo Hammer, fosse quella da cui si originassero molti de' pretesi simboli su' quali teniamo discorso. Ecco in breve come egli s' induce a pensar ciò. Sembra che quando i Templari acquistarono così smisurata potenza in Terra Santa, eglino si accomunassero, così per politiche mire, come per amore di sfrenato vivere, cogli Assassini. A rassodar meglio codesta unione, si fecero a professare gli eretici riti del loro culto, il quale non era altro che il gnostico della prima scuola siriaca, che nel suo fatale dualismo voleva il mondo terrestre retto dalla materia. Pretende l' Hammer che ogni qual volta i Templari dovevano alzare chiese nei loro ricchissimi *Manieri*, le volessero erigere ed ornare secondo quella strana modificazione che avevano portata empiamente al domma cristiano. Questi riti, a fine di trovar vera sicurezza sotto i veli del mistero, domandavano simboli incomprensibili a chiunque non fosse iniziato nei fantastici arcani della dualità mitriaca, fondamento della Gnosi nei paesi della Siria. Perciò bramavano che i capitelli, le cornici, le porte di queste loro chiese andassero rinzeppate di allusioni emblematiche alle predette dottrine. Era però necessario avere artisti educati a ciò, perchè non fosse errata la collocazione o la forma di così fatti simboli, e questi artisti erano di già preparati da lungo

tempo. La società dei liberi muratori, formata, per quanto ne vorrebbero provare adesso alcuni eruditi, fino dai primi secoli dell' era, od almeno fino dal nono secolo in Inghilterra, aveva molti statuti e regolamenti che la raccostavano al Gnostismo. Queste corporazioni cui si vuole, principalmente da alcuni scrittori tedeschi di oggidì, che fossero affidate interamente le ecclesiastiche costruzioni, furono, secondo l' Hammer, impiegate dai Templari per l' innalzamento delle loro chiese. Aggiunge poi acutamente congetturando l' alemanno erudito, che i Templari stessi potevano essersi immedesimati al culto speciale di queste congreghe di liberi muratori col visitare di frequente la celebre loggia fondata da Achen nel Cairo verso la fine dell' undecimo secolo, ove insegnavasi, oltre al culto gnostico, la matematica e la geometria, scienze così necessarie ai liberi muratori. Chi volle attenersi alle forse un pò troppo sottili congetture dell' Hammer, trovò agevole la fusione di quei simboli gnostici usati dai Templari con l' architettura cristiana surta nel settentrione della Francia e della Germania nell' undecimo e duodecimo secolo. I Normanni, dicono i sostenitori di questa opinione, i quali tanta parte presero nelle spedizioni di Terra Santa, e che forse più di molti altri popoli contavano cavalieri addetti alla religione del Tempio ed alle compagnie dei liberi muratori, portarono pei primi quello stile simbolico nella lor patria, e di là, con le conquiste del loro Guglielmo, lo diffusero in Inghilterra, poi coi commerci lo trasportarono in Germania ed in Italia. Tuttochè il dotto archeologo tedesco abbia con somma industria e rara erudizione rincalzata la propria opinione con quelli che a lui parevano monumenti irrefragabili, e con le citazioni di varii passi di S. Epifanio e di S. Ireneo, pure alcuni fatti incontrovertibili bastano a mio parere a chiarirne la insussistenza. E prima di tutto; come mai l' erudito alemanno non pose mente che nel medio evo, e specialmente nei secoli vicini al mille, il sacerdote ed il monaco erano i regolatori della società, e se avevano potenti influenze su tutti gli ordini di essa, facevansi poi i dispositori assoluti della costruzione delle chiese loro affidate, nè alcuna cosa poteva compiersi in quelle che non fosse da essi comandata e diretta? Si aggiunga che i Vescovi, gli Abati dei conventi, i Parrochi, erano i soli che avessero qualche lume di architet-

tura; eglino ideavano il disegno de' sacri edifizii, miniavano i libri corali; avevano dai Concilii la facoltà di fissare le norme ai pittori ed agli statuarii. Il sapere tutto quanto, e segnatamente l' artistico, rinchiudevasi allora nella chiesa e nel chiostro, e si consecrava a rendere l' una e l' altro più conformi ai bisogni del culto ed all' esercizio delle dottrine di Gesù Cristo. Vorrassi che uomini tanto addentro nella sacra liturgia e così gelosi dell'ordine e delle norme del cattolicismo, lasciassero scolpire entro a' recinti da essi tutelati, i segni di quella eresia sozza contro cui avevano gridato i Padri della chiesa per tanti e tanti anni? Di quella eresia che distendeva per tutto numerose e forti radici e doveva forse più delle altre mantenere attento il clero a sbarbicarla? Certo quando l' Hammer queste sue congetture avanzava aveva dimenticato che il concilio di Nantes dice espressamente al Canone ventesimo. — *Lapides quoque, quos . . . . daemonum ludificationibus decepti venerantur, ubi et vota vovent, et deferunt, funditus effodiantur, atque in tali loco projiciantur, ubi numquam a cultoribus suis inveniri possint.* — È chiaro adunque che ogni pietra la quale ricordasse rito eretico od idolatra dovesse venire distrutta da sacerdoti cristiani, appunto perchè non trascinasse i fedeli all' errore. Ma vi è di più: moltissime sono le chiese dell' Italia, specialmente superiore, della Normandia, dell' Inghilterra, del Reno, le quali offrono nei capitelli e in tutte le parti ornamentali, quei mostri che l' Hammer vorrebbe introdotti da suoi gnostici Templari, ma rarissime certo son quelle che appartenessero a quest' ultimo ordine. Ed inoltre alcune fra le esistenti, che veramente servivano solo ad essi, non presentano i mostruosi ghiribizzi su cui è discorso, come, a mo' d'esempio, la celebre chiesa dei Templari a Londra e la così detta Sala dei Cavalieri alla Badia di *Mont Saint-Michel* in Normandia, ove si ravvisano gli ornati carichi di fogliame come quelli dell' arte settentrionale, ma niuna traccia delle stranezze proprie allo stile che con l' Hope soglio chiamare Lombardo (2).

Un ultimo fatto rende poi non solo improbabile, ma impossibile la congettura accennata. Chiese ornate di quei mostri, di quei leoni, di quelle chimere che l' Hammer inclinerebbe a considerare come emblemi gnostici introdotti dai cavalieri del Tempio, esistevano già incontrastabilmente fino dal

nono secolo, mentre i Templari non furono fondati che nel 1118, vale a dire due secoli dopo l' erezione di quelle chiese.

Intorno a questa singolare maniera di fregi, che par fatta talvolta per decorare i sabati della tregenda, esposero un' idea che potrebbe parere alquanto bizzarra anche i dotti Sacchi nel loro pregevole lavoro sull' architettura longobarda (3). Eglino che avevano cumulato tante citazioni per provare come tutto alludesse a sacre significazioni in quelle strane figure, uscirono poi nell' ultimo capitolo a raccontarci che forse fra quei varii simboli della chiesa cristiana v' erano alcune vestigie della simbolica asiatica dai barbari importate fra noi. Paiono, per esempio, ai Sacchi barbara merce quelle serpi attorcigliate a spira, le quali, giusta la simbolica orientale, rappresentavano soltanto l' acqua. Poi trovano rispondenze con la nebulosa mitologia dell' Edda, cogli *Asas*, col drago *Migdrad* e con altre tali leggiadrie, create fra le nordiche brume. Tutte cose bellissime ed ingegnosissime, ma che si sperdono in polvere, quando si voglia osservare a ciò che già dicemmo parlando dell' Hammer, che dove, cioè, comandavano liberamente i sacerdoti, e dove i soli sacerdoti vegliavano alla edificazione della chiesa, era impossibile si dipingessero o si scolpissero simboli intinti di eresia o di culti idolatri; chè tali appunto erano quelli della maggior parte dei barbari nel settimo ed ottavo secolo, ed anche in buona parte del nono.

Ma questa opinione è solo secondaria nei Sacchi, come ho già accennato: eglino vanno invece noverati fra i più caldi sostenitori della simbolica cristiana, giacchè si sforzarono di provarci che ogni cosa nelle chiese cattoliche del medio evo si mostra simbolicamente rituale, cominciando dalla disposizione e dando fine cogli ornamenti. Ad alcune circostanze importantissime parmi però non ponessero mente i dottissimi letterati milanesi. Eglino ringagliardirono i loro argomenti recando innanzi passi dei SS. Padri che potevano bensì riferirsi a strani emblemi, ma non venivano acconci alle epoche longobarde di cui trattavano i Sacchi, giacchè quei santi uomini parlavano di pratiche usate nel quarto e quinto secolo, ed eglino invece ci discorrevano soltanto del sesto, del settimo e dell' ottavo. Poi mi pare che non badassero ad un importante passo di S. Bernardo che sta in una lettera a Gu-

glielmo Ab. di S. Teodoro, ove il santo uomo muove grave lagnanza per l'uso indecoroso che facevasi a que' dì dei numerosi mostri con cui andavansi adornando i bassi rilievi e le pitture delle chiese. È vero che S. Bernardo visse tanto dopo le epoche cui diressero i molti loro studii i due Sacchi, vale a dire nell' undecimo secolo: è vero che il concilio di Costantinopoli, tenuto nel 692, di cui parleremo più sotto, poteva aver mutate le circostanze intorno all' importanza ed alla necessità della simbolica; ma non per questo doveva venirne che il santo Ab. di Chiaravalle domandasse il perchè di tanti mostri ch'egli chiamava *ridicoli*, ed *immondi* scolpiti su per le chiese (4). Se anche non avessero meritato più la stessa considerazione agli occhi dei cristiani d'allora, pure non potevano cessare di essere venerati come emblemi sacri, se veramente tali fossero stati un tempo. Che se vorrassi rispondere provata invece con quel passo la origine eretica dei prefati simboli, bisognerà poi allegar la ragione, perchè S. Bernardo s'astenesse dal palesare un fatto di tanta rilevanza. È anzi da ritenersi che lo avrebbe proclamato solennemente, a fine di meglio invitare gl' ingannati cristiani a sbandirli dai sacri ricinti. Se nol fece, se li disse inezie e non altro, è perchè li riputava capricciosi ornamenti soltanto, e come tali aveva giusta ragione di non tenerli degni dell' augusta severità della chiesa.

Un' altra cosa cui mi pare avrebbero dovuto por mente i Sacchi, è che se i supposti simboli su cui tanto parlarono fossero stati rituali ed obbligatorii alle chiese, tutte quelle surte dall' epoche longobarde fino al duodecimo secolo dovrebbero esserne coperte: ma fatto è invece che in Roma, centro del cattolicismo, quei mostri non si vedono che rarissimamente nelle molte basiliche che ancora ci restano dei secoli suaccennati, come sono San Saba, Santa Sabina, Santa Prassede, SS. Nereo ed Achilleo, Santa Maria in Cosmedin ecc. ecc., e solo compariscono nei chiostri di S. Paolo, e di S. Giovanni Laterano, opere entrambi del duodecimo e decimoterzo secolo, le quali non possono neppure considerarsi come immediatamente collegate cogli esercizii della chiesa cattolica.

Un ultimo fatto poi doveva persuadere i due eruditi milanesi a non proclamare assolutamente sacri quei simboli, ed era il vederli adoperati anche

per fabbriche profane. Frequentissimi sono gli esempii di ciò in Italia; ma forse più che altrove riboccano in Venezia, ove in moltissime facciate di case del medio evo, scorgonsi fregi con animali che combattono fra loro e circoli con entro uccelli, pavoni e croci, simili a quelli delle chiese dell'undecimo e dodicesimo secolo.

Al Cordero invece piacque prendere una via di mezzo, e, appoggiando sui bei lavori del De Caumont e degli altri celebri antiquarii di Normandia, uscì con un'opinione che vorrei dire da schermitore, la quale, al pari di molti pensamenti eclettici *e stringe e stringe e non abbraccia nulla*. Egli, con una leggerezza che male si saprebbe spiegare in uno dei più dotti archeologi del tempo nostro, disse in mezza pagina appena, che se possono tenersi cose simboliche la mano aperta o chiusa a metà, gli animali e gli uomini divorati dai mostri, i labirinti, ecc. ecc., non v'era dubbio però che la maggior parte di quelle sculture non fosse il prodotto delle imbarbarite fantasie degli artisti vissuti in quelle età. Ma egli poi nulla provò di tali sue asserzioni; non manifestò a cosa volessero alludere quelli ch' egli riconosceva per emblemi; nè sembrò accorgersi di essere caduto nella seguente curiosa ed imbarazzante contraddizione. Se gli animali divorati dai mostri, se i draghi, se i labirinti, che formano il più gran numero di quelle sculture, erano simboli sacri, come avveniva che la maggior parte di così strane rappresentazioni avesse origine solo dal capriccio degli architetti?

A schiarire un po' meglio la oscurissima quistione, parmi tornino necessarie alcune distinzioni che separino le epoche con fatti decisivi ed irrecusabili.

Nella simbolica ornamentale delle chiese cristiane, parmi sieno da considerarsi due differenti stadii: quello che incomincia dalle epoche primitive del Cristianesimo e continua fino a che vi furono ancora vestigia di gentilesimo o di arianesimo; l'altro che ebbe luogo solo quando il Cristianesimo, liberato già dalle intime lotte e dagli esterni nemici, non ebbe più bisogno della lingua allegorica, e sursero le disposizioni dei concilii a tentare d'infrenare la tanta pendenza dei cristiani al misticismo ed all'allegoria. Veggiamo come si formasse il primo di tali stadii; poi dirò quale mi sembri l'origine e la essenza del secondo. Costantino, il quale, anche dopo avere proclamata la

libertà dei culti ed abbracciato il Cristianesimo, tollerava che nella sua vittoria contro Massenzio le città d' Africa alzassero tempii ai principi della casa Flavia, e libassero alla dea Vittoria, finalmente impedì che si continuassero sacrifizii agli Dei del paganesimo ; fece infrangere gl' idoli, fece chiudere o smantellare molti tempii pagani. Il culto dei falsi numi era a quei giorni troppo ancora disseminato nelle moltitudini, perchè i cristiani, usciti appena allora dalle tenebre della cripta e dalle inumane atrocità delle persecuzioni, non isfogassero rabbiosamente il loro odio contro le statue dei pagani. L' opera d'arte dinanzi ad essi spariva, e non vedevano in quei simulacri se non l' immagine del demonio. Leggete i SS. Padri e troverete che eglino guardavano gli idoli antichi come figura ed albergo del nemico dell' uomo. Atenagora, fra gli altri, nelle sue legazioni cristiane (5), era così persuaso di un tale principio, che giungeva perfino a dubitare se le statue potessero considerarsi come un vero abbellimento delle città. I simulacri dei numi antichi si gettarono allora nella fornace per farne calce, si schiacciarono sotto le ruote dei carri. Narra Eusebio nelle lodi di Costantino che allorquando le statue si andavano trasportando da Roma a Costantinopoli, il principe faceva sapere al popolo che le avrebbe legate al palo dei delinquenti, a fine di esporle allo scherno comune. Questo esempio di Costantino fu seguito con entusiasmo distruttore dalla più parte dei principi che gli succedettero, e specialmente da Teodosio il Grande. Città intere abbatterono statue e tempii che avevano fino allora riverito. Per tutto il correr d' un secolo, il mondo cristiano risonò dello strepito dei martelli che rovesciavano i capi d' opera dell' antichità. Se si escludano Roma, Atene e Costantinopoli, la distruzione degli idoli fu così generale, che quando Onorio rinnovò per la quarta volta l' antica legge di atterrare gl' idoli, stimò dover aggiungere, *si qua etiam nunc in templis fanisque consistunt* (6), tanto egli sapeva ch'erano quasi tutti distrutti. Quegl' idoli antichi si abborrirono di cotal guisa che Teodoreto e S. Leonzio, fatti interpreti della popolare credulità, raccontano come nel quarto secolo, avendo osato un pittore trarre da un' immagine di Giove i lineamenti di Gesù Cristo, le sue mani s' inaridirono immediatamente, e vi volle un miracolo dell' arcivescovo di Costantinopoli per tornargliene l'uso (7). I cristiani dei primi secoli

troppo temevano d' essere accusati d' idolatria dai gentili, e scorgendo poi come quei tanti simulacri valessero a mantenere radicata negli animi la falsa religione, anelavano di struggerne la causa, a fine di tenersene meglio preservati.

Tanto più ai primi cristiani pareva eretico e pagano l' uso delle immagini materiali, che ricordavano quei famosi divieti dell' Esodo, divieti che, male interpretati dappoi, divennero causa innocente dell' Iconoclastismo di Leone l' Isaurico nell' ottavo secolo. In quel venerato documento della storia degl' Israeliti Iddio dice al suo popolo:

» Non farai scultura nè rappresentazione alcuna di quello che è lassù in
» cielo o quaggiù in terra, nelle acque o sulla terra, e non adorerai tali cose,
» nè ad esse presterai culto. »

» Non farai Dei nè d' argento nè d' oro. Se mi fabbricherai altare di
» pietre, nol farai di pietre tagliate, perchè se alzerai sopra di esso lo scal-
» pello, l' altare sarà contaminato (8). »

Era naturale che gli enunciati timori, e i qui riferiti precetti dell' Esodo che gli accrescevano, dovessero allontanare i cristiani dei primi tre secoli, non solo dal chiamare le arti ad ornamento delle venerate loro cripte (come, e non ingiustamente, sostennero Ramée, Raoul-Rochette, David e Sommerard) ma anche ad impedir loro di rappresentare con mezzi materiali il Dio spirituale ch' eglino adoravano. Clemente d' Alessandria, parlando contro le immagini, dice chiaramente: « Noi cristiani non dobbiamo attaccarci alle cose
» materiali, ma elevarci verso lo spirito. L' abitudine di vedere ogni giorno
» la grandezza della divinità giunge a profanarla, e voler adorare lo spirito
» per le vie della materia è profanarlo col senso (9). »

Ma i cristiani, tuttochè abborrenti da ogni segno di paganesimo, avevano bisogno di mezzi esteriori che, richiamando in qualche modo la sublimità dei religiosi misteri, porgessero ai credenti conforto, ed ai tiepidi incitamento a più venerare, sostenere e diffondere la fede del vangelo. La sola meditazione, l' adorazione nella parola delle scritture, se poteva bastare ai veri fedeli, non eccitava le moltitudini, sempre bisognose di forme esteriori, per alzarsi all' Idea prima. Ma quelle immagini che avessero presentato i misteri della

passione nella loro storica realtà, avrebbero incontrato gravissimi ostacoli. Gl' idolatri, al dire di S. Paolo, di Arnaldo, di Lattanzio (10), deridevano la morte ignominiosa del Salvatore; la avrebbero derisa ancor più, se l' avessero veduta espressa dal pennello e dallo scalpello. In tanto cozzo di difficoltà si attennero i cristiani all' allegoria, la quale offeriva il vantaggio di richiamare i fatti senza suscitar la censura, di toccare i cuori senza scemare il rispetto dovuto ai misteri. La allegoria, senza peccare contro i divieti della Bibbia, poteva velare di una sacra tenebra le dottrine della Chiesa, e meglio avviare lo spirito a pensarne la profondità. Ecco allora il cristiano decorare il suo tempio con tutte quelle forme emblematiche che potevano richiamargli al pensiero i principali fondamenti della legge di Gesù Cristo, e che nessuno avrebbe potuto riguardare come segni d' idolatria, giacchè la Bibbia medesima gli aveva descritti in maniera quasi materiale, presentandoli sotto forme palpabili, sebbene emblematiche. I cristiani poi forse più s' incuorarono ad usar dell' allegoria, quando scorsero i sacri interpreti ravvisare nelle forme varie e nelle tanto magnifiche sculture con cui Salomone decorò il suo tempio, una serie di emblematiche allusioni alla nuova Chiesa di Gesù Cristo, la quale dopo tanti anni sorgeva allora trionfatrice da dolorosa oppressione. Perciò vediamo che nelle sculture e pitture del terzo, del quarto ed anche del quinto secolo, i fedeli nulla lasciarono eseguire che ricordasse gl' idoli pagani, ma vollero rappresentati invece allegoricamente molti fra i riscontri del nuovo col vecchio testamento.

Parrebbe contraddire essenzialmente all' introduzione dei simboli sacri nelle chiese, il vedere che molte fra le prime rappresentazioni cristiane si raccostano ad alcune del paganesimo, come ci provò in alcune dottissime dissertazioni inserite nel Vol. XIII delle nuove Memorie dell' Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere di Francia, il sig. Raoul-Rochette, e prima di lui, ma incompiutamente, il d' Agincourt, l' Hope, ed altri ancora. Si rifletta per altro, che quell' Orfeo al suono della cui cetra si ammansano le belve, quelle colombe, quei cervi, quei pavoni e quelle viti, che si rinvengono foggiati egualmente così nei pagani che nei cristiani monumenti, non erano altrimente numi cui il gentilesimo prestasse adorazione, ma semplici immagini

decorative od emblematiche, e che quindi imitandole i cristiani non potevano venire in sospetto d' offendere in nulla la religione. Si aggiunga inoltre, che i cristiani del tempo di Costantino, i soli che potessero usare liberamente dell' arte a decoro delle chiese, giacchè prima troppo era l' abbattimento loro, quei cristiani, io diceva, non potevano da un giorno all' altro inventar nuove allegorie che è quanto dire, foggiare il pensiero a modi tanto più difficili da essere compresi, quanto più si dilungano dalle communi idee. Dice benissimo il barone di Rumohr nella seconda parte delle sue belle investigazioni sull' arte italiana, libro meritevole d' una traduzione per essere fatto a tutti accessibile, come il simbolo richieda, a fine d' essere intelligibile che l' idea ed il pensiero ai quali mira sieno già compiutamente esistenti nello spirito dell' osservatore (11). I primi artisti che eseguivano quei simboli erano figli di padri pagani, eglino medesimi, negli anni indelebili dell' adolescenza erano cresciuti in mezzo del paganesimo: abitudini, costumi, riti politeistici li circondavano da per tutto, l'arte stessa che professavano l'aveano imparata in officine pagane. Vorrebbesi adunque che l' uomo mutasse d' un tratto la natura sua, e perchè accoglie nell' animo fede da quella dei suoi padri diversa, ne dimenticasse tutte le tradizioni? le tradizioni, che, ove non contaminate da pregiudizii e da errori, si fanno macchina a quel grande poema di cui s' informa l' umanità; le tradizioni che rammentano la soave parola della madre, le memorie dell' infanzia; le tradizioni, che, venute da nobile fonte, sono via, verità e vita dei popoli, e che interrotte ci obbligano a rifare tanto cammino? Oh non si creda che le perdano di vista le nazioni mai: sono i pedanti che le insudiciano, sono i settarii che le disprezzano; ma il popolo le fonde col pensiero novello e le fa scala a nuovi trovati. — Voleavi tempo, istruzione continua, convinzioni diverse, perchè l' arte che aveva perduto il suo tipo ideale del nume pagano, potesse perder del pari quel tipo ornamentale che anche riprodotto non poteva spingere ad atti d' irriverenza verso il culto novello. Che infatti fosse nell' intendimento dei primi cristiani di non recare nessuna offesa alla religione del vangelo seguitando l' ornamento pagano lo deduciamo dai due fatti seguenti.

I. Che molti tempii del paganesimo e specialmente i rotondi si conserva-

rono senza alterarli al culto cristiano; come sono, per esempio, il Panteon, il Tempio di Bacco ora S. Costanzo, S. Stefano rotondo, il Tempio di Nocera;

II. Che quando dovevasi alzare una nuova basilica si giovavano quasi sempre di materiali che avevano già prima servito al culto pagano, e in questi materiali erano bene spesso marmi figurati che portavano scolpite aquile, teste degli Dei Mani e persino teste di Giove.

Per altro quelle stesse rappresentazioni allegoriche che i cristiani erano costretti a togliere, per le ragioni anzidette, dal paganesimo, avevano il loro sostegno nella Bibbia e sempre alludevano a passi delle sacre carte. Tanto è ciò vero, che dove la Bibbia non poteva venir loro in soccorso, si astenevano interamente dal convertire in emblemi della nuova legge le immagini tolte dalla religione precedente. Infatti non avvien mai di veder usati dai cristiani, nè i bucranii che stavano sui fregi e sulle are antiche, nè gli encarpii, nè le maschere, nè i litui, nè molti altri fra gli ornamenti emblematici frequentissimi nelle costruzioni sacre di Roma pagana, ma non adattati al Cristianesimo perchè non giustificabili con le sante pagine. In un solo caso però sembrerebbe questo fatto venir contraddetto, e sarebbe in quella figura di Orfeo che suonando la lira acqueta le fiere e le tragge a sè; scena che vedesi scolpita o dipinta in quasi tutte le catacombe ed i sepolcri cristiani di Roma. Ma anche essa, se nel vecchio e nel nuovo testamento non trova un appoggio, si fortifica per altro di una opinione che correva fra i padri della chiesa nei primi secoli, cioè che il preteso inno d' Orfeo conosciuto sotto nome di *Palinodia*, fosse ed una ritrattazione pel paganesimo, ed un prodromo alle dottrine della nuova religione (12). È per questo che Eusebio aveva detto essere Orfeo che fa miti i costumi un' effigie di Gesù Cristo il quale porta la parola della verità fra gli uomini (13). Molte altre fra le allegorie dei cristiani si trovano pure identicamente scolpite o dipinte in alcuni monumenti pagani; ma come ho già detto, quelle trovano nella Bibbia la ragion loro. Parecchi altri tuttavia erano simboli di pura invenzione cristiana, per nulla imitati dal gentilesimo, e destinati a farsi una mistica lingua dei più augusti misteri cattolici.

Tuttochè degli uni e degli altri sia stato a lungo parlato nelle gigantesche opere del Ciampini, del Bosio, dell' Allegranza, del Boldetti, del Bottari,

del Mamachi, pure diremo brevemente dei principali a fine di più compiutamente provare le nostre asserzioni. Quel dottissimo uomo del sig. Raoul-Rochette che nelle citate sue dissertazioni sulle antichità dei primi secoli della Chiesa, parve proporsi di provare che ogni rappresentazione dell' arte cristiana fosse tolta a prestito della pagana, fu lietissimo di poterci dimostrare come quella figura del buon pastore con la pecora in collo, la quale veggiamo in quasi tutte le pitture delle catacombe ed in moltissimi sepolcri cristiani de' primi secoli, fosse tolta da altre consimili che stanno nei monumenti pagani. Nè la cosa può negarsi di certo (14); ma egli parve quasi non curare come nella Bibbia si trovassero passi che devono senza dubbio aver dato a' cristiani l' idea di quella soave allegoria, senza bisogno che l' accattassero dai gentili. Tutto il capo 34 di Ezechiello è consecrato a raccontare come il Signore darà un' ottimo ed unico pastore alle pecorelle mal regolate. E nel vangelo di S. Giovanni, il Cristo dice: *Ego sum pastor bonus, bonus pastor animam suam dat pro ovibus suis* (15). Vedendo poi nelle pitture delle catacombe e nei bassi rilievi dei sepolcri, quel pastore che si porta in collo la pecorella, si scorge chiaramente come si volesse alludere alla parabola raccontata da S. Luca della pecora smarrita, la quale, trovata dal buon pastore, fu da esso raccolta e portata sulle spalle giulivamente a casa (16).

Le colombe rinvengonsi anch' esse frequentemente nei sepolcri pagani, ma sicuramente usandole i cristiani allusero a quei passi del vangelo ove è detto *estote simplices sicut columbae* (17) e vollero, come dice Tertulliano, denotare il simbolo della redenzione e di Gesù Cristo (18); o, secondo S. Cipriano (19), l' amore purissimo dei cristiani quando ardono del desiderio di attingere alla sorgente della mistica vita. I cervi, che così spesso si veggono negli ornamenti dei pagani, nella chiesa cristiana per altro si figuravano vicini alle acque e bramosi di dissetarvisi, appunto perchè si voleva richiamare il canto del pentito Davidde, immagine del peccatore ravveduto, quando dice nel salmo 41, vers. 2, *Quemadmodum desiderat cervus ad fontem aquarum, ita desiderat anima mea ad te Deus.*

Se le favolose sirene tanto servivano alla lubrica mitologia degli antichi,

pur tornavano di qualche uso anche per la simbolica dei cristiani, i quali, ricordando quelle parole d' Isaia al capo 14, vers. 22, *Et respondebunt ibi ululae in aedibus ejus et sirenes in delubris voluptatis*, designavano il fantastico mostro come allusione alle tentazioni del nemico dell' uomo.

Se l' aquila nel paganesimo servì a mostrare la potenza vendicatrice di Giove, pei cristiani fu simbolo di elevatezza di sentimento e di celeste ispirazione, giacchè quel nobile uccello vollero simbolo agli alti concetti del rapito di Patmos, o ricordanza talvolta e delle ardite aquile di cui favella Ezechiello (20) e che alludevano a Nabuccodonosor ed a Faraone; o, meglio ancora, a quell' aquila di cui S. Giovanni nell' Apocalisse udiva la terribile voce che annunziava disastri agli abitatori della terra. Quel sacro volatile, che vedesi tanto di frequente scolpito sul dinanzi de' pergami cristiani sostenere un leggìo, forse alludeva alla potenza della parola religiosa, che, al paro dell' aquila volando per ogni dove, richiamava il detto del salmo 17, vers. 10, *Volavit super pennas ventorum.* Per certo nessuno vorrà negare che la vite non fosse il distintivo d' uno de' numi più osceni della mitologia quale era Bacco. Ma non per questo è da inferire che da quell' immondo culto i cristiani traessero quei tanti tralci di vite con cui adornavano i loro dipinti e le sculture architettoniche. Eglino ne rinvenivano il fondamento nei vangeli, poichè il Signore aveva detto, *Ego sum vitis vera et pater meus agricola est*, e più sotto, *Ego sum vitis et vos palmites* (21).

Il serpente nel gentilesimo era sacro ad Esculapio; ma anche per i cristiani lo aveva fatto sacro il Signore, quando aveva detto *estote prudentes sicut serpentes* (22). Perciò eglino ricordavano questo detto figurando talvolta nei musaici Gesù Cristo, il quale parla a due serpenti che paiono quasi adorarlo. In generale per altro i cristiani amavano di considerare il serpente come la immagine del demonio, ricordevoli di tutti quei passi della Genesi, d' Isaia, di Geremia e sopra tutto dell' Apocalisse, in cui il serpente è sempre offerto come simbolo del nemico dell' uman genere.

Pochi simboli dovrebbero considerarsi più pagani della palma; giacchè gli antichi effigiavano di frequente quest' albero come emblema della fecondità e talvolta della longevità. Gli Egiziani rappresentavano Iside con una palma

a lato, ed i Greci tenevano sacra la palma sotto la quale credevasi che Latona avesse dati in luce Diana ed Apollo. I Romani poi la volevano improntata sulle medaglie di quegli imperatori che procurarono a Roma prosperità ed abbondanza. Era anche emblema così della durata che della forza guerriera dell' impero, e le statue della Dea Vittoria figuravansi con un ramo di palma alla mano, e la Dea stessa dicevasi *palmaris*. I cristiani per altro trovavano nelle sacre carte di frequente ricordata la palma, e quindi l' adoperavano come simbolo del loro culto, così sulle pareti delle chiese come sulle arche mortuali. Salomone aveva fatto scolpire nel suo tempio in più luoghi la palma e la interponeva a' cherubini (Reg. Lib. 3, C. 6, vers. 29). Giobbe disse *sicut palma multiplicabo dies* (Job, 29, vers. 18), mostrando così di considerare quell' albero segno di lunga vita. Il Salmista paragonò la prosperità del giusto al fiorire della palma (Sal. 91, vers. 12); e nella Cantica è detto alla mistica Chiesa, *statura tua assimilata est palmae* (Cant. 5, C. 11): quindi è che codesto albero parve a Beda simbolo della Chiesa, ed Origene lo stimò indizio di quella vittoria che lo spirito riportare dee sopra la carne; e S. Ambrogio considerò il tronco durissimo della palma come immagine della vita austera, ed i rami carichi di frutta come quella della vita eterna ottenuta con le privazioni.

Troppo sarei lungo, se tutti volessi qui schierare i simboli che somigliando in qualche parte a rappresentazioni pagane, intendevano a richiamare soltanto sentenze dell' antico testamento e dei vangeli. Parecchi per altro di questi simboli si appoggiavano interamente sulle sacre scritture, e solo una cavillosa critica può ancora ostinarsi a crederli originati da riti pagani e trasfusi per tradizione nel Cristianesimo. Tali erano, per esempio, le allegoriche forme date ai quattro evangelisti, le quali consuonavano interamente a quei passi d' Ezechiello e dell' Apocalisse ove ricordavansi i propagatori della santa parola del Cristo, sotto aspetto d' aquila, di vitello, di leone, e di altro animale che *aveva faccia quasi simile ad uomo*, e che l' arte in seguito presentò sotto figura d' angelo. Aveva pure il suo sostegno negli scritti di S. Giovanni l' agnello cinto d' aureola che sì di frequente vediamo nelle sculture e nelle pitture cristiane rappresentare il Verbo umanato. Era S. Giovanni che aveva

detto nel Vangelo, *ecco l' Agnello di Dio che toglie i peccati del mondo* (23). Era lo stesso S. Giovanni che nella Apocalisse presentava l' agnello in mezzo ai patriarchi ed agli evangelisti nell' atto di aprire il mistico libro e di aver da essi adorazione (24). Era il rapito di Patmos che voleva tutte creature invocassero benedizione dall' agnello, ed a lui intuonassero inni d' onore per tutti i secoli (25). Nè i cristiani avevano dimenticato come Isaia adombrasse il sagrifizio di Gesù Cristo in quel povero agnello che si sta muto dinanzi a chi lo tosa, *e sarà condotto come pecorella al macello* (26).

E le pecore che vediamo sì spesso nei musaici cristiani essere emblema ora degli apostoli ora dei fedeli che adorano il Cristo, diventavano anch' esse immagine delle parole della Scrittura, la quale in infiniti luoghi, mostra i cristiani pari a pecorelle che si stanno raccolte intorno al buon pastore, e a quando a quando trae belle e toccanti similitudini dalla mansueta obbedienza di quelle.

Si è parlato lungamente intorno al pesce come simbolo cristiano (27). Ma gli espositori delle sacre antichità, ce lo mostrano piuttosto indicato come tale dai sacri interpreti, anzichè direttamente dalla Scrittura. Infatti fu Tertulliano che disse nel notissimo passo: *sed nos pisciculi secundum* ΙΧΘΥΣ *nostrum Jesum Christum in aqua nascimur; nec aliter quam in aqua permanendo salvi sumus.* (28). E il venerabile Beda nel suo commento di Giobbe scrisse, *illi pisces intelligendi sunt qui confestim de fonte baptismi migrant ad Dominum* (29). Per altro mi pare che anche nel Vangelo possa trovarsi il pesce indicato come emblema dei battezzati: giacchè è S. Matteo al Cap. 13, vers. 47 che dice, essere il regno de' cieli pari ad una rete gettata in mare che raccoglie ogni sorta di pesci (30).

Pensano alcuni archeologi che in quel vitello che suona la cetra, il quale vedesi talvolta scolpito sugli ornamenti delle chiese cristiane, vi fosse alcuna cosa d' allusivo a quel passo del profeta Osea, ove dice al Signore *accipe bonum et reddamus vitulos labiorum nostrorum* (31), passo che S. Girolamo chiosa: *Vituli laudes in Deo sunt.* Io per altro, scorgendo come quella figura che suona abbia talvolta la testa d' aquila o di leone, anzichè di vitello, entro in sospetto si volesse con essa rammentare l' uno o l' altro degli evange-

listi cui l' Apocalisse, come dicemmo, aveva dato l' aspetto di questi ultimi animali.

Ma oltre i simboli accennati, e molti altri che per brevità qui tralascio di noverare, gli artisti cristiani ne collocavano nelle chiese e sopra i sepolcri parecchi che avrebbero potuto considerarsi come un' infrazione dell' allegorismo, perchè porgevano rappresentazioni storiche dell' antico testamento e talvolta anche del nuovo. In onta a ciò non cessavano d' essere allegorie, imperocchè non altra cosa volevano significare se non profetiche allusioni ai beni che Gesù Cristo largì agli uomini col mezzo del suo sagrifizio. In tal novero va posta, per esempio, quella scena tanto ripetuta ne' monumenti cristiani che figura Giona inghiottito dalla balena che dopo il terzo giorno vien vomitato a Ninive ove va a predicare la penitenza ad un popolo di gentili. Questo miracolo, secondo S. Girolamo, accenna alla passione di Gesù Cristo, che risorge dopo tre giorni e col mezzo degli apostoli annunzia a tutte le genti il Vangelo. Così Mosè nell' atto di far iscaturire l' acqua dalla roccia rappresentavasi, perchè S. Girolamo l' aveva assomigliato a Cristo, il quale, secondo S. Paolo, *immensas nobis protulit fontes, apostolos scilicet, quos petra monstravit, et per quos fluxerunt torrentes.* Lo stesso S. Girolamo poi ravvisava in quella pietra tocca dalla verga del legislatore degli Ebrei, molte cose che potevano alludere al battesimo ed al martirio. Egualmente Noè e la sua arca diventavano simbolo dell' ira di Dio e della redenzione che preparava all' umanità col mezzo di Gesù Cristo. Daniele nella fossa dei leoni significava il Redentore fra gli oltraggi de' Giudei; il sagrifizio di Isacco richiamava quello del Salvatore (32).

Così fatti simboli storici erano per altro in quei primi secoli assai meno frequenti degli altri che ho di sopra nominati, perchè meno si attagliavano al genio dei cristiani, i quali volevano ad ogni modo trovar pascolo alla immaginazione con le oscure allegorie, e valendosi delle idee arcane rinchiuse in esse, sollevarsi alle ascetiche verità. Infatti S. Dionigi l' Areopagita, o piuttosto il vescovo Sinesio, ci fa conoscere in più luoghi delle opere sue, come i cristiani avessero bisogno di forme figurate per alzarsi a quelle verità; ed usassero a tal uopo cavalli e bovi ed uomini a più visi ed ogni sorta di sim-

boli tramandati per tradizione. Ne accenna ancora come questi segni fossero indispensabile velo di umana scienza occulta al volgo degli uomini, affinchè le cose santissime non fossero facilmente intelligibili a profani, e si mostrassero invece aperte agli studiosi di santità (33).

L'uso dell'allegoria, necessario da principio, come abbiamo detto, per velare i misteri della religione novella, aveva finito a condurre gli spiriti in quelle sottilità e sofisticherie che degenerano nel falso. I pittori e scultori, o piuttosto i superiori ecclesiastici che li dirigevano, parevano voler sorpassarsi a vicenda nelle invenzioni di tal genere, e le composizioni pittoriche e gli ornamenti figurati erano divenuti come una specie di scrittura geroglifica, di cui bisognava avere il secreto. La cosa andò così innanzi nel settimo secolo, che la Chiesa stimò opportuno porvi un riparo. Fatta accorta come, rassodato il culto cattolico, non più corresse pericolo d'essere accusata d'idolatria se lasciava libero il campo alle rappresentazioni storiche del cristianesimo; forse trepidando che tanta età corsa dopo le fervide origini della novella religione, intiepidisse nei popoli il rispettoso amore verso di quella, se non avessero di continuo sott'occhio immagini evidenti dei trionfi della fede, avvisò nel concilio tenuto a Costantinopoli nel 692 di ordinare, che nelle chiese si preferisse la realtà ai simboli, e si abbandonasse ogni allegoria, specialmente sulla crocefissione di Gesù Cristo (34). Un tale decreto che sulle prime ebbe poca accoglienza nella Chiesa latina, già troppo innamorata delle allegorie, fu però seguito con solerzia nella greca, la quale d'allora in poi cominciò a tralasciare quasi ogni emblematica composizione per dipingere il Padre eterno e la Vergine, Cristo incoronato di spine, la crocefissione, i martirii dei santi, gli evangelisti sotto umana figura; in somma ogni fatto de' sacri libri, secondo la realtà. Ma trentaquattro anni dopo il precetto del citato concilio, un avvenimento della maggiore rilevanza valse ad arrestare tutto questo fervore intorno alle sacre rappresentazioni; perchè Leone l'Isaurico nel 726 decretò la distruzione delle immagini e perseguitò atrocemente gli artisti greci che continuavano ad eseguirne. Quella guerra, tanto nocevole alle arti, non si estinse con lui, ma durò nei suoi successori per più di un secolo. Inorridendo di così sanguinose persecuzioni la Chiesa latina, e scorgendo quanto

danno ne sarebbe venuto alla religione, se ogni immagine fosse stata tolta all' adorazione dei fedeli, accolse fervidamente i profughi artisti greci, e più si fece ad incoraggiare coloro che ornavano d' immagini sacre le chiese, quanto più il crudele imperatore li voleva vittime della cieca ira sua. Avvampò di generoso sdegno l' entusiasmo della Chiesa d' Occidente quando l' imperatore volle fatta in pezzi la venerata immagine di San Pietro, e condotto prigioniero a Bisanzio il pontefice S. Gregorio II. E Roma e Ravenna e Venezia e i Longobardi medesimi, intrapresero una guerra sacra contro il dominatore di Costantinopoli, e giurando fede al papa ed alle immagini cattoliche, atterrarono le statue del tiranno. Ecco allora i monaci greci, fatti in quell' età i soli depositarii del sapere artistico, allorchè fuggirono dal dissennato monarca, e a questa Italia approdarono, darsi con infinito amore all' arte dall' imperatore bisantino vietata. Ecco i Longobardi stessi far ornare con sacri dipinti e sculture le chiese. Luitprando decora con regale magnificenza la basilica di S. Pietro in ciel d' oro a Pavia; i papi Adriano I, Leone III, Benedetto III, fanno eseguire musaici e pitture nelle basiliche e nelle catacombe di Roma.

Moltiplicatesi in Occidente per le predette cause le immagini, dovettero però prendere la forma novella che esigeva in esse il citato concilio di Costantinopoli; perchè coloro che le operavano erano per la maggior parte artefici di Grecia. È quindi da quell' epoca che l' allegoria si fa più rara nella Chiesa cattolica; non più quel Daniele fra leoni; non più quel Giona inghiottito dalla balena; non più il buon pastore, nè Orfeo, nè i cervi, ecc. Sono invece fatti dell' antico testamento e del nuovo, sono martirii e miracoli di santi, ma però frammisti a mostri, a labirinti, a sirene, a draghi che di raro e non mai somigliano, e nemmeno ricordano le figure allegoriche della primitiva Chiesa, e non possono essere nuove allusioni a' riti cattolici per le ragioni che esponemmo di sopra.

Se quello strambo accozzamento di mostruose figure non era sacro, se non ricordava eresie, se poco o nulla accostavasi alle allegorie primitive, è forza dunque inferire fosse figlio del capriccio degli architetti. Ma in tal caso, come e da dove venne agli architetti l' impulso primo di così fatto capriccio? Non dall' Oriente, perchè nell' architettura orientale del medio evo quei ghi-

ribizzi non si rinvengono mai; non da Roma, perchè colà anche nei tempi mezzani continuaronsi ad alzare le chiese con le abbondantissime rovine delle costruzioni pagane: non dai Goti, dai Longobardi, dai Franchi, calati a sbranare questa povera terra, perchè i barbari, se pure alzavano fabbriche che di legno non fossero, valevansi d' artisti italiani. In tanta oscurità mi attento di mettere innanzi un' opinione, che se non è confermata dai fatti, almeno non n' è contraddetta.

Ho osservato più sopra che nei primi secoli della Chiesa vennero abbattute innumerevoli statue, perchè la novella fede le considerava come fomite a mantenere la oscena idolatria pagana; ma non per questo si reputò necessario distruggere tutti i tempii della gentilità, anzi alcuni furono rivolti al culto cattolico, nè si tralasciarono d' usare come ornamenti della chiesa novella gli sparsi ruderi delle romane antichità.

Ora le colonne, i capitelli, i fregi di quegli edifizii romani, allorchè furono veduti dai sacri costruttori del nono, decimo ed undecimo secolo, non si considerarono come offese alla religione, e quindi, o si usarono di nuovo ove eravi abbondanza di vetuste rovine, come a Roma ed in tutta Toscana, ovvero, per quanto lo permetteva la rozza arte d' allora, si imitarono in tutti quei paesi ove pochissime e già rivolte ad altro uso erano le antiche rovine pagane. Se troppo non dovessi dilungarmi dal proposito mio, e non temessi a ragione di allungar di soverchio un discorso cui devo già fra poco dar termine, mi farei a provare come un tale sistema di barbara imitazione dell' antico, avesse cominciamento in Lombardia non più tardi della metà del nono secolo, e continuasse pei tre susseguenti nel Piemonte, a Genova, a Parma, a Piacenza, a Modena ed anche in alcune città della Romagna, e d' ordinario per tutto ove non si poteva più trarre profitto da rovine ragunaticcie, ed era forza alzare le chiese con materiali appositamente preparati. Questo sistema, nato fra noi, valicò le Alpi, e da una parte si distese nel mezzodì della Francia; dall'altra, trascorrendo la Svizzera, si fermò in Normandia, s' allargò sul Reno, penetrò in Inghilterra con le armi normanne; ed egualmente con le armi normanne si portò a modificare l' arabo e bisantino stile della Sicilia.

Quanto congetturo, parmi che trovi quasi la forza della certezza, quando si vogliano paragonare alcuni degli ornamenti dei secoli cui ora accennai con molti di Roma antica. Quelle bestie che pugnano fra loro, quei draghi che inseguono tigri, quegli uccelli che s' aggomitolano con leoni, tutti quei ghiribizzi in somma di cui sono stracariche le porte delle chiese, gli stipiti, e spesso i fregi che ricorrono all' intorno degli edifizii, sebbene rozzissimamente scolpiti, pure s' accostano assai ai meandri ricchissimi di Balbeck, di Palmira, di Ercolano e di Pompei. Non entro adesso a discutere se i Romani cavassero quei fregi dall' Asia o dagli Etruschi, o volessero con essi alludere a' riti della loro religione; a me basta poter far conoscere che gli architetti del nono e dei tre secoli susseguenti in molti dei loro fregi non miravano ad altro che ad imitare cose antiche.

Fatevi a guardare con attenzione i capitelli compositi sì ricchi e sì magnifici che usarono i Romani dopo il secondo secolo, e di cui ci rimangono ancora stupende reliquie; fatta astrazione dal merito della scultura, vi scorgerete le medesime aquile e i grifi e i capricorni e le serpi e le sirene e le teste umane, che furono il fondamento di quelle che appartengono all'oscura età su cui discorriamo. Per non citare che pochi esempii fra i molti che potrei scegliere, nella sola Roma, in S. Maria in Transtevere è un capitello antico jonico con la testa di Giove nel centro e due figure umane nel mezzo delle volute; in villa Borghese ve n' è un altro in cui le sfingi sono il principale ornamento. Nella villa Mattei conservasi un capitello con aquile agli angoli. Aquile pur veggonsi nei capitelli dell' arco di Settimio Severo ed in uno del palazzo Massimi, ove stanno anche figure nude che sostengono encarpii: vittorie ed armi scorgonsi in un capitello collocato dinanzi a S. Pietro in Albano, e a S. Lorenzo fuori le mura: frutta e cornucopie sono pure l' ornamento di un altro del palazzo Mattei; in un capitello, che Piranesi afferma aver tolto da antiche rovine, veggonsi cavalli surrogare le volute. Quanta nobile libertà, di cui pur troppo noi, imitatori, anzi copiatori spesso de' Romani, sapemmo profittar tanto poco! Una maggior prova che molti dei rozzi ornamenti del medio evo erano imitazioni di quelli usati dall' arte romana, può aversi ad Aquileja ed a Cividale, ove, molti essendo ancora gli avanzi

pagani in cui sta scolpita la vite e la pigna, veggonsi pure molti fregi barbari andar decorati da queste due frutta nella stessa guisa disposte. La capricciosa porta interna, per esempio, di S. Maria in Valle, opera probabilmente dell' undecimo secolo, mostra tralci e grappoli d' uva imitati da quelli che ancor veggonsi in parecchi ruderi d' Aquileja.

Ciò che ancor meglio conferma essere stati i rozzi ornamenti del medio evo puramente a decorazione, è il vederli frammisti senza regola e legge a fregi fuor di dubbio ornamentali. Nei capitelli della porta maggiore del duomo di Basilea, opera dell' undecimo secolo, la disposizione corintia è collegata immediatamente ai grifi ed ai leoni che pugnano insieme. Nel chiostro di Zurigo, ove i mostri e i draghi riboccano da ogni canto, par si volesse nettamente distinguere l' emblematico dall' ornamentale, collocando sotto al primo un motto che ne indicasse il contenuto all'osservatore (35). Quel bove accovacciato che vediamo uscire dagli angoli dello stesso chiostro, è incontestabile imitazione di quelle serraglie d' arco su cui i Romani scolpivano la figura di un bove con le zampe anteriori raggricchiate, forse per dare a conoscere essere la città ove quello ponevasi colonia romana, come appunto troviamo esempii a Rimini, a Nimes e sopra tutto a Verona, nei recenti scavi del teatro, proseguiti sempre dal Sig. Monga con rara liberalità.

Un' altra e più forte prova che mi raffermerebbe a tenere quei fregi un mero ornamento, sarebbe pure il vedere gli stessi pesci ed uccelli e draghi e demoni che si vorrebbero simbolici, posti ad abbellire le maiuscole in molti codici miniati dell' undecimo e duodecimo secolo. Vorrassi dire che ad ogni lettera iniziale il calligrafo avesse nell'anima un senso arcano da adombrare, un' allegoria da proporre ad indovinello? Sarebbe un po' difficile poterne dare qualche prova; tanto più che le stesse strambe figure sono usate per argomenti disparatissimi; e quindi se si volessero simboliche nei libri sacri, non potrebbero ragionevolmente più considerarsi tali ne' profani. Quando poi, a furia di sottigliezze e di affaticate congetture, si giungesse anche a distruggere quest' ultimo importante ostacolo, nullameno bisognerebbe cedere alle testimonianze che arrecherò.

Teofilo Monaco, il quale pare che scrivesse quel prezioso suo libro che

conosciamo sotto il nome di *diversarum artium schedula* (36) nel duodecimo secolo; dice, ove parla degli ornati da porsi sui vetri dipinti, essere bello inserire nei circoli di essi, uccelletti, bestioline, serpentelli ed immagini nude. E più sotto, ove accenna ai lavori da farsi nei sigilli, dopo avere indicate alcune rappresentazioni religiose da effigiarsi, aggiunge, *fiunt imagines pisciculorum et avium atque bestiarum, quae figuntur per schyphi campum, prebentes ornatum multum* (37). Qui certo nessuno dirà che il buon Teofilo volesse dare a quei suoi ornamenti un senso simbolico e sacro; se no, egli che religiosissimo era, non ce gli avrebbe con tanta indifferenza presentati come semplici mezzi di ornare. Ma se la più gran parte di quei ghiribizzi può dirsi unicamente ornamentale, non può per altro affermarsi che tutto sia in essi tolto a prestito dalle rovine di Roma antica. Altre cause, per quanto io penso, vi esercitarono una qualche influenza.

Fra le altre, un fatto antichissimo, ma pur finora superficialmente considerato, mi pare abbia contribuito a dare forse l'impulso più forte a così bizzarro gusto di ornamenti nelle chiese, e certo almeno a mantenerlo vigoroso. Sino da quando scriveva Claudiano, cioè fino da verso la fine del quarto secolo, il lusso dei cristiani si accresceva ogni giorno più, ed eglino vestivano ricchi tessuti fregiati d'ogni specie di fiori. Ci racconta Asterio in una sua omelia, come allora una tunica, un mantello, rinchiudessero fin seicento figure che porgevano fatti della vita di Cristo; e spesso, con bizzarra mescolanza, imitazioni di quei drappi d'India in cui stavano impresse pantere, leoni, orsi, tori, alberi e quanto poteva immaginare sbrigliata fantasia di pittore (38). Più tardi, cioè nell'ottavo e nono secolo, se dobbiam prestar fede ai monumenti portici da quei dottissimi uomini Le-Noir, Villemin e Desmarest (39), sommamente prosperavano le manifatture di questi tessuti, specialmente in Tiro ed in Alessandria sotto la protezione de' califfi. Fornivano ancora ai cristiani tinture ed abiti in cui erano rappresentati, come nel tempo precedente, i misteri della religione, le immagini dei santi e gli animali fantastici ora ricordati. Alcuni di questi drappi servivano poi per ornare le chiese nei giorni di festa, per quanto ci racconta Anastasio bibliotecario nelle vite dei pontefici, S. Adriano, Leone III, Gregorio IV,

Leone IV, Stefano VI. Verso la fine del decimo secolo quelle manifatture erano poi passate in Occidente, giacchè troviamo allora in Francia la fabbricazione delle tinture e dei tappeti adoperata a decorare le muraglie delle chiese; uso che facevasi ogni giorno più comune. A detta degli antichi cronisti del monastero di S. Fiorenzo a Saumur, esisteva in quell' abazia verso il 985 una manifattura, in cui i religiosi stessi tessevano drapperie ornate di fiori e di animali d' ogni sorta (40). Se dunque l' uso di queste drapperie rabescate di mostri era fatto così generale da essersi mutato in moda, se costumavasi in tutte le chiese di rilevanza stendere a festa drapperie così zeppe di ghiribizzi; non mi pare fuori del ragionevole congetturare, che gli architetti, specialmente di que' paesi che più erano in comunicazione con la fabbrica di Saumur, mantenessero nella parte ornamentale scolpita, un carattere non dissimile da quello che presentavano le predette tappezzerie, affinchè nel complesso vi fosse un generale accordo. Comunque sia la cosa, rimarrà sempre provato da quanto esposi intorno alle tappezzerie, che gli animali ed i mostri riguardavansi nei secoli su cui m' intrattengo, come ornamenti i quali nulla chiudevano di allegorico.

Se pure talvolta un qualche allegorismo può forse indovinarsi nei capitelli delle chiese ricordate, quello è sì chiaro e sì facile da esser compreso, che neppure può considerarsi come lingua emblematica. Sono, per esempio, preti circondati da demonii che li fugano coll'aspersorio, come vedesi in un capitello di S. Germano ai prati in Parigi; sono angeli che introducono l' anima cristiana dentro alla chiesa, come negli stipiti della porta maggiore del duomo di Zurigo; sono anime avviate al cielo dagli angeli e pur volute riconquistare dal diavolo, come in un capitello della chiesa di Rocqueville in Normandia; in somma ricordanze delle lotte e delle vittorie del cristiano sopra l' inferno, grande pensiero dominatore di quell' età, e fonte talvolta di singolari superstizioni.

Alcuni però fra gli animali scolpiti o dipinti dagli artisti specialmente dell' undecimo secolo, non mostrano, almeno pel modo con cui sono collocati, nessuna reminiscenza di antichi ornamenti romani, e neppure delle fantastiche drapperie del medio evo; e quindi lasciano a ragione sospettare essere chiuso

in essi un senso emblematico. Tali sono quei grifi e per lo più leoni che tenendo fra le zampe guerrieri o vitelli od agnelli sorreggono d' ordinario le colonne del pronao in molte chiese specialmente italiane, alzate dall' undecimo sino al decimoterzo secolo. Quelle che in Italia più si distinguono per così singolare ornamento sono le cattedrali di Ferrara, di Modena, di Parma, di Piacenza, di Genova, di Verona: S. Zeno in quest' ultima città, S. Ciriaco in Ancona, una piccola chiesicciuola a Chiusi, i tempii de' SS. Gio. e Paolo, di S. Saba, di S. Lorenzo in Lucina, di Santa Maria della Purificazione a Roma. Talvolta veggonsi questi grifi e questi leoni staccati e collocati in altri luoghi dei sacri recinti; ma bene osservandoli si scorge in quasi tutti che primitivamente servirono all' accennata destinazione, e di là furono tolti più tardi, forse a causa de' rinnovamenti portati alle chiese cui appartenevano. Sono di questo numero i due grifi che stanno sulla gradinata di Santa Giustina di Padova, e quelli posti nel secondo ordine di colonne sul fianco meridionale di questa basilica di S. Marco in Venezia, e i due leoni che stanno murati in parte nel campanile di S. Polo di questa stessa città, tenuti, non so perchè, da alcuni come allusivi alla morte del Carmagnola, ed altri che tralascio per non dilungarmi di troppo (31).

S. Dionigi l' Areopagita ci fa conoscere, come dai primi secoli della Chiesa, si tenesse il leone quale mistico emblema della potenza e della luce divina. E di fatti, quando i cristiani svolgevano le sacre carte, dovevano reputare sommamente appoggiata questa loro opinione. Nel tempio di Salomone che, al dire del venerabile Beda, era nell' ottavo secolo considerato come tipo delle chiese cristiane, il leone è noverato come uno de' simboli più importanti e più appariscenti. Nel capo 7, vers. 29 del terzo dei Re, ove quel tempio è minutamente descritto, dicesi che *tra piccole corone e lacci, erano leoni e bovi e cherubini, e sotto a' leoni ed a' bovi erano quasi corde di bronzo pendenti.* E al verso 37 dello stesso capo 7 è pur detto che *negli angoli del tavolato erano scolpiti leoni, cherubini e palme.* Ezechiello poi, al capo 41 vers. 19, nel descrivere quel tempio, e nell' indicare le molte sculture in esso contenute, fa parola di faccie di leone commiste a quelle degli angeli, alle quali stava interposta una palma, e che circondavano tutto l' edifizio.

Quindi è che S. Carlo Borromeo, dottissimo com' era della sacra liturgia, ove nel suo quarto sinodo porge istruzione sul modo di edificare le chiese, raccomanda che si ornino le porte loro con leoni, ad esempio del tempio di Salomone, il quale, dic' egli, comandò fossero ivi scolpiti per indicare la vigilanza dei sacerdoti.

Tutto questo per altro, se pure si raccosta alquanto, non mi pare abbia una diretta colleganza coi leoni e grifi sottoposti alle colonne, e collocati soltanto dinanzi alle porte delle chiese. A me sembra, che se avessero veramente dovuto ricordarci quelli del tempio di Salomone, non v' era nessuna buona ragione perchè non fossero adoperati nelle chiese cristiane del quarto e quinto secolo; ma il fatto è che in esse non mi avvenne d' incontrarli mai, e solo li comincio a vedere nei monumenti dell' undecimo secolo.

Per certo, con le ristrette cognizioni che ancora abbiamo sulle antichità dei tre secoli su cui m' intrattengo, non è facile trovare una ragionevole spiegazione di questi leoni. Se qui però, che siamo sforzati a navigare nello interminato mare delle congetture, una di più non sembrasse temeraria od inopportuna troppo, oserei sospettare che quei leoni alludessero alle tremende querele fra il sacerdozio e l'impero che dilacerarono Italia dall' undecimo fin quasi a tutto il duodecimo secolo. I predetti animali scolpivansi d' ordinario in atto di sbranare un vitello ovvero un guerriero; spesso anche in luogo di leoni ponevansi tori o lupi che tenevano sotto le zampe un agnello. Non sarebbe forse possibile che in tale maniera si volesse richiamare alla mente dei fedeli il famoso salmo 21 ove sono continue allusioni alle miserie che la Chiesa dovrà un giorno sofferire, e dove il leone ed il toro sono figurati come gli oppressori del sacerdozio? In quel salmo è detto: *Grossi tori mi assediarono e spalancarono le loro fauci contro di me, come leone che agogna alla preda e ruggisce.* E più sotto, dopo che la Chiesa per bocca di Davidde ha domandato al Signore soccorso in sì grave pericolo, esclama: *Salva me dalla gola del leone, e dalle corna degli unicorni la mia miseria* (42).

Le colonne poi sovrapposte a quegli animali sarei d' avviso volessero ricordare le due celebri che stavano sulla porta del tempio di Salomone, nomi-

nate *Jachin* e *Boas*, l'una che significa la consolidazione, l'altra la forza della chiesa, e quindi simbolo entrambe della potenza del Signore. Codesta congettura parrebbe confermata dal vedere che spesso andavano strette a metà da un nodo che collegavasi allo stesso loro fusto, e che da alcuni eruditi fu malamente preso per un serpente. Ciò mi sembra alludere al vers. 15 del capo 7 del terzo dei Re, ov'è detto che il fenicio Hiram, insigne a lavorare il bronzo, fece nel tempio di Salomone due colonne alte 18 cubiti, le quali erano allacciate da una corda di 12 cubiti.

Forse poi quelle colonne si sovrapponevano in tal modo alla schiena dei leoni accennati, per denotare la onnipotenza di Dio che, secondo il vers. 30 del salmo 91, *calpesterà il dragone ed il leone*, volendo forse così far conoscere come nella fiera lotta fra il poter temporale e lo spirituale, il Signore vorrà sicuramente portar a trionfo quest'ultimo. Alcuni fatti di qualche rilievo parrebbero appuntellare la mia congettura.

In primo luogo nella parte esterna del duomo di Pisa, presso una figurina colà intarsiata di marmo bianco e nero, la quale sta per essere inghiottita da due mostri sul fare dei nostri leoni, leggesi *de ore leonis libera me Domine*, ricordanza indubitabile delle parole del salmo 21 anzidetto, *salva me ex ore leonis.*

Secondo: questi leoni e le colonne da essi sostenute non cominciansi a vedere che nell' undecimo secolo, vale a dire contemporaneamente alle lotte fra il sacerdozio e l' impero, nè si veggono mai nelle epoche anteriori (43).

Terzo: in Roma, ove di raro scorgonsi i mostri e le bizzarrie di che van zeppe le chiese del mille, veggonsi però in tre o quattro basiliche alzate nell' undecimo secolo che ho già di sopra nominate, usati i leoni nel modo indicato. Ciò dimostra, se non erro, che in quelle belve eravi alcun che di allusivo alla dignità e agli interessi della Chiesa romana, e non un accidentale ornamento, od un simbolo de' primi secoli cristiani.

Varrebbe poi a meglio raffermare nella esposta congettura il vedere sopra alcuni di quei leoni una figura raggruppata che porta sul dorso la colonna, e pare schiacciata dal peso di quella. Vero è che appunto coloro che pensano essere la Chiesa cristiana una ricordanza del tempio di Salomone,

potrebbero voler trovare in quelle figure la spiegazione dei vers. 30 e 36 del capo 7 del terzo dei Re, ove sono scolpiti cherubini *quasi uomini che stavano in piedi.* Ciò forse potrebbe ammettersi, se quelle figure anzichè avere aspetto di cherubino non appalesassero spesso forme e movenze abbiette e quasi marchiate di riprovazione. Perchè poi non sarebbe lecito opinare che in quell' uomo tanto incurvato dal peso, si bramasse mostrare il poter temporale soggetto alla Chiesa, e dalla Chiesa schiacciato ogni volta che volesse ribellarsele? Mi crebbero un tale sospetto due di così fatte figure a sostegno di colonne, che stanno nella cattedrale di Worms, le quali non rappresentano già due volgari schiavi, ma invece due re, giacchè vanno cinti entrambi di corona. Ricordiamoci che a Worms fu concluso il concordato per le investiture fra Arrigo V e Callisto II nel 1122, e ricordiamoci del pari che la parte di quella cattedrale ove scorgonsi i predetti re oppressi dalle colonne, fu compiuta sul finire del secolo duodecimo. In quale altro paese meglio che a Worms poteasi conoscere quanto il potere dei principi avesse dovuto curvarsi sotto quel de' pontefici? Ben è vero che in quel famoso concordato il vantaggio fu tutto del poter temporale, attesochè l' imperatore non recedette da nessuna delle sue pretensioni; ma è vero che la Chiesa doveva per esso tenersi paga di essere così rimasta libera nelle cose spirituali, e di avere scosso quell' apparenza di soggezione che la gravava cotanto.

Meditando per altro pazientemente sulla esposta congettura e procurando rincalzarla coi fatti, uno me ne corse all' occhio da non molto, il quale mi obbliga a modificarla in alcuna parte, giacchè è tale di per sè da manifestare chiaramente come quei leoni si tenessero, quando cominciaronsi ad adoperare nelle chiese, come un segno augusto di religione, e non già come un' abborrita immagine de' persecutori della Chiesa. Sta in S. Zeno maggiore di Verona un altare che per lo stile non mi par posteriore al fine del duodecimo secolo: in esso le colonnette vanno sorrette da animali accosciati nel modo già accennato. L' uno di essi è un leone alato il quale, invece di tenere fra le zampe una serpe, un vitello od un soldato, come quelli che già indicai, custodisce il libro del vangelo di S. Marco, su cui da una parte sta scritto *Angelum meum,* e dall' altra *Evangelium secundum Marcum ecce*

mitto. L' altro è un toro pure alato, che del pari posa le zampe sopra un libro aperto ove leggesi: *Initium sancti evangelii secundum Lucam*. È chiaro che volendo con questi due simbolici animali alludere ai due evangelisti Marco e Luca, si bramò far conoscere non poter essere l' altare meglio guardato che da due fra i principali banditori della parola di Gesù Cristo. Questo solo fatto non basterebbe per certo ad avvalorare l' opinione che i leoni volessero indicar sempre gli evangelisti o i guardiani delle verità religiose; ma parmi sia bastante a dimostrare, come quegli animali non alludessero altrimenti ai nemici della Chiesa, ma piuttosto ai difensori di lei. Ciò mi sembra si possa argomentare anche osservando i due leoni che stanno sulla porta della stessa basilica di S. Zeno, e gli altri che reggono il pronao della cattedrale veronese, i quali tengono fra le zampe una testa mostruosa che si direbbe appartenere ad un essere diabolico: lo che potrebbe assai facilmente voler significare come il leone sia simbolo della Chiesa, la quale debella le male arti di Satana. Forse non sarebbe fuori del ragionevole il pensare che i predetti leoni si collocassero nel medio evo dinanzi alle porte delle chiese per quella stessa ragione per cui gli Egizii, gli Assirii e i Persiani, e sopra tutto gl' Indiani (44), li ponevano nei loro tempii, vale a dire, perchè fossero quasi custodi de' sacri recinti. Era nei popoli antichi la falsa opinione che il leone dormisse cogli occhi aperti, e quindi ne consideravano la immagine come il simbolo più conveniente a denotare la vigilanza sacerdotale, che ha mestieri di stare sempre desta intorno alle cose di religione. I cristiani possono aver applicata anche questa idea al loro culto, senza temer per nulla d' urtare nel paganesimo o nell' idolatria; giacchè sapevano come il leone fosse simbolo di un evangelista, e, secondo S. Dionigi l' Areopagita, il principale fra gli animali mistici *ed indizio del lume divino*. A chi opponesse poi che i cristiani difficilmente potevano aver modo di andar ad imitare codesti leoni nell' Asia e nell' Africa, risponderei che fino dal tempo di Giustiniano erano frequentissime le comunicazioni fra i monaci d' Europa e gli altri stanziati nei conventi d' Asia e d' Africa; ed in quelle frequenti peregrinazioni i nostri come gli stranieri potevano avere osservato negli antichi monumenti i nominati simboli, e avere deliberato tanto più volentieri di

imitarli, quanto che in luogo di opporsi al domma cristiano, valevano anzi a meglio manifestarlo.

Sola cosa che rimarrebbe a spiegarsi, e che potrebbe ricondurci alla già premessa congettura, essere veramente questi leoni emblema del potere imperiale in lotta col papato, sarebbe il non vederli adoperati prima che incominciassero le aspre querele fra il sacerdozio e l' impero. Ma io penso appunto che allora soltanto i leoni si cominciassero a considerare come un simbolo utile alle moltitudini, quando la Chiesa veniva attaccata ne' suoi diritti dagl' imperatori, e allora si mettessero a sostegno delle mistiche colonne di Salomone, perchè dicessero al popolo, con la efficace evidenza delle arti figurative, le profeticamente sublimi parole di Giacobbe al figlio Giuda : *catulus leonis Juda : ad praedam fili mi, ascendisti : requiescens accubuisti, ut leo et quasi leaena : quis suscitabit eum ?* (45)

L' uso per altro di codesti leoni dinanzi alle porte delle chiese non si ferma col duodecimo secolo, ma continua nei due susseguenti, perchè ne troviamo esempii così nell' abside come nelle porte laterali del duomo di Trento edificato da Maestro Adamo d' Aragno nel 1212 ; e nella cattedrale di Lodi il cui esterno appartiene alla metà del secolo quartodecimo, ed in S. Lorenzo di Vicenza, opera egualmente di quella età, ed in altre chiese ancora che torna inutile qui nominare. Col progredire de' tempi poi è da credere che i predetti grifi e leoni, da simbolici ch' erano si tramutassero in ornamentali. E forse non altro che come ornamento gli adoperarono, e Nicola Pisano, sotto gli eleganti quanto preziosi pergami di Pisa e di Siena, e i numerosi scultori di sepolcri che fiorirono nel decimoquarto e decimoquinto secolo, i quali assai di frequente gli usarono a sorreggere le arche mortuali. Anzi abbiamo buona ragione di credere che anche nel duodecimo secolo si usassero spesso, non altro che come un bizzarro fregio ; imperocchè il citato Teofilo Monaco ove parla degli ornamenti da porsi agli scrignetti d' oro e d' argento, dice che gli artefici erano soliti scolpirvi leoni e grifi nell' atto di soffocar pecore, o *qualunque altra cosa lor talentasse*, la quale ultima espressione mi pare dimostri che senso simbolico in essi non contenevasi (46).

Raccogliendo le sparse fila del mio discorso in una conclusione che

forse da un pezzo, Signori, desiderate, parmi resti dalle precedenti osservazioni provato :

1.° Che la scultura ornamentale dal terzo al settimo secolo dell' era, fu per la maggior parte simbolica, e che se alcuni di quei simboli parevano tratti dal culto pagano, avevano per altro il loro sostegno nelle sacre scritture.

2.° Che non era da cristiani considerata cosa eretica nè colpevole seguitare l' architettura del gentilesimo in tutte quelle parti in cui mostravasi solamente ornamentale, e non richiamava con simulacri speciali il culto di questo o quel nume.

3.° Che dopo il settimo secolo la simbolica ornamentale cristiana si allenta, e dà luogo alle rappresentazioni storiche attinenti alla Bibbia ed alle azioni de' santi ; senza però che gli emblemi incontestabilmente sacri cessino d' essere adoperati fino alla metà del decimoquarto secolo.

4.° Che la maggior parte degli animali e dei ghiribizzi di cui riboccano i capitelli ed i fregi delle chiese dal nono fino al duodecimo secolo, non sono nè simboli di eresia gnostica, nè rappresentazioni del culto d' Odino, nè emblemi strettamente sacri, nè accidentale capriccio degli architetti ; ma invece rozza imitazione o della antica architettura di Roma, o della *romano-cristiana*, o delle fantastiche drapperie che decoravano le chiese.

5.° Che se pur v' hanno nelle chiese dei quattro secoli sopra nominati alcune rappresentazioni veramente simboliche queste sono gli animali degli evangelisti, alcune scene che alludono all' immortalità dell' anima ed alle tentazioni del demonio, ovvero ai mesi dell' anno ed alle stagioni, e finalmente i leoni ed i grifi che sostengono colonne dinanzi alle chiese.

Quando pure mi fossi ingannato ne' miei ragionamenti ancora non reputerei aver fatta cosa disutile interamente, se le ricerche mie potessero almeno porre gli studiosi della architettura del medio evo, sopra via meno incerta per giungere allo scioglimento di una fra le più intricate quistioni della storia dell' arte, come è quella che concerne i misteri della Simbolica. I quali misteri, per quanto avviluppati di arcane forme e di più arcani sensi, pure sono l' opera del senno dei nostri padri, pure sono veste di religione augusta.

pur trassero dall' Italia l' origine e lo sviluppo, quindi a noi tutti parer debbono venerandi, perchè sacra eredità di maggiori. Sarebbe pur bello se nella più famosa città del mondo, nell' unica Roma, ove adesso prospera fiorente un Istituto di classica archeologia, un altro ne fosse ove le antichità del medio evo si studiassero con accurate indagini, con ricerche pazienti, con quell'amore che dee portarsi alla terra benedetta ed infelice che fu maestra di civiltà allo straniero. Più bello ancora sarebbe se quei simboli che fregiano le primitive basiliche, quelle chiese che i cristiani disposero conforme ai bisogni del loro culto ; quelle chiese che il grande Brunelleschi studiava ed emulava nelle eleganti moli di S. Spirito e di S. Lorenzo in Firenze, fossero guardate dagli architetti presenti, non solo senza dissennati dispregi, ma con quella riverente attenzione che cerca nei monumenti, alzati piuttosto dai popoli che dagli individui, il profondo pensiero che gli originò. Forse allora scoprirebbero che in quelle semplici disposizioni basilicali è meglio provveduto al rito cristiano che col più sontuoso tempio alla greca ; forse allora si accorgerebbero che in quegli scherniti simboli, marchiati adesso di barbarie, in quegli archi girati sulle colonne, segno all' ira de' precettisti, sta il germe di bellezze vigorose, le quali altro non aspettano che una maggiore perfezione della forma ; sta la scintilla di novelle creazioni non meno venuste delle greche e delle romane, e di queste più proprie a staccar l' animo dalla creta. Se la mite ilarità del clima e del sole, se i più vivaci impeti dello spirito, se gli affetti, le tradizioni, i costumi d' Italia, fanno men convenienti alle chiese nostre, o meno comprese dal popolo quelle maestose arditezze della cattedrale *archi-acuta* che tanto valgono a sollevare lo spirito dalla terra, a lanciarlo più puro e più libero nell' immenso pensiero del cristianesimo, la morte e l' eternità, almeno profittiamo di quei primitivi concetti rituali e simbolici, che sono pure tutti italiani, e che, serbando molte parti dell' antica architettura, le convertirono e rigenerarono, sicchè ne uscisse espressione strettamente conforme all' innovata società cristiana. Siamo ridotti, miseria lamentevole delle regole, a dover porre il corintio tanto sulla facciata di una chiesa che su quella d' un teatro ; ad usare la stessa loggia jonica così per un tribunale che per un palazzino campestre ; ad inventare i cimiteri cristiani al modo degli Egi-

zii, dei Greci e di altri popoli che avevano religione e funerali differenti dai nostri. Siamo pari a colui che di una lingua conosce pochissime voci, e quelle vuol che gli servano ad ogni caso; è chiaro che all' intenzione deve mancargli la parola, quindi mostrarsi incompiuto, infiacchito o falso il pensiero. Ove ora Napoli alzò quel suo dispendioso quanto freddo S. Francesco di Paola; ove Parigi profuse milioni nella Maddalena, immaginatevi invece, o Signori, le basiliche di Santa Croce e di Sant'Agnese a Roma, di S. Apollinare in Classe a Ravenna, di S. Frediano a Lucca, ornate di musaici condotti con quella rara perfezione della forma cui giunse in alcuni luoghi, e specialmente a Roma, quell'arte sovrana. Immaginatene gli ornamenti ed i simboli, non più rozzamente scolpiti, come nei primi secoli dell' era, ma lavorati con quella eleganza e quella toccante espressione che sanno dare alle opere loro un Bartolini, un Tenerani, e questa luce della veneziana scultura, Luigi Ferrari. Rivestitene le ampie finestre di vetri armonicamente colorati, attraverso i quali il sole avvivi di magiche tinte religiose storie, e spandendo l' iride per le volte del tempio porti l' animo a meditare fuor della terra. Doratene gli archi e le cupole, come nella basilica insigne che questa regina dell' Adriatico eresse con le reliquie della greca e bisantina magnificenza, e ditemi chi più bramerebbe vedere alzata una chiesa ad imitazione del Panteon?

(*Lette il* 30 *Marzo* 1845.)

NOTE

(1) Giulio Cordero da San Quintino. *Ragionamento sopra l' architettura longobarda.* Brescia, 1828. — T. Hope, *Histoire de l' architecture, traduite de l' anglais par Baron.* Bruxelles, 1839, due vol. in 8.°

(2) Hope, Op. cit. pag. 223 e seg.

(3) Defendente e Giuseppe Sacchi: *Intorno all' architettura simbolica civile e militare usata in Italia nei secoli VI, VII, VIII.* Milano, 1828, in 8.°

(4) *Caeterum in claustris coram legentibus fratribus, quid faciat illa ridicula monstruositas, mira quaedam deformis formositas, ac formosa deformitas? Quid ibi immundae simiae? Quid feri leones, quid monstruosi centauri? Quid semi-homines? Quid maculosae tigrides? Quid milites pugnantes? Quid senatores lubicinantes? Videas sub uno capite multa corpora, et rursus in uno corpore capita multa. Cernitur hinc in quadrupede cauda serpentis, illinc in pisce caput quadrupedis. Ibi bestia praefert equum, capra trahens retro dimidium; hinc cornutum animal equum gestat posterius. Tam multa denique, tamque mira diversarum formarum ubique varietas apparet, ut magis legere libeat in marmoribus quam in codicibus, totumque diem occupare singula ista mirando, quam in lege Dei meditando. Pro Deo! si non pudet ineptiarum, cur vel non piget expensarum?* — S. Bernard. *Apologia ad Guillel. S. Theodor. Ab.* Tom. I, cap. VII, col. 539 dell' ediz. di Parigi, 1690.

(5) Atenagora, Legat. pro Christ., cap. XXIV.

(6) Cod. Theod., *tit. X, lib. XIX. De pag. sacr. et templ.*

(7) Theod. lect., *Excerpt. eccl. hist.*, lib. I, cap. XV. — S. Leon. apud S. Johan. Damasc. *De imaginibus*, Oratio tertia. pag. 368-387.

(8) Exodus, cap. XX, vers. 4, 5, 23.

(9) S. Clem. Alex. *Pedag.*, lib. tertius, cap. II. — Tanto pensavano ciò i primi cristiani che nel Concilio di Illiberos, tenuto nel 305, è detto: *Placuit* (picturas) *esse in ecclesia non debere, ne quod colitur et adoratur in parietibus depingatur* (Conc. Illib. can. 36). Questo decreto, di cui si fecero gran puntello gli iconoclasti, fu il soggetto d' interminabili discussioni.

(10) S. Paul., *Ad Corinthios*, epist. I, cap. I, vers. 22, 23. — Arnob., *Adv. gent.* Lib. I, fol. 5 e 7, edizione 1542. — Lactantius, *Div. Ist.*, lib. IV, cap. XIV.

(11) Rumohr, *Italienische Fozschungen.* Berlin, 1831. *Drit. Theil.* fol. 165.

(12) Monges, *Dictionnaire d' Antiquités, etc.* l'Encyclopédie méthodique, art. *Orphée, Orphiques.*

(13). Euseb., *Laud. Const.*, lib. XII, cap. XV. — Arringhi, *Roma sott.*, lib. VI, cap. XXI, tomo II, pag. 560. Fed. Borrom. *De pict. sacra*, lib. II, cap. I, in *Symbol. litt. medii aevi*, nel tomo VII dell'ediz. 1754, pag. 47.

(14) Si possono vedere figure per gran parte simili a quelle del buon pastore cristiano, nelle tombe de' Nasoni e di Publio Celio Sabino, pubblicate dal Mabillon (Mus. Ital., tom. I, pag. 223). Puossi affermare che il tipo di questa rappresentazione rimonta all'antichità ellenica, perchè trovasi in Pausania che Calame abile scultore, aveva fatto a Tanagra la figura d' un pastore con un animale sulle spalle. Lo stesso Pausania ci racconta che in quest' ultima città il giovine più bello la percorreva portandosi una pecora sulle spalle. Calpurnio e Tibullo ci porsero ne' lor versi questa gentile immagine dell' innocente vita de' campi.

(15) Evang. S. Johan., cap. XV, vers. 11. Al verso 16 dello stesso capo aggiunge: *et* (oves) *vocem meam audient et fiet unum ovile et unus pastor.*

(16) *Et cum invenerit eam, imponit in humeros suos gaudens. Et veniens domum convocat amicos et vicinos dicens illis: congratulamini mihi quia inveni ovem meam, quae periebat.* S. Luc. cap. XV, v. 5-6.

(17) S. Matheus, cap. X, vers. 16.

(18) Defendente e Gius. Sacchi, *op. cit,*, pag. 153.

(19) Id. id.

(20) Ezech., cap. XVII, vers. 3-7.

(21) S. Johan., cap. XXV, vers. 1-5.

(22) S. Math., cap. X, vers. 16.

(23) S. Johan., cap. I, vers. 29-36.

(24) Apocal., cap. V, vers. 5-8.

(25) Id. id. vers. 14.

(26) Isaia, cap. LIII, vers. 7.

(27) Certo Anselmo Costodono, monaco camaldolese scrisse un'operetta col titolo *Del Pesce simbolo di Cristo presso gli antichi cristiani*, ed è lavoro ricco d' erudizione; ma più pregevole assai è quanto dettò intorno a cosi fatto argomento l'Ab. Polidori in alcuni bene svolti articoli inseriti nel Giornale *L'amico cattolico.*

(28) Tertull., *De Baptism.*, cap. I.

(29) Beda in *Job*, lib. I, cap. XII.

(30) È da avvertirsi per altro che gli artisti cristiani usarono il pesce tanto per indicare i redenti che il Redentore, come ne fa sapere con pensata critica il dottissimo Polidori nel citato lavoro. Le stesse cinque lettere ond' è composta la parola ΙΧΘΥΣ, considerate come iniziali di altrettante parole, trovaronsi nell' idioma

greco, atte a ricordare il nome, le due nature e la qualità del Salvatore. — Il valente Polidori prova ciò con un passo di Ottato Milivetano e più col seguente di S. Agostino *De Civ. Dei*, lib. XVIII, cap. XXIII, che spiega limpidamente il fatto: *Graecorum quinque verborum quae sunt* Ιησοῦ Χριστος Θεοῦ Υιος Σωτηρ, *quod est latine, Jesus Christus Dei filius Salvator, si primas litteras jungas erit* ΙΧΘΥΣ; *idest piscis, in quo nomine mystici intelligatur Christi* (Amic. Catt. tom. I, pag. 225).

(31) Osea, cap. XIV. vers. 3.

(32) A meglio chiarire questa specie di corrispondenza simbolica fra i qui indicati avvenimenti dell'antica con la nuova legge, gli scultori usavano spesso effigiare sulla fronte de' sepolcri cristiani, da un lato i fatti dell'antico testamento, dall' altro quelli del nuovo che venivano dai primi allegoricamente espressi. Se ne possono vedere frequenti gli esempii nelle voluminose opere dell' Arringhi, dell' Allegranza, del Boldetti, del Bottari, ecc. ecc.

(33) S. Dionig. Areop., *De Celesti Hyerarch.*, cap. II, pag. 15-18; cap. XV, pag. 132 e seg. — Epist. IX, *Tito Episcopo*, pag. 611, ediz. di Venezia, 1755. Sono pure da vedersi le erudite annotazioni del Cordero ai passi citati, ove dà buone indicazioni intorno alla simbolica figurata in corrispondenza con le sacre scritture. È noto che molti tengono gli scritti di S. Dionigi come opera del vescovo Sinesio che viveva nell' ottavo secolo.

(34) Concil. quinixest. in Trullo, canon. LXXXII.

(35) Ciò apparisce ancor più chiaramente dai bassirilievi rozzissimi che stanno sulla facciata di S. Zeno in Verona, ove le composizioni storiche od emblematiche portano iscrizioni che ne dichiarano il senso, mentre i fregi ornamentali, per quanto bizzarri sieno, non sono accompagnati da nessuna parola. Il Persico riportò tutte quelle iscrizioni nella sua Guida. *Verona e la sua Provincia.* Verona 1838, pag. 142 e seg.

(36) Teoph. Mon., *Libri tres, seu diversarum artium schedula.* Lutetiae Parisiorum, 1843, in 4., pag. 192.

(37) Teoph. Mon., *Op. cit.* pag. 244.

(38) S. Asterius, *Homelia de divite et Lazaro*, pag. 3 e 4.

(39) Anche E. David, nella *Histoire de la gravure au moyen âge*, pag. 141, versò a lungo intorno alle stoffe figurate del medio evo.

(40) *Binos etiam ex lana dossales texi praecepit . . . margo erat candidus, bestiae vel aves rubrae. Hist. Monast. S. Florent. Salm. apud Mart. et Dun. Ampl. Collect.* Tom. V, col. 1106, 1107. Questo passo, riportato dal David nel suo aureo scritto *Histoire de la peinture au moyen âge*, pag. 106, gli aprì campo ad erudite osservazioni, che estese ancor più nell'altra opera sopra citata *Histoire de la gravure*, p. 142 e seg.

(41) Veramente i due leoni che stanno ai fianchi dell'altare della cappella Zeno a Venezia, mostrano di non aver mai portato colonna sul dorso. Per altro se ciò prova che i leoni non sempre si ponevano nelle chiese a sorreggere le colonne del pronao, non rimane altrimenti distrutta la congettura mia di tenerli allusivi alle contese fra il sacerdozio e l' impero, giacchè anche quelli della cappella Zeno non possono sicuramente essere anteriori all'undecimo secolo e forse gli sono di molto posteriori. A giudicarne dallo stile della scultura, mi pajono lavorati in quelle età in cui, come dirò in seguito, codesti leoni erano divenuti un mero ornamento.

(42) Psal. XXI, vers. 14-22.

(43) Le grandi lotte fra il sacerdozio e l' impero cominciarono allo incirca nel 1054, prima ancora che Gregorio VII salisse alla sede pontificia, e terminarono col concordato di Worms, accaduto nel 1122, fra Enrico quinto imperatore ed il Papa Callisto secondo.

(44) È probabile che l' uso di questi leoni venisse tolto piuttosto dall' India che dalle altre qui nominate regioni dell'Asia e dell'Africa; giacchè colà vediamo nella grande pagoda di Chalembron due leoni sostenere sul dorso le colonne, nel modo stesso che nelle chiese cristiane sopra ricordate (V. Wiebeking, *Practische Bürgerliche Baukunde etc.* Monaco, 1821. Atlante, tav. XI). De' leoni così disposti veggonsi pure all' ingresso del così detto palazzo d' Indra ad Ellora, e di una delle cappelle monoliti di Mavalipouram sulla costa del Coromandel non lungi da Madras (V. L. Battissier. *Histoire de l' Art monumental etc.* Paris, 1845, pag. 5 e seg.) Mi conferma ancor più nella qui esposta opinione il vedere nell' ospizio di Tremal-Naik a Madhouréh una figura d' uomo sopportare a guisa di mensola il cornicione, e come in molte chiese cristiane dell' undecimo secolo, essere anche colà collegato al leone. Mi pare impossibile che tanta coincidenza possa essere puramente accidentale. Non sarebbe forse difficile lo indovinare come questi leoni indiani, servissero di modello a quelli che in molti paesi dell' Italia e di Francia erano posti a fiancheggiare le porte delle chiese. Cosmas nella sua *Topographia Christiana* scritta ai tempi di Giustiniano, ci racconta come trovasse numerosissimi i cristiani nell' India, e molte città di quella contrada avessero allora e vescovi e monaci, ed un clero che manteneva viva comunicazione con Roma e con gli ecclesiastici dell' Occidente. (V. Montfaucon, *Collect. nov. patr.* Tom. II, lib. III, pag. 178.)

(45) Genes. cap. XLIX, v. 9. — Anche S. Bernardo mostrò considerare il leone di Giuda come difesa e sostegno al gregge di G. Cristo, ove dice: *Gratias magnas illi leoni de tribu Juda: rugire iste potest, ferire non potest. Rugiat quantum vult; tantum non fugiat ovis Christi.* V. In Psalmum *Qui abitat*, Sermo XIII, tom. I, pag. 866.

(46) Theoph. Mon., *op. cit.*, pag. 251.

SULLA INTEGRAZIONE

DELLA FORMULA $\frac{F}{E\sqrt[3]{\Psi}}$

ESSENDO F, E, Ψ FUNZIONI INTERE DI UNA MEDESIMA VARIABILE

CONSIDERAZIONI

DEL PROF. GASPARE MAINARDI

SOCIO CORRISPONDENTE

La teoria delle trascendenti ellittiche ed abeliane, maestrevolmente coltivata da D' Alembert, Fagnani, Eulero e Legendre, mirabilmente promossa dai sommi analisti Abel e Jacobi, e che va tuttora perfezionandosi per opera degli illustri geometri Liouville, Hermitte ed altri, forma in oggi la parte più elevata del calcolo integrale delle funzioni. Sulla integrazione delle formule irrazionali di ordine superiore, non troviamo che poche memorie di Eulero, Rumowski e Lexell, inserite negli Atti delle Accademie di Pietroburgo e Berlino, e qualche cenno nella classica Teoria delle trascendenti ellittiche di Legendre: lavori che riguardano alcuni casi particolari, nei quali generalmente possiamo togliere la irrazionalità con le trasformazioni già note. Nella presente memoria offro il risultamento di alcuni studii intorno alle funzioni irrazionali del terzo ordine, intrapresi seguendo il metodo indicato da Abel con le parole seguenti: « *Dans le calcul intégral, au lieu de chercher, à l' aide d' une espèce de tâtonnement et de divination, d' intégrer les formules différentielles, il faut plutôt chercher, s' il est possible, de les intégrer de telle*

ou telle manière.» (Abel, Œuvres, T. II, pag. 185). In questo mio lavoro indico primieramente, come la integrazione della formula generale si riduca a quella di alcune elementari; di poi, esaminate le varie forme che può assumere l'integrale generale, determino le condizioni richieste da quella trasformazione, e sono per tal maniera condotto a molti integrali, che credo fino ad ora inosservati.

1. Indichiamo coi simboli $F(x)$, $E(x)$, $\Psi(x)$ tre funzioni intere di una medesima variabile x e poniamo $\sqrt[3]{\Psi(x)}=v$.

Tutte le volte che fosse data ad integrare una funzione intera di x e v, cioè una funzione della forma

$$\frac{A+Bv+Cv^2}{D+Ev+Fv^2}$$

ove $A, B \ldots F$ rappresentano funzioni intere di x, indicate con θ_1, θ_2 le radici cubiche immaginarie dell'unità, se moltiplicheremo i termini di quella frazione pel prodotto

$$(D+\theta_1 E v+\theta_2 F v^2)\ (D+\theta_2 E v+\theta_1' F v^2)$$

il risultamento si ridurrà alla somma di tante funzioni della forma $\frac{F(x)}{vE(x)}$, le quali resteranno ad integrare.

2. Supponiamo che la funzione $\int \frac{F(x)}{vE(x)}\,dx$ sia algebraica intera rispetto ad x e v, pel che dovrà essere

$$\int \frac{F(x)}{vE(x)}\,dx = P+Qv+Rv^2$$

ove P, Q, R, indicano funzioni intere di x. Differenziata quella equazione si ottiene

$$\frac{F(x)}{vE(x)} = P'+\left(Q'+\frac{1}{3}Q\frac{\Psi'}{\Psi}\right)v+\left(R'+\frac{2}{3}R\frac{\Psi'}{\Psi}\right)v^2$$

essendo $P' = \frac{dP}{dx}, Q' = \frac{dQ}{dx}, \ldots, \frac{dv}{dx} = \frac{\Psi'}{3\Psi}v, \frac{d^2v}{dx^2} = \frac{2}{3}\frac{\Psi'}{\Psi}v^2$

Avremo quindi

$$\frac{F(x)}{E(x)} = (R' + \frac{2}{3}R\frac{\Psi'}{\Psi})\Psi + P'v + (Q' + \frac{1}{3}Q\frac{\Psi'}{\Psi})v^2$$

ossieno $\frac{F(x)}{E(x)} = \Psi R' + \frac{2}{3}R\Psi', \; P' = 0, \; Q' + \frac{1}{3}Q\frac{\Psi'}{\Psi} = 0$

Integrate queste equazioni, raccogliamo dover essere

$$E(x) = 1\,, \quad P = \text{costante}, \quad Qv = \text{costante}$$

ed avremo

$$(1) \qquad \int \frac{F(x)}{E(x).v}dx = Rv^2 + \text{ cost.}$$

quando sieno $E(x) = 1, \quad F(x) = \Psi R' + \frac{2}{3}R\Psi'.$

3. D' ora in avanti indicherò con le scritture $gr.F(x), gr\Psi, \ldots$ i gradi rispetto ad x dei polinomii $F(x), \Psi(x) \ldots$
Intanto per le equazioni (1) vediamo dover essere almeno

$$gr.F(x) = gr\Psi(x) - 1$$

Se poi vi poniamo

$$R = 1, \quad \Psi = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \ldots + a_r x^r \ldots + a_n x^n$$

si avrà

$$(a) \quad na_n\Delta_{n-1} + (n-1)a_{n-1}\Delta_{n-2} + \ldots + 2a_2\Delta_1 + a_1\Delta_0 = \frac{3}{2}v^2 + \text{cost.}$$

ove $\Delta_r = \int \frac{x^r}{v}dx$ ed r intero positivo.

Supposto $m = \frac{2}{3}, R = x + A_1,$ si ottiene

$$(1+mn)a_n\Delta_n + ((1+m(n-1))a_{n-1} + mna_nA_1)\Delta_{n-1} \ldots + ((1+mr)a_r + m(r+1)a_{r+1}A_1)\Delta_r$$

(b) $\quad \ldots + (a_0 + ma_1 A_1)\,\Delta_0 = (x + A_1)\,\rho^2 + \quad \text{cost.}$

Fatto $\quad R = x^2 + A_1 x + A_2 \quad$ avremo

$$mna_n\Delta_{n+1} + (1 + mnA_1)\,a_n + m(n-1)\,a_{n-1})\,\Delta_n + \ldots$$

$$\text{(c)}\quad \begin{aligned} &+ (1 + mrA_1)\,a_r + m(r-1)\,a_{r-1} + (r+1)\,a_{r+1}A_2)\,\Delta_r + \ldots \\ &+ (a_0 + ma_1A_2)\,\Delta_0 = (x^2 + A_1 x + A_2)\,\rho^2 + \quad \text{cost.} \end{aligned}$$

La prima equazione (a) fornisce Δ_{n-1} dato pegli integrali

$\Delta_0, \Delta_1, \ldots, \Delta_{n-2}$: Supposto nella (b)

$$(1 + m(n-1))\,a_{n-1} + mna_nA_1 = 0$$

ne ricaveremo Δ_n espresso pei medesimi integrali. Così ponendo in (c)
$a_n(1 + mnA_1) + m(n-1)\,a_{n-1} = 0$, $a_{n-1}(1 + m(n-1)A_1) + m(n-2)\,a_{n-2} + mnA_2a_n = 0$
avremo Δ_{n+1} e con lo stesso metodo troveremo $\Delta_{n+2}, \Delta_{n+3}, \ldots$ pel che siamo condotti a conchiudere che: Qualunque funzione Δ_{n-2+r} si può esprimere razionalmente per mezzo degli integrali elementari

$\Delta_0, \Delta_1 \ldots \Delta_{n-2}$ di x e di ρ.

4. Ripresa la equazione (b), sostituitovi il valore di A_1, e supposto

$$(1 + mr)\,a_r + m(r+1)\,A_1 a_{r+1} = 0$$

per qualunque intero r avremo

$$a_r = \frac{(1+m)(1+2m)(1+3m)\ldots(1+(r-1)m)}{1.2.3\ldots r}\left(-\frac{1}{mA_1}\right)^r a_0$$

quindi la formula notabile

$$\int \frac{x^n dx}{\left\{1 + x + \frac{1+m}{1.2}x^2 + \frac{(1+m)(1+2m)}{1.2.3}x^3 \ldots + \frac{(1+m)(1+2m)\ldots(1+(n-1)m)}{1.2\ldots 4}x^n\right\}^{\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{1.2\ldots 4}{(1+m)(1+2m)\ldots(1+nm)}\left(x - \frac{1}{m}\right)\left(1 + x + \frac{1+m}{1.2}x^2 \ldots\right)^{\frac{2}{3}}$$

E col medesimo ordine di calcolo conseguiremo la equazione più generale che ho indicata nella Memoria intorno ad una dimostrazione diretta di un celebre teorema di Abel e Jacobi, pubblicata nel tomo XXIII degli Atti della Società italiana delle scienze, 1844. Altre ancora più composte si otterranno col mezzo della equazione (c) e quelle che analogamente derivano dalla equazione (1).

5. Supponiamo che l'integrale $\int \frac{F(x)}{v\,E(x)}\,dx$ sia esprimibile da una funzione di x e v algebraica frazionaria, e però si abbia

$$\int \frac{F(x)}{v\,E(x)}\,dx = \frac{A + Bv + Cv^2}{D + Ev + Fv^2}$$

ove $A, B \ldots\ldots$ sieno funzioni intere di x. Indicate con $\theta_1\,\theta_2$ le radici cubiche immaginarie dell' unità, se moltiplicheremo i termini di quella frazione pel prodotto

$$(D + \theta_1 E v + \theta_2 F v^2)\,(D + \theta_2 E v + \theta_1 F v^2)$$

il denominatore verrà liberato dall' irrazionale ed avremo

$$\int \frac{F(x)}{v\,E(x)}\,dx = \frac{P + Qv + Rv^2}{S}$$

essendo $P, Q, R, S,$ funzioni intere di x. A fine di determinarle, differenziata questa equazione per x, si ottiene la seguente

$$\frac{F(x)}{v\,E(x)} = \frac{1}{S^2}\left[P'S - PS' + \left\{\left(Q' + \frac{1}{3}\,Q\,\frac{\Psi'}{\Psi}\right)S - QS'\right\}v + \left\{\left(R' + \frac{2}{3}\,R\,\frac{\Psi'}{\Psi}\right)S - RS'\right\}v^2\right]$$

ossia

$$\frac{F(x)}{E(x)} = \frac{1}{\Psi S^2}\left[\left\{\left(\Psi R' + \frac{2}{3}R\Psi'\right)S - \Psi RS'\right\}\Psi + (P'S - PS')\Psi v + \left\{\left(Q'\Psi + \frac{1}{3}Q\Psi'\right)S - \Psi QS'\right\}v^2\right]$$

dalla quale derivano

$$P'S - PS' = 0\,,\quad \left(Q'\Psi + \frac{1}{3}\,Q\Psi'\right)S - \Psi QS' = 0$$

vale a dire, integrando,

$$\frac{P}{S} = \text{costante}, \qquad \frac{Q v}{S} = \text{costante}$$

pel che avremo

$$(2) \qquad \int \frac{F(x)}{v E(x)} dx = \frac{R}{S} v^2 + \text{costante}$$

quando sia

$$\frac{F(x)}{E(x)} = \frac{1}{S^2} \{ (\Psi R' + \tfrac{2}{3} \Psi' R) S - \Psi R S' \}$$

6. Pongasi primieramente $S = (x-a)^r$, essendo r intero positivo pel che

$$\frac{F(x)}{E(x)} = \frac{1}{(x-a)^{r+1}} \{ (\Psi R' + m \Psi' R)(x-a) - r \Psi R \}$$

e siccome qualunque funzione intera $\Psi(x)$ può sottoporsi alla forma

$$\Psi(x) = \Psi(a) + (x-a)\Psi'(a) + \frac{(x-a)^2}{1.2}\Psi''(a) \ldots + \frac{(x-a)^n}{1.2\ldots n}\Psi^{(n)}(a)$$

supposti $R = 1$, $\frac{1}{1.2\ldots r}\Psi^{(r)}(a) = \Psi_r$, avremo

$$\frac{F(x)}{E(x)} = \frac{1}{(x-a)^{r+1}} \{ (nm-r)(x-a)^n \Psi_n + ((n-1)m-r)(x-a)^{n-1}\Psi_{n-1} \ldots$$
$$+ (2m-r)(x-a)^2\Psi_2 + (m-r)(x-a)\Psi_1 - r\Psi \}$$

quindi

$$-r\Psi \int \frac{dx}{(x-a)^{r+1} v} + (m-r)\Psi_1 \int \frac{dx}{(x-a)^r v} + (2m-r)\Psi_2 \int \frac{dx}{(x-a)^{r-1} v} \ldots$$

$$(d) \qquad + (nm-r)\Psi_n \int \frac{dx}{(x-a)^{r+1-n} v} = \frac{v^2}{(x-a)^r} + \text{costante}$$

nella quale equazione, fatto successivamente $r = 1, 2, 3 \ldots$, si avranno

$$\Psi\int\frac{dx}{(x-a)^2 v}=(m-1)\Psi_1\int\frac{dx}{(x-a)v}+(2m-1)\Psi_2\int\frac{dx}{v}\dots$$

$$+(nm-1)\Psi_n\int\frac{(x-a)^{n-2}}{v}dx+\frac{v^2}{x-a}+\quad\text{cost.}$$

$$2\Psi\int\frac{dx}{(x-a)^3 v}=(m-2)\Psi_1\int\frac{dx}{(x-a)^2 v}+(nm-2)\Psi_n\int\frac{dx}{(x-a)v}+$$

$$(3m-2)\Psi_3\int\frac{dx}{v}\dots$$

$$+((n-1)m-2)\Psi_{n-1}\int\frac{(x-a)^{n-4}}{v}dx+$$

$$(nm-2)\int\frac{(x-a)^{n-3}}{v}dx+\frac{v^2}{(x-a)^2}+\quad\text{costante}$$

da cui deduciamo che » qualunque funzione della forma $\int\frac{dx}{(x-a)^r v}$, essendo r positivo, si esprime razionalmente per mezzo degli integrali

$$\int\frac{dx}{(x-a)v},\ \Delta_0, \Delta_1 \dots . \Delta_{n-2}\quad\text{di}\quad x\quad\text{e di}\quad v.$$

Se $\Psi(a)=0$, cioè $x-a$ divisore di $\Psi(x)$, qualunque funzione $\int\frac{dx}{(x-a)^r v}$ si esprime razionalmente mediante i soli integrali, $\Delta_0, \Delta_1; \dots \Delta_{n-2}$:

Se $\Psi(a)=0$, $\Psi_1(a)=0$, e però $(x-a)^2$ divisore di $\Psi(x)$, anche l' integrale Δ_{n-2} e qualunque altro delle forme $\int\frac{x^{n-3+r}}{v}dx$, $\int\frac{dx}{(x-a)^r v}$ vien dato razionalmente dai soli integrali elementari Δ_0, $\Delta_1 \dots \Delta_{n-3}$. di x e di v.

Se la funzione $\Psi(x)$ sarà del terzo grado pel che

$$\Psi(x) = \Psi + (x-a)\Psi_1 + (x-a)^2\Psi_2 + (x-a)^3\Psi_3$$

fatto $\frac{1}{x-a} = y$ avremo

$$\int \frac{dx}{(x-a)v} = -\int \frac{dy}{r^3(\Psi_3 + y\Psi_2 + y^2\Psi_1 + y^3\Psi)}$$

cosicchè in questo caso l' integrazione di qualunque funzione $\frac{F(x)}{vE(x)}$ si riduce a quella delle due forme elementari Δ_0, Δ_1.

7. Aggiungerò qui di passaggio alcune osservazioni.

1.° Seguendo l' analisi usata superiormente troveremo che le riduzioni degl' integrali $\int \frac{x^r}{v} dx$, $\int \frac{dx}{(x-a)^r v}$ si verificano qualunque sia l' ordine dell' irrazionale v.

2.° Indicate con α_1, α_2.... le radici della equazione $\Psi(x) = 0$, siccome

$$\frac{\Psi'(x)}{\Psi(x)} = \sum_{r=1}^{r=n} \frac{1}{x-\alpha_r}$$

quindi $\sum_{r=1}^{r=n} \int \frac{dx}{(x-\alpha_r)v} = \frac{3}{v} +$ costante

3.° Nella equazione (d) poniamo

$$\int_0 \frac{dx}{(x-a)^{r+1-n}v} = y, \quad \int_0 \frac{dx}{(x-a)^{r+1-n+i}v} = \frac{(-1)^i}{(r-n+1)(r-n+2)\ldots(r-n+i)} \cdot \frac{d^iy}{da^i}$$

e ne dedurremo la seguente equazione differenziale

$$r\Psi_n y + \frac{(n-1)(1-m)-r}{r-n+1}\Psi_{n-1}\frac{dy}{da} \ldots + (-1)^i \frac{(n-i)(1-m)-r}{(r-n+1)\ldots(r-n+i)}\Psi_{n-i}\frac{d^iy}{da^i} \ldots$$
$$-(-1)^n \frac{1}{(r-n+1)\ldots(r-1)}\Psi\frac{d^ny}{da^n} = \frac{1}{(x-a)^r}\Psi^{1-m}$$

che è soddisfatta da $\quad y = \int_0 \frac{dx}{(x-a)^{r+1-n_v}}$

8. Supponiamo

$$\frac{F(x)}{E(x)} = \frac{b_0 + b_1 x \ldots + b_r x^r}{c_0 + c_1 x \ldots + c_t x^t}$$

ossia

$$(3) \qquad \left\{ \left(\Psi R' + \frac{2}{3} \Psi' R \right) S - \Psi R S' \right\} (c_0 + c_1 x \ldots + c_t x^t) = s^2 (b_0 + b_1 x \ldots + b_r x^r)$$

Affinchè questa equazione sussista deve essere

$$t + \text{gr.}\, \Psi + \text{gr.}\, S + \text{gr.}\, R - 1 = 2\,\text{gr.}\, S + r$$

cioè
$$\text{gr.}\, S = \text{gr.}\, \Psi + \text{gr.}\, R + t - r - 1$$

Essa contiene varii parametri indeterminati il numero dei quali è uguale al

$$\text{gr.}\, R + \text{gr.}\, S + t + r + 1$$

lasciando la funzione $\Psi(x)$ affatto indeterminata, e potendosi supporre $c_t = 1$, ed eguali all' unità anche i coefficienti delle potenze maggiori nelle funzioni S ed R.

Quella equazione poi, la quale deve essere identica, trattata col metodo dei coefficienti indeterminati, o altrimenti, fornisce molte equazioni di relazione fra quei parametri, il cui numero è eguale a

$$2\,\text{gr.}\, S + r + 1$$

e però dovrà essere

$$2\,\text{gr.}\, S + r + 1 \quad \text{non} \quad > \text{gr.}\, R + \text{gr.}\, S + t + r + 1$$

vale a dire $\text{gr.}\, S$ non $> \text{gr.}\, R + t$, ossia r non $< \text{gr.}\, \Psi - 1$ cosicchè col mezzo della formula (2) non possiamo conseguire ulteriore riduzione degli integrali elementari.

Per rendere poi il grado $r < \text{gr.}\,\Psi - 1$, è d'uopo che la funzione $\Psi(x)$ assuma forme particolari.

9. Supponiamo $t = 0$, $r = n - 2$ pel che $\text{gr.}\,S = \text{gr.}\,R + 1$. La differenza fra il numero delle equazioni date dalla relazione (3) e quello dei parametri eguaglia $\text{gr.}\,S - \text{gr.}\,R = 1$

sieno ora $R = 1$, $S = A + x$, $\frac{2}{3} = m$

pel che si avrà la equazione

$$m\Psi'(A + x) - \Psi(x) = (A + x)^2 (b_0 + b_1 x \ldots + b_{n-2} x^{n-2})$$

dalla quale derivano le seguenti

$$b_{n-2} = (mn - 1)\, a_n,\; b_{n-3} = (m(n-1) - 1)\, a_{n-1} - (mn - 2) A a_n$$

. . . .

$$A^2 b_{r+2} + 2 A b_{r+1} + b_r = m A (r + 3)\, a_{r+3} + (m(r+2) - 1)\, a_{r+2}$$

. . . .

$$2 A b_0 + A^2 b_1 = (m - 1)\, a_1 + 2 m a_2 A,\; b_0 A^2 = m a_1 A - a_0$$

Da queste equazioni facilmente si desumono i valori di $b_0, b_1 \ldots$; quindi una equazione in A del grado $n - 1$, che offre $n - 1$ radici, per conseguenza altrettanti valori di $b_0, b_1 \ldots$; ed ancora tante formule integrali

$$\int \frac{b_0 + b_1 x \ldots + b_{n-2} x^{n-2}}{v}\, dx = \frac{v^2}{x + A} + \text{cost.}$$

La equazione fra b_r, b_{r+1}, b_{r+2} moltiplicata per $(-A)^r$ assume la forma seguente

$$\Delta^2((-A)^r b_r) = (-A)^r \{ m A (r + 3)\, a_{r+3} + (m(r + 2) - 1)\, a_{r+2} \}$$

e quindi la espressione simbolica

$$b_r = (-A)^{-r} \sum \sum (-A)^r \{ m A (r + 3)\, a_{r+3} + (m(r + 2) - 1)\, a_{r+2} \}$$

Se $n=3$, $b_1=a_3$, $b_0=\frac{1}{3}a_2$, $A^2a_2-2Aa_1+3a_0=0$; $3A^2a_3-2Aa_2+a_1=0$

d' onde
$$A=\frac{a_1a_2+9a_0a_3}{2(a_2^2-3a_1a_3)}$$

e la equazione di condizione

$$27a_0^2a_3^2+4a_0a_2^3-18a_0a_1a_2a_3+4a_1^3a_3-a_1^2a_2^2=0$$

in virtù della quale avremo

$$\int\frac{a_2+3a_3x}{v}\,dx=\frac{3}{x+A}v^2+\text{cost.}$$

Se $a_2=0$, $27a_0^2a_3+4a_1^3=0$, $A=\frac{3a_0}{2a_1}$

quindi

$$\int\frac{x\,dx}{\sqrt[3]{(x^3-3x-2)}}=\frac{1}{x+1}(x^3-3x-2)^{\frac{2}{3}}+\text{cost.}$$

Se $n=4$, $b_0=\frac{1}{3}(a_2-A^2a_4)$, $b_1=\frac{1}{3}(3a_3-2Aa_4)$, $b_2=\frac{5}{3}a_4$

$$a_4A^4-a_2A^2+2a_1A-3a_0=0,\quad 4a_4A^3-3a_3A^2+2a_2A-a_1=0$$

vale a dire
$$\frac{d\Psi(-A)}{dA}=0$$

e posto per brevità di calcolo $a_3=0$, il che non toglie punto alla generalità, avremo la equazione di condizione

$$256a_0^3a_4^2-128a_0^2a_2^2a_4+16a_0a_2^4+144a_0a_1^2a_2a_4-4a_1^2a_2^3-27a_1^4a_4=0$$

verificata la quale sarà

$$\int\frac{b_0+b_1x+b_2x^2}{\sqrt[3]{(a_0+a_1x+a_2x^2+a_4x^4)}}\,dx=\frac{v^2}{x+A}+\text{cost.}$$

Supposti $b_0 = 0$, $b_1 = 0$ si ottiene

$$\int \frac{x^2\,dx}{\sqrt[3]{(\frac{2}{3}m + x + m^2x^2 + \frac{2}{3}mx^2 + x^4)}} = \frac{3}{5}\frac{v^2}{x+m} + \text{cost.}$$

purchè sia $4m^3 = 1$

così troviamo

$$\int \frac{a_2 + 3a_3x + 5a_4x^2}{\sqrt[3]{\{x^2(a_2 + a_3x + a_4x^4)\}}}\,dx = \frac{3}{x}\rho^2 + \text{cost.}$$

ed otteniamo per tale maniera tutti gli integrali della forma

$\int \frac{b_0 + \ldots + b_r x^r}{\rho}\,dx$, esprimibili da una funzione razionale di x e ρ, in cui $r < \text{gr.}\,\Psi - 1$.

10. Sieno $r = t = 1$, $R = 1$ onde $\text{gr.}\,R = 0$ e $\text{gr.}\,S = \text{gr.}\,\Psi - 1$ la differenza fra il numero delle equazioni e quello dei parametri sarà

$$(2\,\text{gr.}\,S + 2) - (\text{gr.}\,S + 3) = \text{gr.}\,S - 1$$

e la equazione soddisferà

$$(\alpha) \quad (m\Psi' S - \Psi S')(c + x) = (b_0 + b_1 x) S^2$$

Siccome $c + x = 0$ rende $S = 0$, e viceversa essendo $S = 0$ ne segue

$$(c + x)\Psi S' = 0$$

indicate con $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_r \ldots \alpha_{n-2}, -c$ le radici di quella equazione,

avremo

$$S = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)\ldots(x - \alpha_{n-2})(x + c)$$
$$\Psi = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)\ldots(x - \alpha_{n-2})(x - h)(x - k)$$

sostituite queste espressioni nella equazione $(\bar{\alpha})$, soppressi i fattori comuni, ne deriva la seguente

$$m(x+c)\Psi(x)\left\{\frac{1}{x-\alpha_1}+\frac{1}{x-\alpha_2}\cdots+\frac{1}{x-h}+\frac{1}{x-k}\right\}$$

$$-(x-h)(x-k)S\left\{\frac{1}{x-\alpha_1}\cdots+\frac{1}{x-\alpha_{n-2}}\right\}=$$

$$=(b'_0+b_1x)(x-\alpha_1)\ldots(x-\alpha_{n-2})(x+c)$$

nella quale, fatto $x=\alpha_r$ vediamo dover essere

$$m(x+c)\frac{\Psi}{x-\alpha_r}-(x-h)(x-k)\frac{S}{x-\alpha_r}=(m-1)\frac{\Psi(x)}{x-\alpha_r}=0$$

e però tutte le radici della equazione $\Psi(x)=0$ saranno multiple, anzi dovranno ridursi a due soli gruppi di radici uguali, pel che, supposti

$$c=-\alpha_1,\ \Psi(x)=(x-\alpha_1)^h(x-\alpha_2)^k,\ S=(x-\alpha_1)^q(x-\alpha_2)^p$$

la equazione (α) si trasforma nella seguente

$$m(x-\alpha_1)^{p+h}(x-\alpha_2)^{q+k-1}\{h(x-\alpha_2)+k(x-\alpha_1)\}-(x-\alpha_1)^{p+h}(x-\alpha_2)^{q+k-1}\{p(x-\alpha_2)+q(x-\alpha_1)\}$$
$$=(b_0+b_1x)(x-\alpha_1)^{2p}(x-\alpha_2)^{2q}$$

d' onde rileviamo dover essere

$$h=p,k=q,b_1x+b_0=(m(p+q+1)-(p+q))x+(p\alpha_2+q\alpha_1)(1-m)-m\alpha_1$$

$$=\frac{1}{3}(2-p-q)x+\frac{1}{3}(p\alpha_2+q\alpha_1-2\alpha_1)$$

e però

$$\int\frac{(2-p-q)x+(p\alpha_2+q\alpha_1-2\alpha_1)}{(x-\alpha_1)\sqrt[3]{(x-\alpha_1)^p(x-\alpha_2)^{q+1}}}dx=\frac{3c^2}{(x-\alpha_1)^p(x-\alpha_2)^q}+\quad\text{costante.}$$

Se vogliamo $r=t=1$, gr.$R=1$ pel che gr.$S=$gr.Ψ; fatto $R=a+bx$ dovrà verificarsi la equazione

$$\left\{\left(\Psi b+\frac{2}{3}\Psi'(a+bx)\right)S-\Psi(a+bx)S'\right\}(c+x)=S^2(b_0+b_1x)$$

A tale oggetto notiamo che con $S=0$ deve essere $\Psi(a+bx)(c+x)S'=0$ pel che saranno

$$S=(a+bx)(c+x)p; \quad \Psi=(x-h)(x-k)p$$

rappresentando con p una funzione intera di x, e con h, k due costanti. Fatta sostituzione di queste forme nella equazione fondamentale otteniamo

$$2(c+x)(x-h)p+2(c+x)(x-k)p-3(x-h)(x-k)p-(c+x)(x-h)(x-k)p'=$$
$$=3(c+x)(b_0+b_1x)p$$

Ma posto in questa equazione $c+x=0$ resta

$$p(x-h)(x-k)=0$$

onde $h=-c$, e quindi

$$p\{x(1-3b_1)+2c+k-3b_0\}=(x+c)(x-k)p'$$

ossia

$$\frac{p'}{p}=\frac{2(c+k)-3(b_0+b_1k)}{(c+k)(x-k)}-\frac{c+k-3(b_0-b_1k)}{(c+x)(x+c)}$$

ed integrando abbiamo

$$p=(x-k)^m(x+c)^n, \; m=\frac{2(c+k)-3(b_0+b_1k)}{c+k}, \; n=\frac{3(b_0-b_1k)-(c+k)}{c+k}$$

pel che

$$\int\frac{b_0+b_1x}{(c+x)\sqrt[3]{p(x+c)(x-k)}}dx=\frac{(x-k)^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{p(x+c)}}+\text{cost.}$$

11. Volendosi $r=0$, $t=1$, $R=1$ l'analisi del paragrafo antecedente ne dimostra dover essere $p+q=2$, e però la funzione $\Psi(x)$ del terzo grado, e saranno $p=0$, $q=2$, nel qual caso sparisce la irrazionalità, ovvero, $p=1$, $q=1$, oppure $p=2$, $q=0$.

12. Ma possiamo altrimenti risolvere con tutta generalità la quistione di cui ci siamo dianzi occupati.

Si voglia trovare la funzione $\frac{F}{v}$ ove F indica un polinomio intero rispetto ad x, il cui integrale è esprimibile razionalmente per x e v. Dovendo essere

$$(d) \quad (\Psi R' + \tfrac{2}{3}\Psi' R) S - \Psi R S' = S^2 F$$

siccome $S = 0$ rende $\Psi R S' = 0$, se $S' = 0$, indicato con p^r un fattore multiplo di S, cosicchè sia $S = s.p^r$, quella equazione si ridurrà alla seguente

$$(\Psi R' + \tfrac{2}{3}\Psi' R)\, sp - \Psi R\,(s'p + rsp') = s^2 p^{r+1} F$$

Allorachè $p = 0$ avremo pure $\Psi R = 0$; supporremo adunque

$$S = P\,Q,\ \Psi = P\,M.H,\ R = Q\,N.H$$

essendo $P, Q \ldots H$ tutte funzioni razionali intere di x, ed H il massimo divisore comune a Ψ ed R. La equazione (d) si trasforma nell' altra

$$H\{P\,M\,(N\,H)' + \tfrac{2}{3}\,P\,N\,(M\,H)' - \tfrac{1}{3}\,M\,N\,H\,P'\} = P\,F$$

e poichè essendo $P = 0$ deve pur essere $M\,N\,H\,P' = 0$, ed anche

$$M\,N\,H = 0\,, \text{ sebbene fosse pure } P' = 0\,,$$

perciò dovremo supporre

$$P = p.q\,,\ S = p.q.Q\,,\ R = q\,Q\,N\,h\,,\ \Psi = p^2\,q\,M\,h$$

ove $p, q \ldots h$ indicano funzioni intere di x, e si avranno

$$F = h\{p\,q\,h\,M\,N' + \tfrac{1}{3}p'q\,h\,MN + \tfrac{2}{3}p\,h\,N\,(q\,M)' + \tfrac{5}{3}p\,q\,h'\,M\,N\}$$

$$\int \frac{h\{p q h M N' + \frac{1}{3} p' q h M N + \frac{2}{3}\, p h N (q M)' + \frac{5}{3}\, p q h' M N\}}{\sqrt[3]{(p^2 q\, h\, M)}}\, dx =$$

$$= N\,h\,(p\ q\,h\,M)^{\frac{2}{3}} + \text{costante}$$

che ci porge la forma generale delle funzioni $\frac{F(x)}{\sqrt[3]{\Psi(x)}}$ il cui integrale può venir rappresentato da una funzione razionale di v e di x: la quale vediamo dover essere intera.

13. Poniamoci ora ad esaminare se l' integrale $\int \frac{F(x)}{v\,E(x)}\,dx$ possa venire rappresentato dal logaritmo di una funzione razionale di x e v; cioè la possibilità della equazione

$$\int \frac{F(x)}{v\,E(x)}\,dx = \log.\frac{A+Bv+Cv^2}{D+Ev+Fv^2} = \log.\frac{P+Qv+Rv^2}{S}$$

essendo $A, B \,..\, R, S$ funzioni intere della variabile x.

Quella equazione differenziata fornisce

$$3\frac{F(x)}{E(x)}(P+Qv+Rv^2)\Psi S = \{(3\Psi R'+2\Psi' R)S - 3\Psi RS'\}\Psi + 3\Psi(P'S-PS')v$$
$$+3\{(3\Psi Q'+\Psi' Q)S - 3\Psi QS'\}v^2$$

la quale si decompone nelle tre seguenti

$$3\frac{F(x)}{E(x)}PS = (3\Psi R'+2\Psi' R)S - 3\Psi RS'\,; \quad \frac{F(x)}{E(x)}QS = P'S - PS'$$
$$3\frac{F(x)}{E(x)}RS = (3\Psi Q'+\Psi' Q)S - 3\Psi QS'$$

da cui eliminata la frazione $\frac{F(x)}{E(x)}$ si deducono

$$(b)\quad \begin{cases} \{(3\Psi R'+2\Psi' R)S - 3\Psi RS'\}Q - 3(P'S-PS')P = 0 \\ \{(3\Psi Q'+\Psi' Q)S - 3\Psi QS'\}Q - 3(P'S-PS')R = 0 \end{cases}$$

Il grado rispetto ad x della prima equazione può essere l' uno o l' altro numero gr. R + gr. S + gr. Q + gr. $\Psi - 1$, 2 gr. P + gr. $S - 1$ e quello della seconda

2 gr. Q + 2 gr. S + gr. $\Psi - 1$, ovvero gr. P + gr. R + gr. $S - 1$

Il numero dei coefficienti arbitrarii contenuti in quelle equazioni, lasciando la funzione $\Psi(x)$ totalmente indeterminata, è espresso da

$$(\text{gr.}P+\text{gr.}Q+\text{gr.}R+\text{gr.}S+4)-2=\text{gr.}P+\text{gr.}Q+\text{gr.}R+\text{gr.}S+2$$

da che le equazioni (b) divise, per esempio, per i coefficienti delle maggiori potenze di x nei polinomii S e P^2 conterranno unicamente i quoti dei coefficienti di S divisi per quello della sua potenza maggiore; ed i quoti dei coefficienti di P, Q, R divisi per quello della maggiore potenza della P medesima.

Esaminiamo ora i varii casi possibili, che sono

1.° Se $\text{gr.}R+\text{gr.}S+\text{gr.}Q+\text{gr.}\Psi-1$ non $<2\,\text{gr.}P+\text{gr.}S-1$
$2\,\text{gr.}Q+\text{gr.}S+\text{gr.}\Psi-1$ non $<\text{gr.}P+\text{gr.}R+\text{gr.}S-1$

cioè $\text{gr.}R+\text{gr.}Q+\text{gr.}\Psi$ non $<2\text{gr.}P$, $2\text{gr.}Q+\text{gr.}\Psi$ non $<\text{gr.}P+\text{gr.}R$ le due equazioni (b) forniscono un numero di equazioni espresso da

$$3\,\text{gr.}Q+2\,\text{gr.}S+\text{gr.}R+2\,\text{gr.}\Psi$$

e, supposto che si disponga ancora di un numero Ψ_1 di parametri di Ψ dovrà essere

$$3\,\text{gr.}Q+2\text{gr.}S+\text{gr.}R+2\,\text{gr.}\Psi \text{ non } >\text{gr.}P+\text{gr.}Q+\text{gr.}R+\text{gr.}S+\Psi_1+2$$

abbiamo quindi le condizioni

$$(\gamma)\quad 2\,\text{gr.}Q+\text{gr.}S+2\,\text{gr.}\Psi \text{ non } >\text{gr.}P+\Psi_1+2$$

$2\text{gr.}P$ non $>\text{gr.}R+\text{gr.}Q+\text{gr.}\Psi$, $\text{gr.}P+\text{gr.}R$ non $>2\,\text{gr.}Q+\text{gr.}\Psi$

e però $3\,\text{gr.}P$ non $>3\,\text{gr.}Q+2\,\text{gr.}\Psi$

la quale condizione, sommata con la (γ) moltiplicata per tre, fornisce

$$3\,\text{gr.}Q+3\,\text{gr.}S+4\,\text{gr.}\Psi \text{ non } >3\,\Psi_1+6$$

Siccome si suppone almeno $\text{gr.}\Psi=3$ non può essere $\Psi_1=0$ essendo

$\Psi = a_0 + a_1 x .. - + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$, e potendosi supporre $a_{n-1} = 0$, $a_n = 1$, sarà al più $\Psi_1 = (\text{gr.}\,\Psi + 1) - 2 = \text{gr.}\,\Psi + 1$, e però $\text{gr.}\,\Psi$ non > 3

2.° Se $\text{gr.}\,R + \text{gr.}\,S + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,\Psi - 1$ non $< 2.\text{gr.}\,P + \text{gr.}\,S - 1$

$\text{gr.}\,P + \text{gr.}\,R + \text{gr.}\,S - 1$ non $< 2\,\text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,S + \text{gr.}\,\Psi - 1$

cioè $2\,\text{gr.}\,P$ non $> \text{gr.}\,R + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,\Psi$, $2\,\text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,\Psi$ non $> \text{gr.}\,P + \text{gr.}\,R$ il numero delle equazioni date dalla (b) sarà

$$\text{gr.}\,P + \text{gr.}\,Q + 2\,\text{gr.}\,R + 2\,\text{gr.}\,S + \text{gr.}\,\Psi$$

quindi $\text{gr.}\,R + \text{gr.}\,S + \text{gr.}\,\Psi$ non $> 2 + \Psi_1$

Dunque non può essere $\Psi_1 = 0$: Di più siccome

$$\text{gr.}\,R + \text{gr.}\,S \text{ non } > 1\,,\quad 3\,\text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,\Psi \text{ non } > 3\,\text{gr.}\,R$$

e però nuovamente $\text{gr.}\,\Psi$ non > 3

3.° Se $2\,\text{gr.}\,P + \text{gr.}\,S - 1$ non $< \text{gr.}\,R + \text{gr.}\,S + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,\Psi - 1$

non potendosi abbassare il grado del binomio $P'S - PS'$ dovrà essere

$$2\,\text{gr.}\,P = \text{gr.}\,R + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,\Psi$$

e però ricadiamo nelle conseguenze superiormente notate.

Supponiamo ormai $\Psi = a_0 + a_1 x + a_3 x^3$

essendo $\text{gr.}\,\Psi = 3$, il primo caso superiormente considerato importa che sieno $\text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,S + 2$ non $> \Psi_1$, $\text{gr.}\,P$ non > 2

$$2\,\text{gr.}\,P \text{ non } > \text{gr.}\,R + 3\,,\quad \text{gr.}\,P + \text{gr.}\,R \text{ non } > 3$$

quindi $\text{gr.}\,Q = 0$, $\text{gr.}\,S = 0$, $\text{gr.}\,R = 1$, $\text{gr.}\,P = 2$: ovvero $\text{gr.}\,P = 1$

Poniamo $Q = S = 1$, $R = A + Bx$, $P = C + Dx + Ex^2$

le equazioni fondamentali

$$3\,\Psi R' + 2\,\Psi' R = 3\,PP',\quad \Psi' = 3\,P'R$$

forniscono le seguenti

$$3AD=a_1,\quad BD+2AE=0,\quad EB=\frac{1}{2}a_3,\quad 3a_3B=2E^2$$
$$2a_3A=3ED,\quad 5a_1B=3D^2+6EC,\quad 3a_0B+2a_1A=3DC$$

quindi $$E^3=\frac{3}{4}a_3^2,\quad B=\frac{a_3}{2E},\quad A^2=\frac{3a_1}{2a_3}E,\quad D^2=\frac{2a_1a_3}{9E}$$

i quali valori sostituiti nella equazione $BD+2AE=0$ conducono alla conseguenza assurda $a_1a_3=0$

La seconda ipotesi, gr. $P=1$, è incompatibile con le altre condizioni.

Supposto come sopra gr. $\Psi=3$ e considerati il secondo e terzo dei casi possibili superiormente indicati, saremo ricondotti alle stesse conseguenze assurde. Concludiamo adunque che l' integrale $\int\frac{F(x)}{vE(x)}dx$ non può venir rappresentato dal logaritmo di una funzione razionale di v e di x

14. Prenderemo ora ad indagare in quali casi possa essere

$$\int\frac{F(x))}{vE(x)}dx=\log.(A+B+C)+\theta_1\log.(A+\theta_1B+\theta_2C)+\theta_2\log.(A+\theta_2B+\theta_1C)$$

essendo A, B, C funzioni intere della variabile x: θ_1, θ_2 le radici cubiche immaginarie dell' unità.

Differenziata questa equazione otteniamo

$$\frac{F(x)}{vE(x)}=\frac{A'+B'+C'}{A+B+C}+\theta_1\frac{A'+\theta_1B'+\theta_2C'}{A+\theta_1B+\theta_2C}+\theta_2\frac{A'+\theta_2B'+\theta_2C'}{A+\theta_2B+\theta_1C}=$$

$$=\left\{\begin{matrix}(A'+B'+C')(A^2+B^2+C^2-AB-AC-BC)+\\(C'+\theta_1A'+\theta_2B')(A^2+\theta_2B^2+\theta_1C^2-\theta_1AB-\theta_2AC-BC)+\\(C'+\theta_2A'+\theta_1B')(A^2+\theta_1B^2+\theta_2C^2-\theta_2AB-\theta_1AC-BC)\end{matrix}\right\}:\begin{matrix}(A+B+C)(A^2+B^2\\+C^2-AB-AC-BC)\end{matrix}$$

$$=3\,\frac{(B^2-AC)A'+(C^2-AB)B'+(A^2-BC)C'}{A^3+B^3+C^3-3ABC}$$

ove $$A'=\frac{dA}{gx},\quad B'=\frac{dB}{dx},\quad \text{ecc.}$$

Se facciamo $B = P\nu$, $C = Q\nu^2$ ne vengono

$$(1) \quad \int \frac{F(x)}{v E(x)} dx = \log. (A + P\nu + Q\nu^2) + \theta_1 \log. (A + \theta_1 P\nu + \theta_2 Q\nu^2) + \theta_2 \log. (A + \theta_2 P\nu + \theta_1 Q\nu^2)$$

$$(2) \quad \begin{cases} F(x) = 3A'(P^2 - AQ)\Psi + (Q^2\Psi - AP)(3P'\Psi + P\Psi') + (A^2 - PQ\Psi)(3Q'\Psi + 2Q\Psi') \\ E(x) = A^3 + P^3\Psi + Q^3\Psi^2 - 3APQ\Psi \end{cases}$$

Per istudiare le forme più semplici dell' integrale che si considera, supponiamo che debba essere $\text{gr.} E < \text{gr.} \Psi$, e siccome i gradi dei termini della funzione $E(x)$ sono espressi dai numeri

$$3\,\text{gr.} A,\ 3\,\text{gr.} P + \text{gr.} \Psi,\ 3\,\text{gr.} Q + 2\,\text{gr.} \Psi,\ \text{gr} A + \text{gr.} P + \text{gr.} Q + \text{gr.} \Psi$$

affinchè la seconda equazione (2) sussista dovrà verificarsi alcuno dei casi che seguono

1.° Se

$$3\,\text{gr.} A = 3\,\text{gr.} P + \text{gr.} \Psi \quad \begin{matrix} \text{non} < 3\,\text{gr.} Q + 2\,\text{gr.} \Psi \\ \text{non} < \text{gr.} A + \text{gr.} P + \text{gr.} Q + \text{gr.} \Psi \end{matrix}$$

cioè $\text{gr.} \Psi = 3(\text{gr.} A - \text{gr.} P)$, $2\,\text{gr.} P$ non $< \text{gr.} Q + \text{gr.} A$

siccome la detta equazione ne fornisce altre il cui numero è espresso da

$$3\,\text{gr.} A + 1$$

ed il numero dei parametri arbitrarii, che essa contiene, lasciando indeterminata la funzione $\Psi(x)$, eguaglia la somma

$$\text{gr.} A + \text{gr.} P + \text{gr.} Q + \text{gr.} E + 4$$

quindi dovrà essere

$$2\,\text{gr.} A \text{ non } > \text{gr.} P + \text{gr.} Q + \text{gr.} E + 3\,, \quad \text{ossia,}$$

$$3\,\text{gr.} P + 2\,\text{gr.} \Psi \text{ non } > 3\,\text{gr.} Q + 3\,\text{gr.} E + 9$$

ed in forza dell' altra condizione superiore avremo

$$3\,\text{gr.} Q + 3\,\text{gr.} \Psi \text{ non } > 3\,\text{gr.} P + 2\,\text{gr.} \Psi \text{ non } > 3\,\text{gr.} Q + 3\,\text{gr.} E + 9$$

e però $\text{gr.} E$ non $< \text{gr.} \Psi - 3$

2.° Se $\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \text{non} < 3\,\text{gr.}\,P + \text{gr.}\,\Psi$

$$3\,\text{gr.}\,A = 3\,\text{gr.}\,Q + 2\,\text{gr.}\,\Psi$$

$$\text{non} < \text{gr.}\,A + \text{gr.}\,P + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,\Psi$$

avremo $\quad 2\,\text{gr.}\,A \text{ non} > \text{gr.}\,P + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,E + 3$

$\text{gr.}\,\Psi \text{ non} > 3(\text{gr.}\,A - \text{gr.}\,P) \text{ non} > 9 + 3\,\text{gr.}\,E - 2\,\text{gr.}\,\Psi$, e $\text{gr.}\,E \text{ non} < \text{gr}\,\Psi - 3$

3.° Se $\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \text{non} < 3\,\text{gr.}\,P + \text{gr.}\,\Psi$

$$3\,\text{gr.}\,A = \text{gr.}\,A + \text{gr.}\,P + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,\Psi$$

$$\text{non} < 3\,\text{gr.}\,Q + 2\,\text{gr.}\,\Psi$$

quindi $\quad 2\,\text{gr.}\,A = \text{gr.}\,P + \text{gr}\;Q + \text{gr.}\,\Psi \text{ non} > \text{gr.}\,P + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,E + 3$:

ossia $\quad \text{gr.}\,E \text{ non} < \text{gr.}\,\Psi - 3$

4.° Essendo $\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \text{non} < 3\,\text{gr.}\,A$

$$3\,\text{gr.}\,P + \text{gr.}\,\Psi = 3\,\text{gr.}\,Q \pm 2\,\text{gr.}\,\Psi$$

$$\text{non} < \text{gr.}\,A + \text{gr.}\,P + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,\Psi$$

dovrà pur essere

$$3\,\text{gr.}\,Q + 2\,\text{gr.}\,\Psi + 1 \text{ non} > \text{gr.}\,A + \text{gr.}\,P + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,E + 4$$

Ma $3\,\text{gr.}\,A \text{ non} > 3\,\text{gr.}\,Q + 2\,\text{gr.}\,\Psi$, onde, sommata questa ineguaglianza col triplo dell'antecedente, siamo ricondotti alla conseguenza più volte notata.

5°. Supposto $\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \text{non} < 3\,\text{gr.}\,A$

$$3\,\text{gr.}\,P + \text{gr.}\,\Psi = \text{gr.}\,A + \text{gr.}\,P + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,\Psi$$

$$\text{non} < 3\,\text{gr.}\,Q + 2\,\text{gr.}\,\Psi$$

siccome deve essere ancora

$$3\,\text{gr.}\,P + \text{gr.}\,\Psi \text{ non} > \text{gr.}\,A + \text{gr.}\,P + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,E + 3$$

quindi

$\text{gr.}\,A + \text{gr.}\,Q = 2\,\text{gr.}\,P \text{ non} < 2\,\text{gr.}\,P + \text{gr.}\,\Psi - \text{gr.}\,E - 3$, e $\text{gr.}\,E \text{ non} < \text{gr.}\,\Psi - 3$

6°. Essendo per ultimo $\quad\quad\quad\quad\quad\quad \text{non} < 3\,\text{gr.}\,A$

$$3\,\text{gr.}\,Q + 2\,\text{gr.}\,\Psi = \text{gr.}\,A + \text{gr.}\,P + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,\Psi$$

$$\text{non} < 3\,\text{gr.}\,P + \text{gr.}\,\Psi$$

per cui $\quad 3\,\text{gr.}\,Q + 2\,\text{gr.}\,\Psi$ non $>$ $\text{gr.}\,A + \text{gr.}\,P + \text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,E + 3$

non $> 3\text{gr.}\,Q + \text{gr.}\,\Psi + \text{gr.}\,E + 3$

cioè $\quad \text{gr.}\,E$ non $< \text{gr.}\,\Psi - 3$

Dunque anche col mezzo della equazione (1) non possiamo ridurre ulteriormente gli integrali elementari.

15. Si fingano $\Psi = a_0 + a_1 x + a_3 x^3$, $3\,\text{gr.}\,A = 3\,\text{gr.}\,P + \Psi$ ossia $\text{gr.}\,A = \text{gr.}\,P + 1$, e siccome $\text{gr.}\,P$ non $< \text{gr.}\,Q + 1$, porremo

$$\text{gr.}\,Q = 0\,,\quad P = g + h x\,,\quad A = d + e x + f x^2$$

Avremo quindi

$$\begin{aligned}
E(x) = {} & (f^3 + a_3 h^3 - 3\,a_3 f h\,Q + a_3^2 Q^3)\,x^6 + 3(e f^2 + a_3 g h^2 - a_3 Q(f g + e h))\,x^5 \\
& + \{3 d f^2 + 3 f e^2 + a_1 h^3 + 3\,a_3 h g^2 - 3\,Q\,(a_1 f h + a_3(e g + d h)) + 2\,a_1 a_3 Q^3\}\,x^4 \\
& + \{b e d f + e^3 + a_0 h^3 + 3\,a_1 g h^2 + a_3 g^3 - 3\,Q\,(a_0 f h + a_1(f g + e h) + a_3 d g) \\
& \qquad + 2\,a_0\,a_3^1\,Q^3\}\,x^3 \\
& + \{3 f d^2 + 3 e^2 d + 3 a_0 g h^2 + 3 a_1 h g^2 - 3 Q(a_1(e g + d h) + a_0(f g + e h)) + a_1^2 Q^3\}\,x^2 \\
& + \{3\,e\,d^2 + 3\,a_0\,h\,g^2 + a_1 g^3 - 3\,Q\,(a_1\,g\,d + a_0\,(e g + d h)) + 2\,a_0 a_1 Q^3\}\,x \\
& \qquad + (d^3 + a_0 g^3 - 3\,a_0\,g\,d\,Q + a_0^2\,Q^3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F(x) = {} & 3\,a_3(g\,h\,f - e h^2 + e\,f\,Q - a_3\,g\,Q^2)\,x^5 \\
& + \{3 f g^2 a_3 - 3\,e h g\,a_3 + 2\,a_1 f h^2 - 6\,a_3 d\,h^2 + Q\,(6\,a_3 d f + 3\,a_3\,e^2 - 4\,a_1 f^2) \\
& \qquad + 2\,a_1\,a_3\,h\,Q^2\}\,x^4 \\
& + \{a_1 f g h + 3\,a_0 f h^2 - a_1 e\,h^2 - 9\,a_3 h\,d\,g + Q\,(9\,a_3 e\,d - 6\,a_0 f^2 - 5\,a_1 f e) \\
& \qquad + a_3\,Q^2\,(3\,a_0\,h - 4\,a_1\,g)\}\,x^3 \\
& + \{5\,a_1 f g^2 + 9 a_0 f g h + a_1 e g h - 4 a_1 d h^2 - 3 a_3 d g^2 - 3 Q(3 a_0 e f + 2 a_1 d f + a_1 e^2) \\
& \qquad + Q^2\,(3\,a_0\,a_3\,g + 4\,a_1^2\,h)\}\,x^3 \\
& + \{6 a_0 f g^2 + 3 a_0 e g h - 3 a_0 d h^3 - 5 a_1 d g h + 2 a_1 e g^2 + Q(a_1 e d - 3 a_0'' e^2 - 6 a_0 d f) \\
& \qquad + Q^2\,(5\,a_0\,a_1\,h - a_1^2\,g)\}\,x \\
& + \{3\,a_0 e\,g^2 - 3\,a_0 h\,d\,g - a_1 d g^2 + Q\,(2\,a_1 d^2 - 3\,a_0 e d) + Q^2(3 a_0^2 h - a_0 a_1 g)\}
\end{aligned}$$

Siccome le funzioni $E(x)$, $F(x)$ contengono sei parametri arbitrarii $Q, d, e, f, g, h,$ ed i coefficienti di $E(x)$ sono omogenei del terzo ordine rispetto ai parametri medesimi, così potremo ridurre

$$E(x) = a + bx$$

e conseguiremo un integrale particolare della forma $\int \frac{dx}{(x-a)v}$ espresso mediante gli integrali elementari Δ_0, Δ_1; e due funzioni, l' una algebraica, l' altra logaritmica di x e di ρ.

Prima di intraprendere questi calcoli notiamo che, supposti $a_1 = 0$, $e = 0$, eguagliati a zero i coefficienti delle maggiori potenze di x del polinomio $E(x)$, si ottengono le equazioni

$$gh^2 - Qgf = 0,\ df^2 + 3a_3hg^2 - a_3Q\,dh = 0,\ f^3 + a_3h^3 + a_3^2Q^3 - 3a_3fhQ = 0$$
$$a_0h^3 + a_3g^3 - 3Q(a_0fh + a_3dg) + 2a_0a_3Q^3 = 0$$

quindi

$$E(x) = 3(fd^2 + a_0gh^2 - Qa_0gf)x^2 + 3a_0h(g^2 - dQ)x$$
$$+ (d^3 + a_0g^3 - 3a_0dgQ + a_0^3Q^3)$$

Se $g = 0$, abbiamo $f^2 - a_3hQ = 0$, $f^3 = a_3h^3$, sicchè, fatto $a_3 = m^3$, ne vengono

$$f = mh,\quad Q = \frac{h}{m}$$

$$E(x) = 3mhd^2x^2 - 3a_0d\frac{h^2}{m}x + d^3 + a_0^2\frac{h^3}{m^3}$$

$$F(x) = -9a_0dh^2x + 3a_0^2\frac{h^3}{m^3}$$

$$P = hx,\quad Q = \frac{h}{m},\quad \Delta = d + mhx^2$$

cosicchè cambiati mx in x, dm in dh, avremo la formula

$$-3a_0\int\frac{(3dx - a_0)\,dx}{(3d^2x^2 - 3a_0dx + d^3 + a_0^2)\sqrt[3]{a_0 + x3}} = \log.(d + x^2 + x\rho + \rho^2) +$$
$$+ \theta_1\log.(d + x^2 + \theta_1x\rho + \theta_2\rho^2) + \theta_2\log.(d + x^2 + \theta_2x\rho + \theta_1\rho^2)$$

e postovi $d=0$

$$(\gamma)\ 3\int\frac{dx}{\sqrt[3]{(a_0+x3)}}=\log.(x^2+x\,v+v^2)+\theta_1\log.(x^2+\theta_1 x\,v+\theta_2 v^2)$$

$$+\theta_2\log.(x^2+\theta_2 x\,v+\theta_1 v^2)$$

Se facciamo $f=0$, $a_3=m^3$, si ottengono

$$h=-m\,Q\,,\ e\ =-m\,g\,,\ a_1\,m\,Q=0,\ 3\,d\,m=-a_1\,Q\,,\ a_1\,m\,g^2\,Q=0$$

quindi $Q=0$, $h=d=f=0$ e però

$$-m\int\frac{(2\,a_1\,x+2\,a_0)\,d\,x}{(a_1\,x+a_0)\sqrt[3]{(a_0+q_1\,x+a_3 x^3)}}=\log.(v-mx)+\theta_1\log.(\theta_1 v-mx)$$

$$+\theta_2\log.(\theta_2\,v-m\,x)$$

16. La formula (γ) ci fa presentire la seguente, ancora più notabile,

$$n\int\frac{d\,x}{\sqrt[n]{(a_0+x^n)}}=\sum_{r=1}^{r=n}\theta_r\log.(x^{n-1}+\theta_r x^{n-2}v+\theta_r^2 x^{n-3}v^2+\ldots+\theta_r^{n-2}\,x v+\theta_r^{n-1}\,v^{n-1})$$

in cui θ_1, $\theta_2\ldots$ sono le radici n esime dell' unità ; la sussistenza della quale si verifica non difficilmente. Eulero nel tomo X dei nuovi Atti dell' I. Accademia di Pietroburgo, notava la integrabilità di quella formula, ma indicava solamente il modo di toglierne la irrazionalità col porre $x=g\sqrt[n]{a_0+x^n}$.

(*Presentate il* 29 *Maggio* 1845.)

INDICE

DELLE MATERIE CONTENUTE IN QUESTO VOLUME

MEMORIE DE' SOCII CORRISPONDENTI.

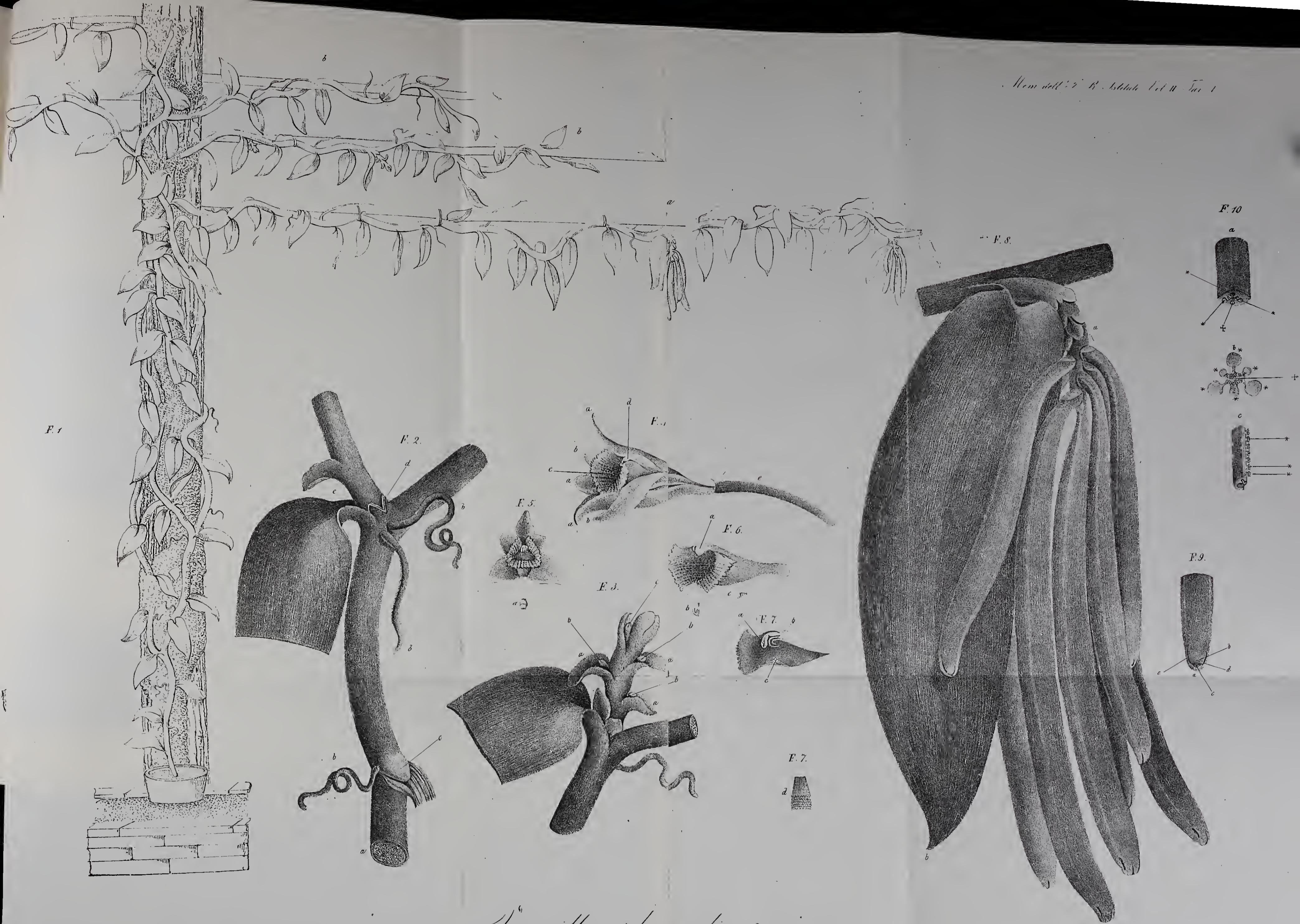
CORREZIONI

			Dove si legge	leggasi
Pag. 27	*linea*	20	rapido	ripido
» 29	»	1	Marsellier	Morsellier
» 31	»	8	*islandisca*	*islandiscus*
» 33	»	2	anonime	omonime
» 65	»	30	(2)	(20)
» 69	»	17	rivoltata	rivuotata
» 71	»	25	assunto	astenuto
» 97	»	7	sono tali	tali sono
» 162	»	26	512	412
» ivi	»	30	$e = \frac{2\,di(p+r)}{1000}$	$e = \frac{2\frac{1}{2}\,di(p+r)}{1000}$
» 163	»	6	$2\,di(p+r) = -87696$	$2\frac{1}{2}\,di(p+r) = 13608$
» ivi	»	7	$e = 87{,}696$	$e = 136{,}08$
» ivi	»	29	10,5	10,6
» 202	»	8	ma perdono	ma non perdono
» 234	»	16-17	succedesse	succede
» 241	»	28	l' altro di due	l' altro dei due
» 248	»	17	di certo	al certo
» 249	alla nota (3)		perpetuo Vol. II.	perpetuo Vol. II. p. 209
» 251	»	19	che aveva insegnato	che ho insegnato
» 264	»	16	decomposizione	deposizione
» 265	»	11	(tornando	(formando
» ivi	»	27	propriamente dalla	propriamente che dalla
» 272	»	25	potassa od acido	potassa ad acido
» 295	»	10	sia sempre	sia
» 343	»	16	$(g - v)$	$(g - dv)$
» 344	»	3	a quella	alla
» 350	»	2	d	α

			Dove si legge	leggasi
Pag. 363	*linea*	23	Boisserie	Boisserée
» 364	»	14	Hussan	Hassan
» 367	»	2	vale a dire due secoli	vale a dire più che due secoli
» 368	»	27	compariscono nei chiostri	compariscono, ma appena accennate, nei chiostri
» 374	»	2	S. Costanzo	Santa Costanza
» ivi	»	19	ed i sepolcri	ed in molti sepolcri
» ivi	»	23	pel	del
» 376	»	12	cristiani, sostenere	cristiani, a sostenere
» 381	»	30	architetti	artisti
» ivi	»	31	architetti	artisti
» 384	»	3	S. Maria in Valle, opera	S. Maria in Valle a Cividale, opera
» 387	»	8	S. Maria della Purificazione	S. Lorenzo fuori le mura
» 389	»	6	terzo dei Re	primo dei Re
» 390	»	2	terzo dei Re	primo dei Re.
» 394	»	2	eredità di maggiori	eredità dei maggiori
» ivi	»	28	e rigenerarono	le rigenerarono
» 395	»	7	Santa Croce	Santa Sabina

Aggiunta.

pag. 25 *lin.* 23 Anche li Retinesi scelsero a loro dimora le caverne, dopo che incendiata aveano la loro città, già presa per assalto dai Romani (Dione Cassio, lib. LVI); ed è poi certa cosa che le molte caverne della Dalmazia servirono di abituale dimora agli abitanti spaventati dalle ruberie degli Uscocchi. Quest' ultima ecc.

F. 1 F. 2 F. 3 F. 4 F. 5 F. 6 F. 7 F. 8 F. 9 F. 10

Vanilla planifolia Andr.

in Horto botanico Patavino mense Aprilis anni MDCCCXLIII.

Fig. 1.

1/4

Fig. 2.

1/2

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5

1/2

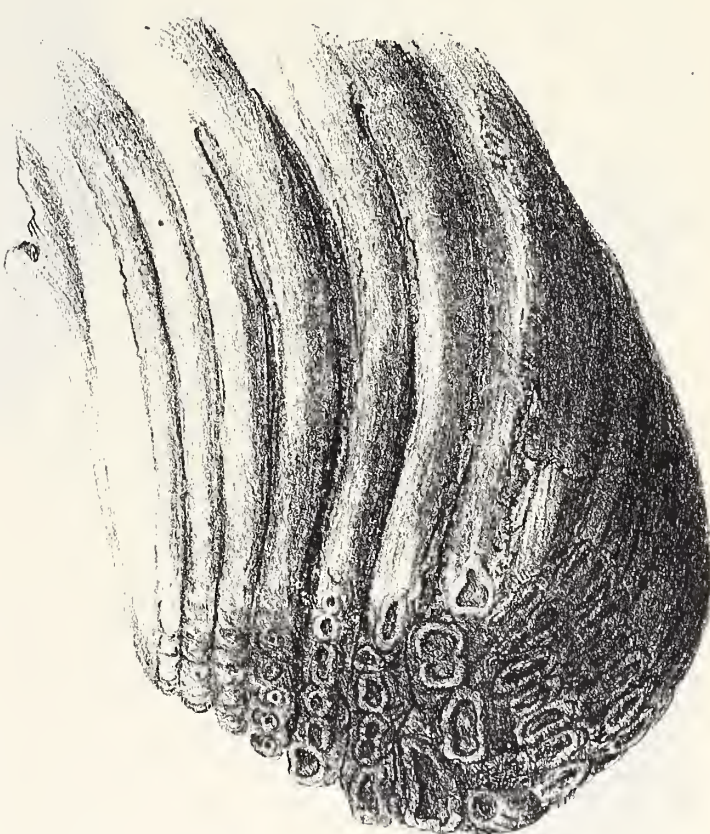
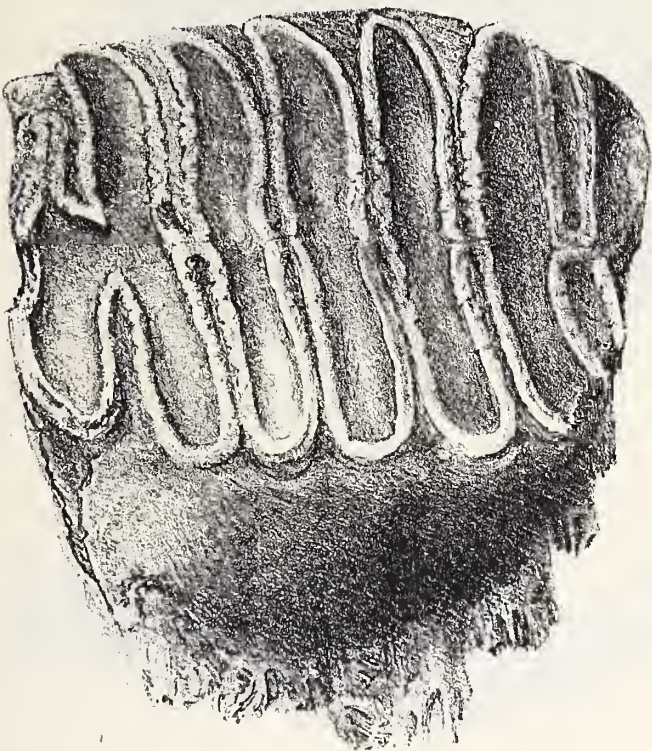
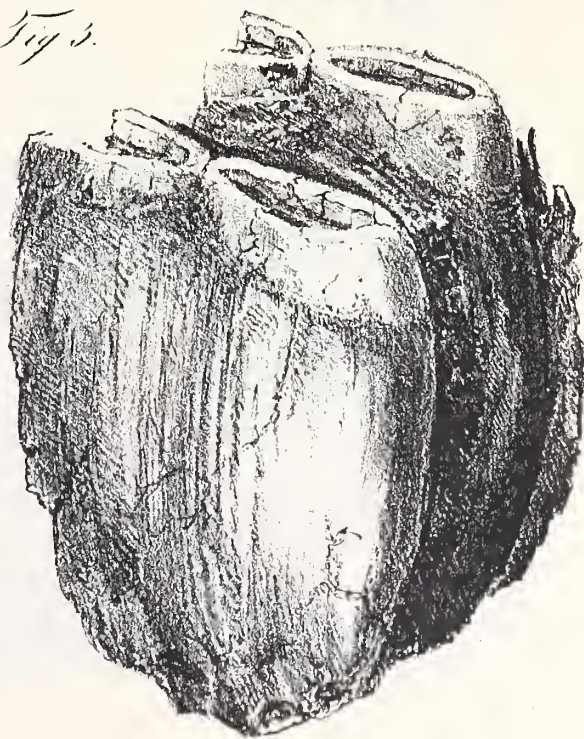
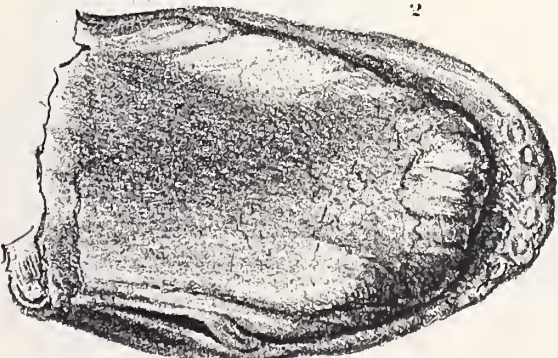



Fig. 1.

3/4

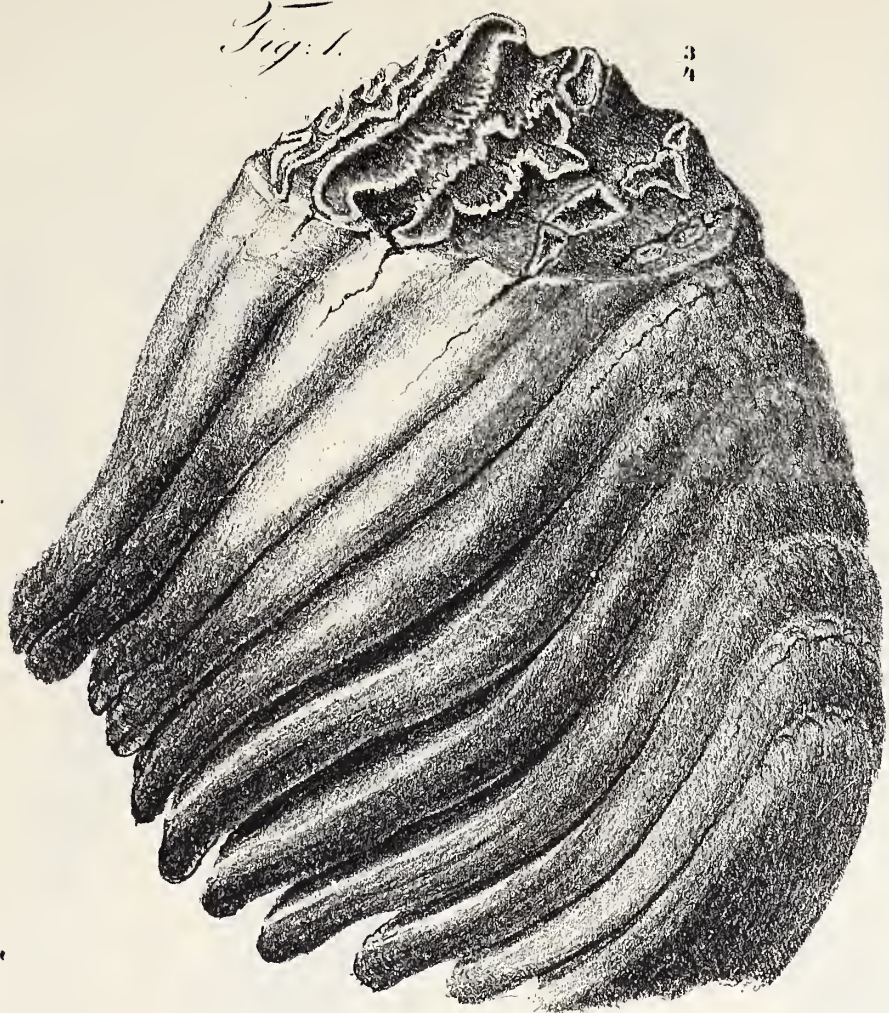
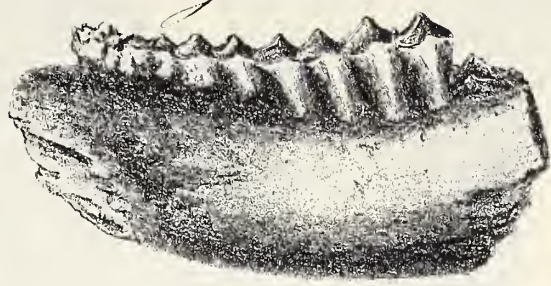



Fig. 6.

Fig. 4.

Fig. 5

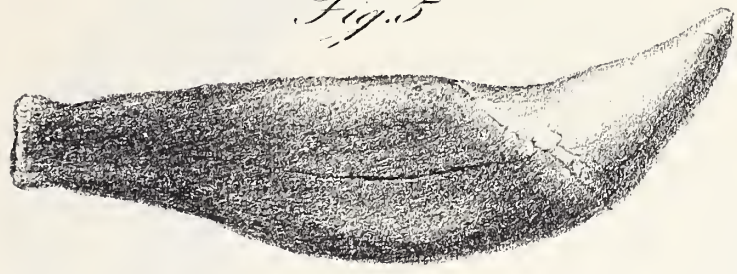



Fig. 2

1/2

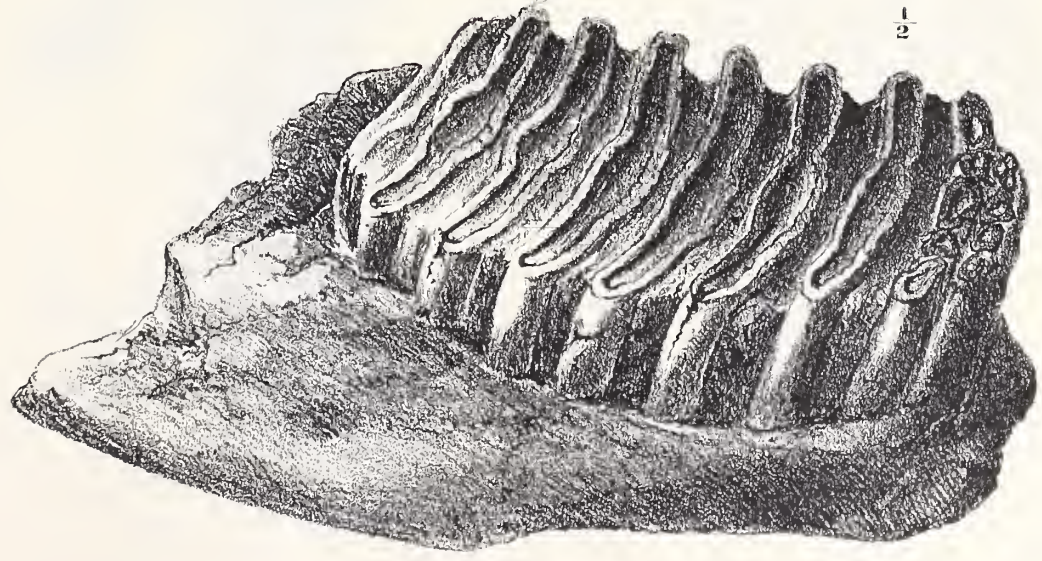



Fig. 3

Fig. 2.

Fig. 1.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 3.

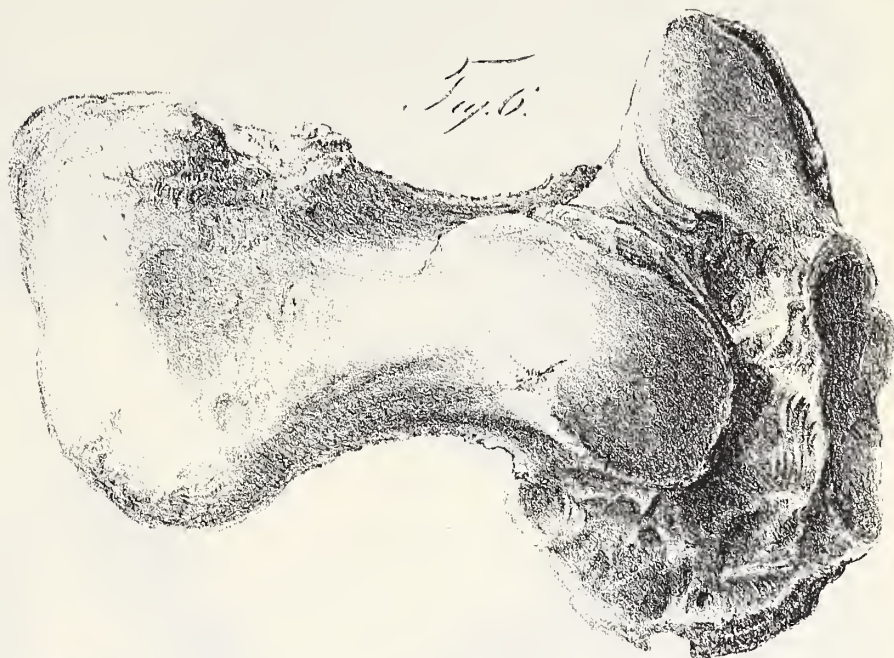



Fig. 1.

Fig. 2.

Agostini dis.

Venezia Lit. Kier

Fig. 4. Fig. 2. Fig. 1.

Fig. 3. Fig. 6.

Fig. 5

Agostini dis. Venezia lit. Kier

Fig. 3

Fig. 2

Fig. 1

Agostini dis.

Venezia pr. Lit. Kier

Fig 2.

Fig 4

Fig 3

Fig 1

Fig. 8

Fig. 7

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 4

Fig. 9

Fig. 3

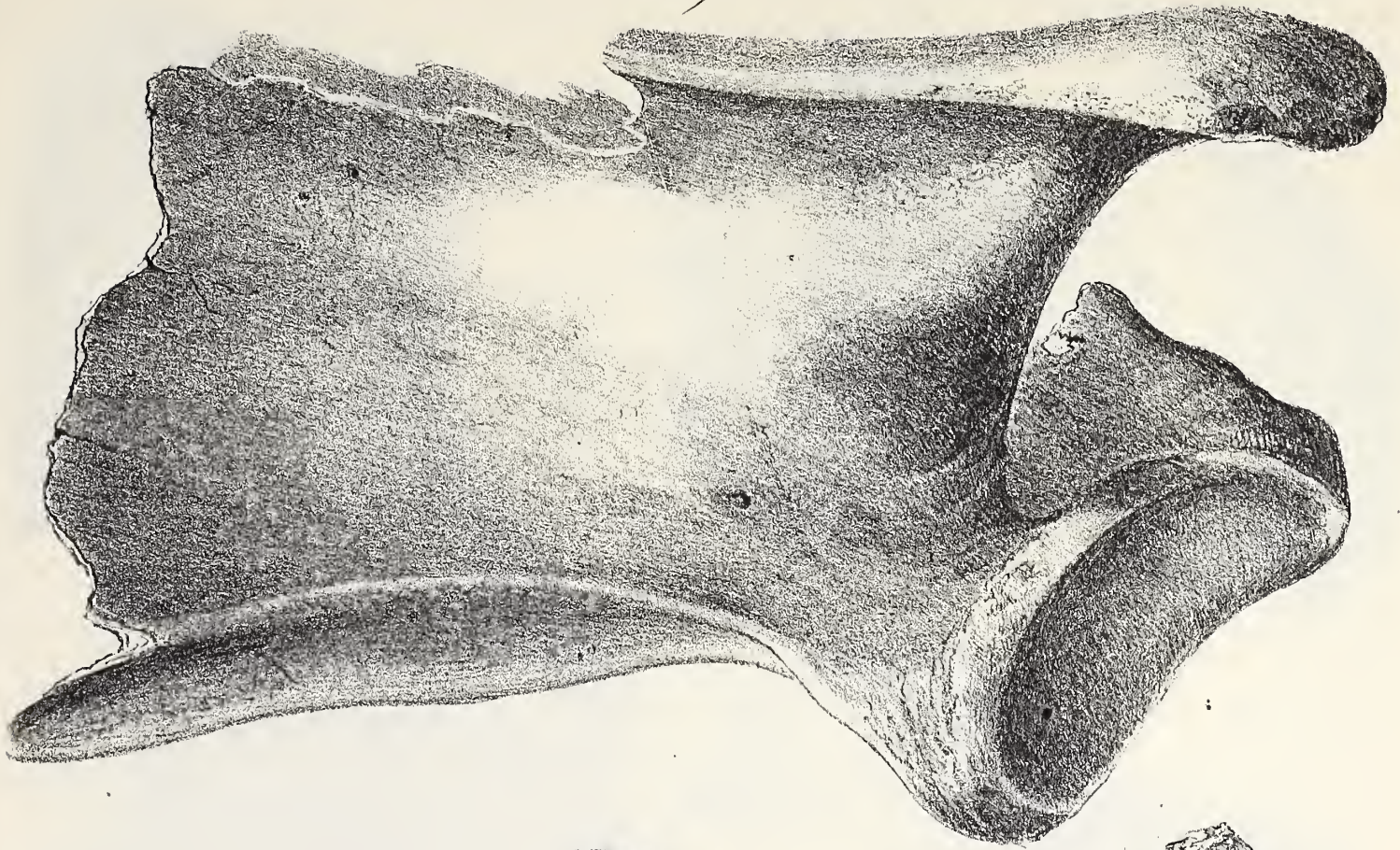
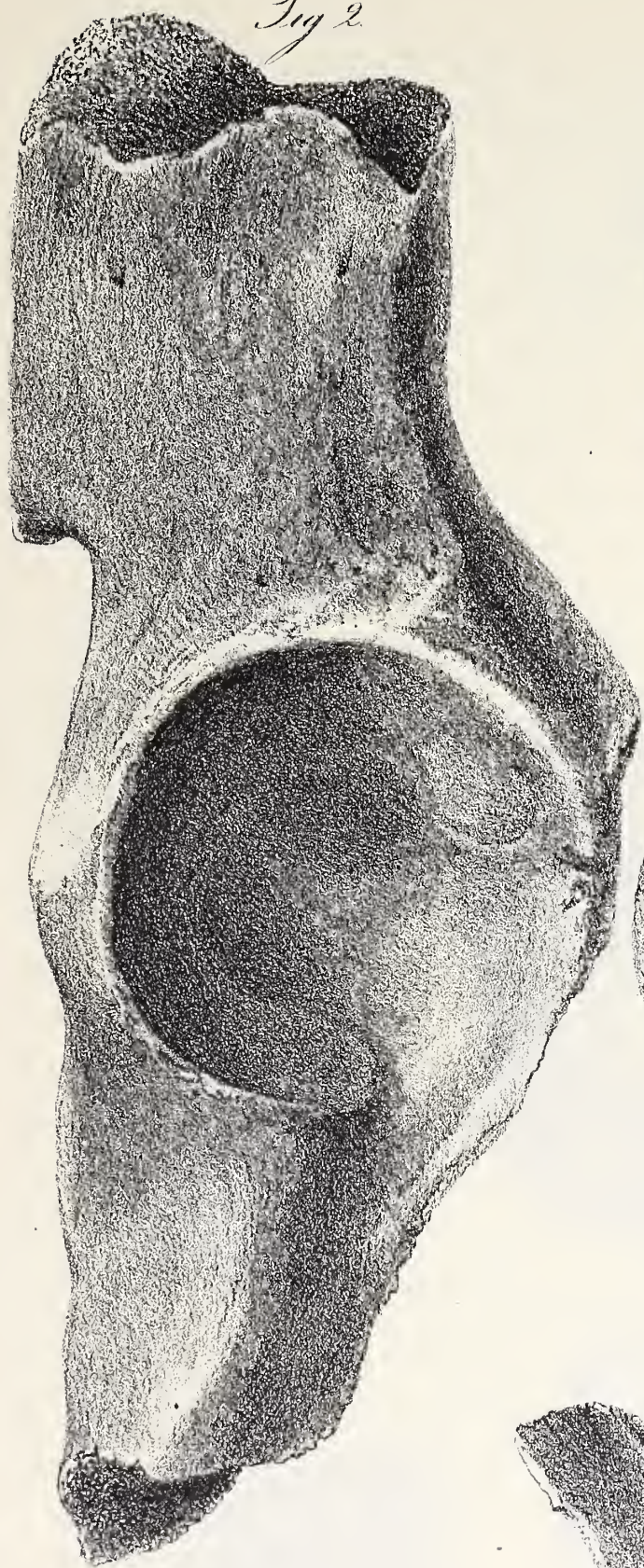
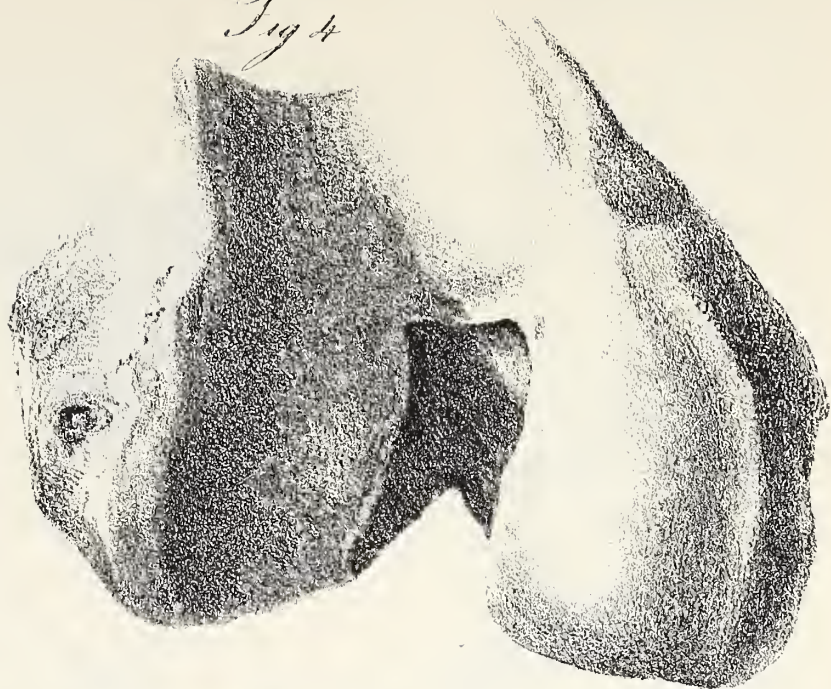
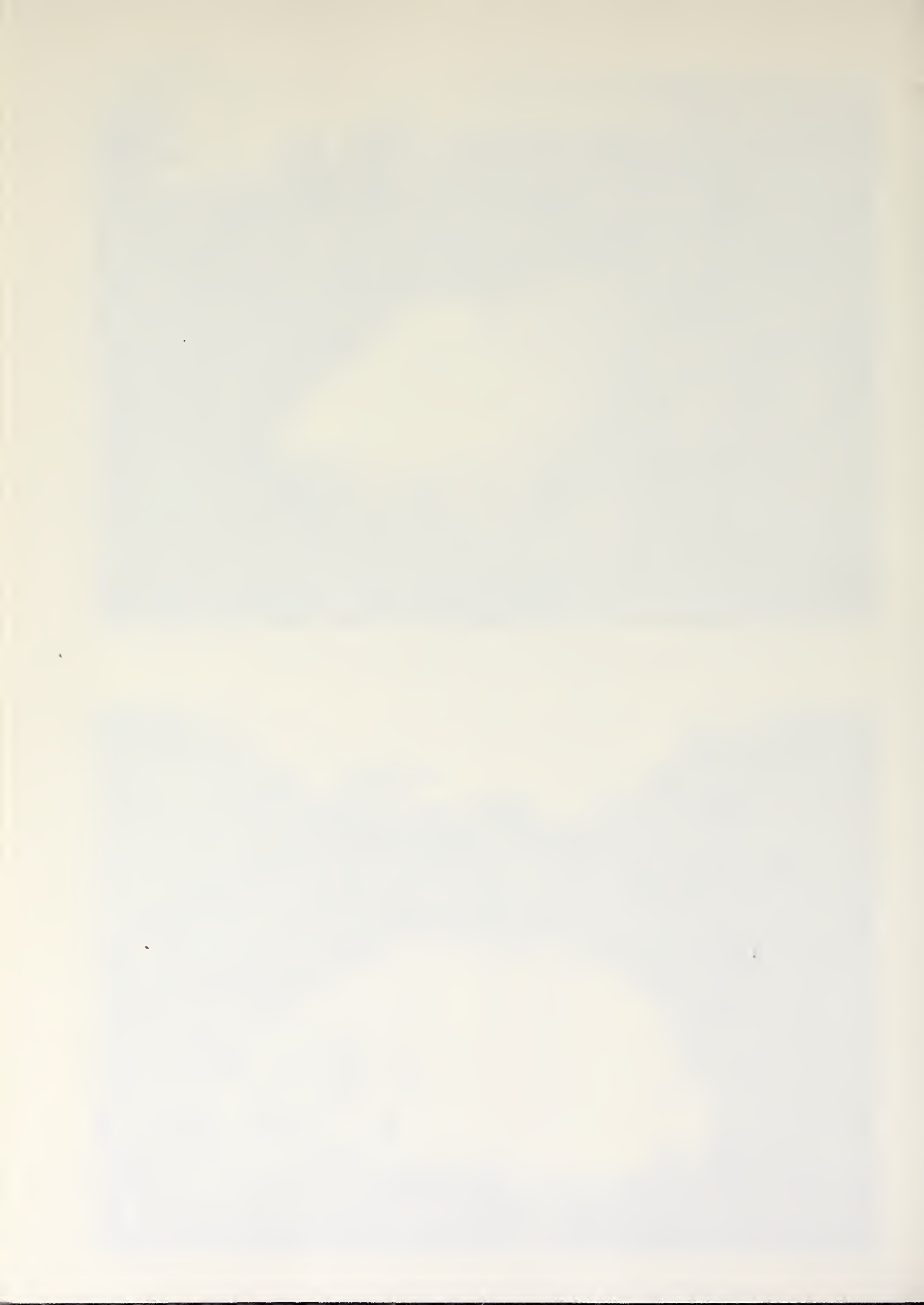
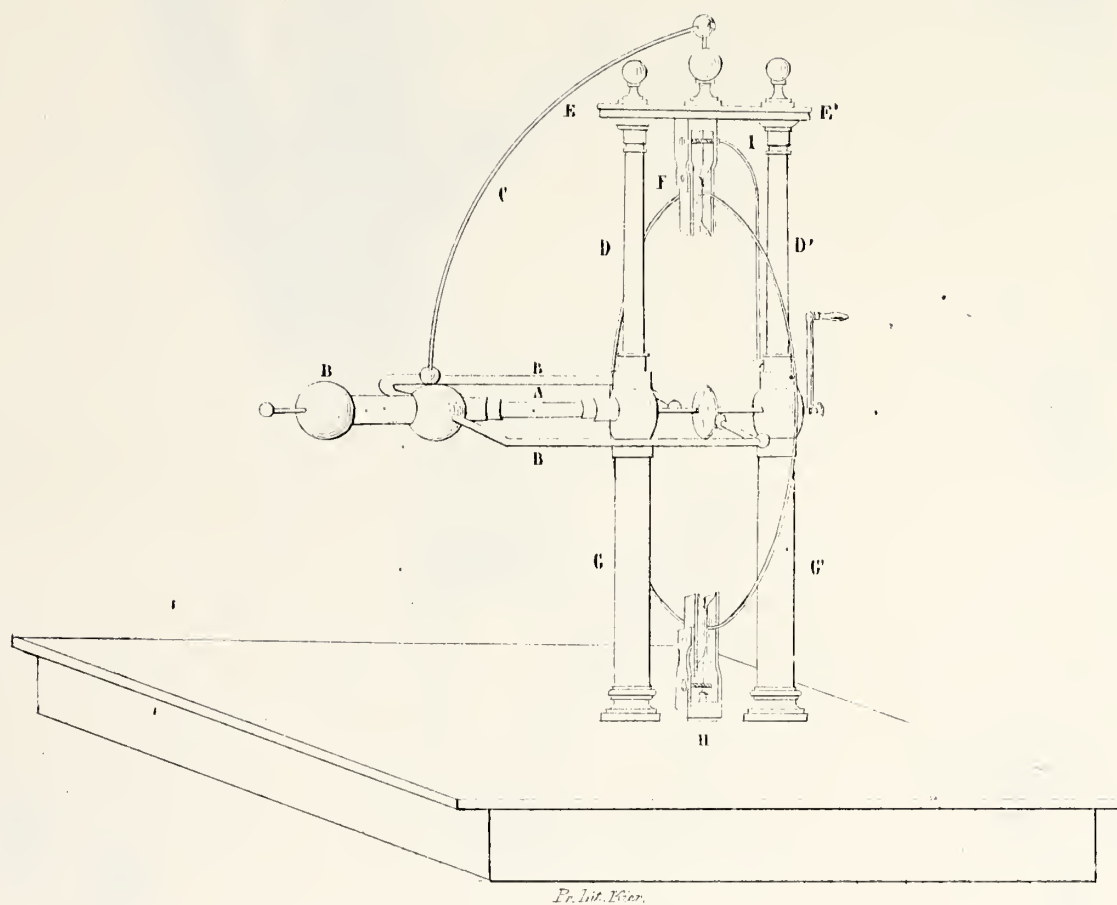
Fig. 5

Fig. 6

Fig. 10

Agostini dis.

Venezia lit. Kier.

Pr. lit. Kier.

A Isolante del bevitore positivo e vitreo B

C Bevitore negativo e resinoso.

D.D' ed E.E' Isolanti di cristallo del cuscinetto F

G.G' Stanti comunicanti col terreno

H. Cuscinetto comunicante col suolo

I. Filo conduttore per istabilire la comunicazione del cuscinetto F col terreno per lo sviluppo della sola elettricità positiva e vitrea.

Macchina elettrica a due elettricità

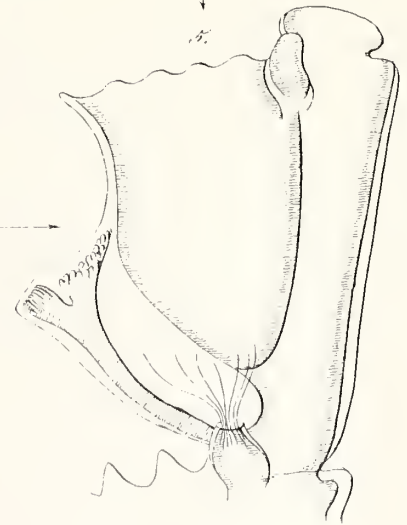
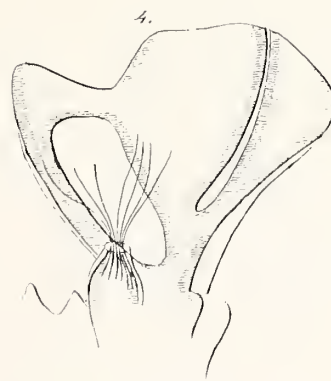
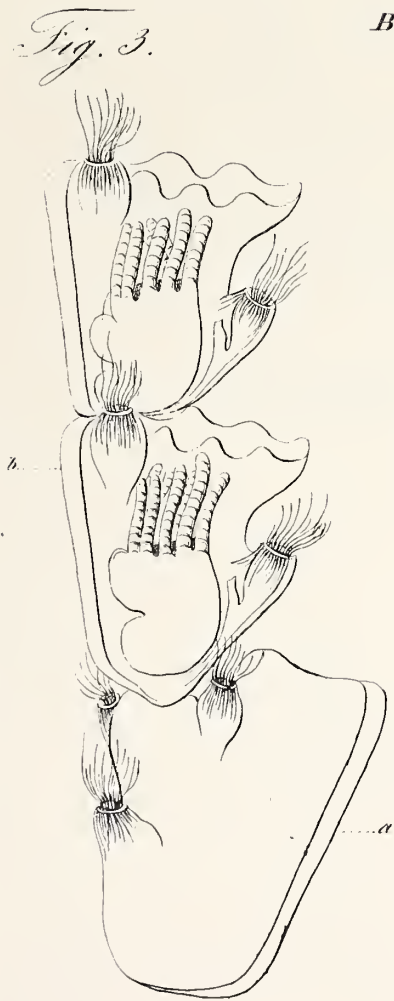



Fig. 1.

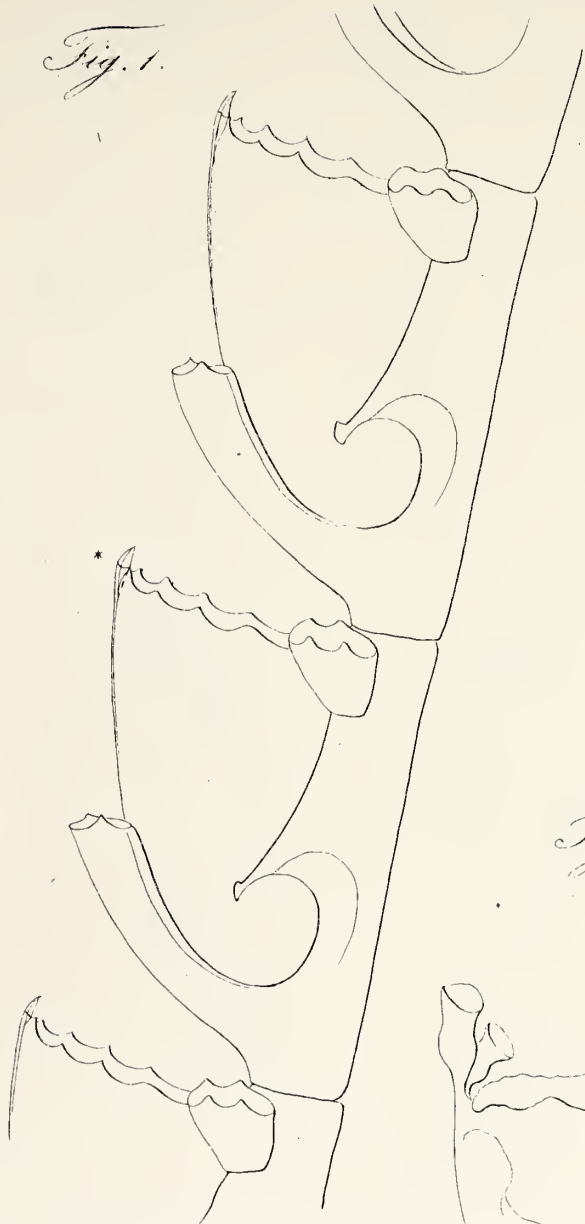



Fig. 2.

Fig. 3.

Aglaophenia Myriophyllum Lmx.
ingr. 300.

Aglaophenia elongata
ingr. 300.

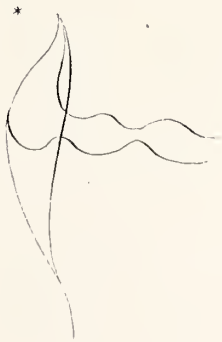
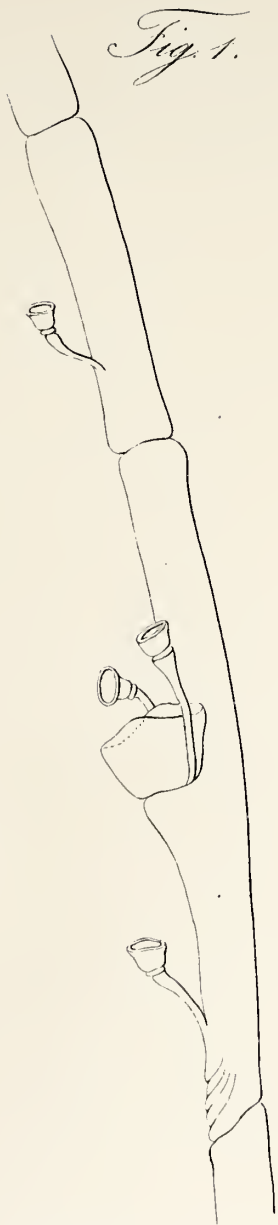
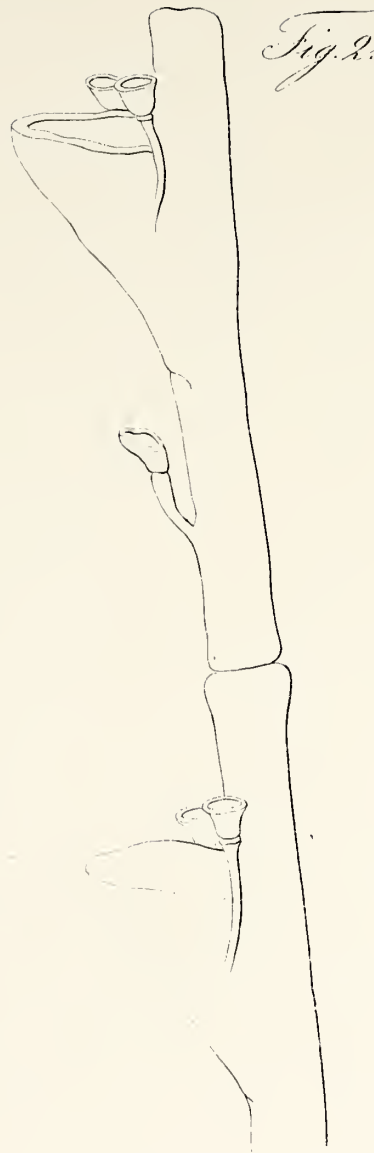
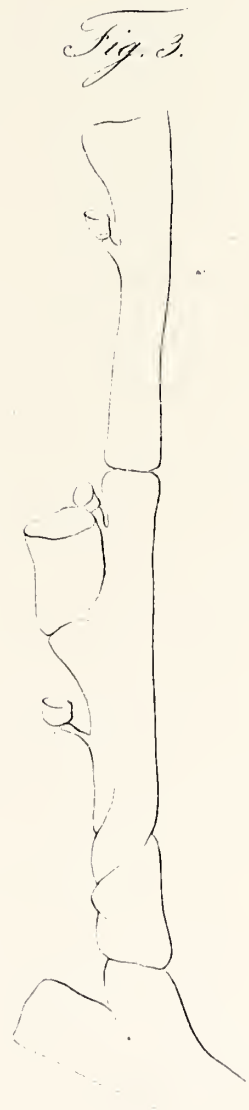
Monopyxis dichotoma Ehrenb.
ingr. 300.

Prem. Lit. Kiel.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Nemertesia antennina. *Lmx.*

Lowenia tetrasticha

Lowenia pinnata

Anisocalyx secundarius. *Costa.*

Prem. Lit. Ric.